

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет
им. Н.И. Лобачевского

В.А. Еськин
А.В. Кудрин
Н.В. Юрасова

ГРЕБЕНЧАТЫЕ ЗАМЕДЛЯЮЩИЕ СТРУКТУРЫ

Практикум

Рекомендовано методической комиссией
радиофизического факультета для студентов ННГУ,
обучающихся по направлению подготовки 03.03.03 «Радиофизика»

Нижний Новгород
2021

УДК 537.86
ББК В 22.336
Е-87

Рецензент: к.ф.-м.н., доцент **Е.Ю. Петров**

Е-87 Еськин В.А., Кудрин А.В., Юрасова Н.В. ГРЕБЕНЧАТЫЕ ЗАМЕДЛЯЮЩИЕ СТРУКТУРЫ: Практикум. – Нижний Новгород: Нижегородский госуниверситет, 2021. – 10 с.

Работа посвящена изучению волн, направляемых замедляющими системами типа гребенок. Приведено теоретическое обсуждение характеристик волн, распространяющихся вдоль плоской поверхности с заданным импедансом, а также рассмотрен частный случай гребенчатых замедляющих структур. Экспериментально исследуются дисперсионные характеристики гребенок, изменение характера распределения поля вдоль гребенки при изменении частоты, а также зависимость замедления от положения крышки. Экспериментальные результаты сравниваются с теоретическими.

Практикум предназначен для студентов ННГУ, обучающихся по направлению подготовки 03.03.03 «Радиофизика».

Ответственный за выпуск:
зам. председателя методической комиссии
радиофизического факультета ННГУ, д.ф.-м.н., проф. **Е.З. Грибова**

УДК 537.86
ББК В 22.336

© Нижегородский государственный
университет им. Н.И. Лобачевского, 2021

Цель данной работы заключается в изучении волн, направляемых замедляющими системами типа гребенок (рис. 1а, б). Общее описание таких систем весьма непросто, поэтому ограничимся частным случаем, допускающим использование понятия поверхностного импеданса. Сначала обсудим характеристики волн, направляемых плоской поверхностью с заданным импедансом, а затем — конкретную реализацию импеданса в гребенчатых структурах.

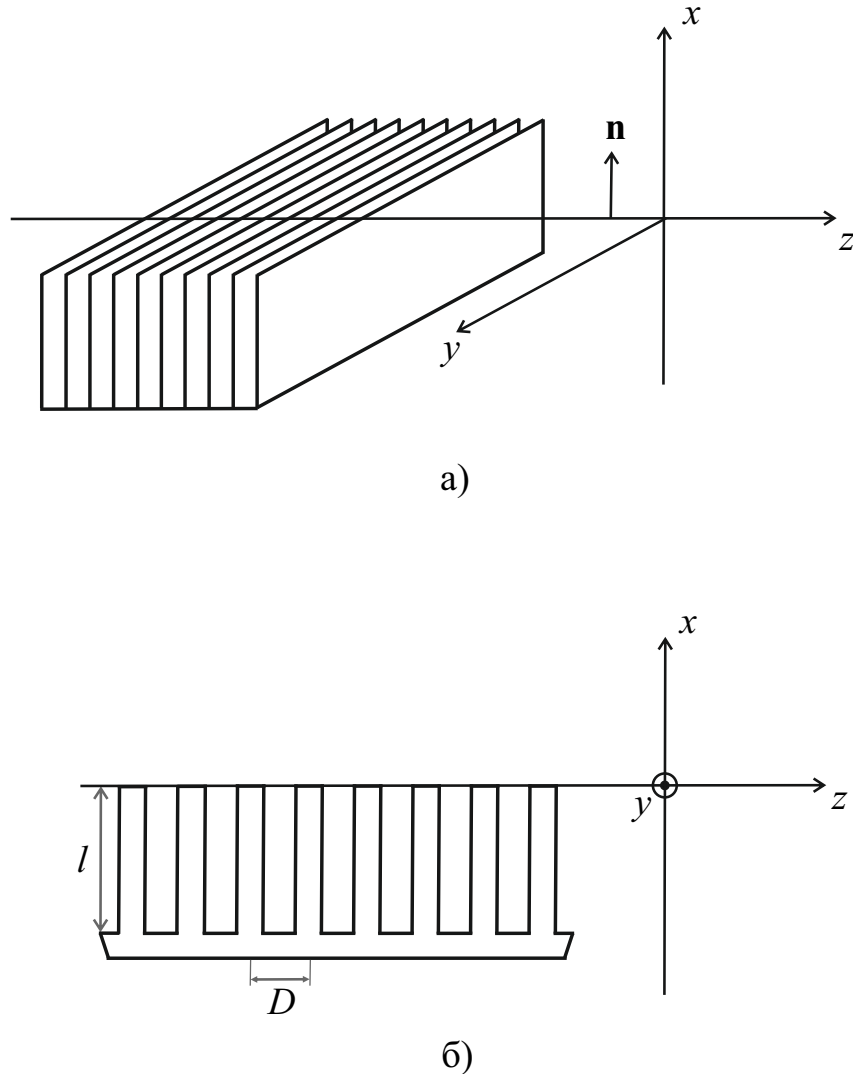


Рис. 1. Замедляющая система типа гребенки

Введем декартовы координаты x, y, z , совмещая направляющую границу с координатной плоскостью $x = 0$ и считая заданным на ней граничное условие

$$[\mathbf{n}, \mathbf{E}] = Z [\mathbf{n}, [\mathbf{n}, \mathbf{H}]], \quad (1a)$$

где Z — заданный поверхностный импеданс, \mathbf{n} — внешняя нормаль к направляющей поверхности (см. рис. 1а). В выбранной системе координат имеем

$$E_z = Z H_y, \quad E_y = -Z H_z. \quad (1б)$$

Поле в свободном полупространстве $x > 0$, удовлетворяющее этим условиям, будем искать в виде волн ТМ (поперечно-магнитной) и ТЕ (поперечно-электрической) поляризации по отношению к направлению распространения (Oz). Выражения для компонент напряженностей электрического и магнитного полей этой волны имеют следующий вид (см. курс лекций по электродинамике и рекомендованную литературу):

ТМ-волны

$$\begin{aligned} E_z &= \frac{\varkappa^2}{ik} \varphi e^{\mp i h z}, \\ \mathbf{E}_\perp &= \mp \frac{h}{k} \nabla \varphi e^{\mp i h z}, \\ \mathbf{H}_\perp &= [\nabla \varphi, \mathbf{z}_0] e^{\mp i h z}, \end{aligned} \quad (2a)$$

ТЕ-волны

$$\begin{aligned} H_z &= \frac{\varkappa^2}{ik} \psi e^{\mp i h z}, \\ \mathbf{H}_\perp &= \mp \frac{h}{k} \nabla \psi e^{\mp i h z}, \\ \mathbf{E}_\perp &= -[\nabla \psi, \mathbf{z}_0] e^{\mp i h z}, \end{aligned} \quad (2б)$$

где $k = \omega/c$ — волновое число в вакууме, $\varkappa = \sqrt{k^2 - h^2}$ — поперечное волновое число, h — продольное волновое число, \mathbf{z}_0 — единичный вектор в направлении оси Oz . Индекс \perp относится к поперечным координатам x и y . Зависимость от времени принимается в виде $e^{i\omega t}$ (соответствующий общий множитель всюду опущен).

Поперечные волновые функции φ и ψ удовлетворяют двумерному уравнению Гельмгольца:

$$\Delta_\perp \begin{Bmatrix} \varphi \\ \psi \end{Bmatrix} + \varkappa^2 \begin{Bmatrix} \varphi \\ \psi \end{Bmatrix} = 0. \quad (3a)$$

В простейшем случае, когда поле не зависит от координаты y , уравнение (3a) принимает вид

$$\frac{d^2}{dx^2} \begin{Bmatrix} \varphi \\ \psi \end{Bmatrix} + \varkappa^2 \begin{Bmatrix} \varphi \\ \psi \end{Bmatrix} = 0. \quad (3б)$$

Два линейно независимых решения этого уравнения имеют следующий вид:

$$\begin{Bmatrix} \varphi \\ \psi \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} A \\ B \end{Bmatrix} \exp(\pm i \varkappa x). \quad (4a)$$

Для удобства введем обозначение $p = i\varkappa$, тогда

$$\begin{Bmatrix} \varphi \\ \psi \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} A \\ B \end{Bmatrix} \exp(\pm p x). \quad (4б)$$

Нас будут интересовать решения в виде поверхностных волн, локализованных вблизи направляющей поверхности, поэтому в выражении (4б) оставим только знак «минус»:

$$\begin{Bmatrix} \varphi \\ \psi \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} A \\ B \end{Bmatrix} \exp(-px). \quad (4в)$$

Будем искать такие значения импеданса, при которых действительная часть p положительна: $\text{Re } p > 0$.

Пренебрегая потерями, связанными с потоком энергии через границу $x = 0$, рассмотрим вначале чисто мнимый импеданс поверхности $Z = iX$ (здесь X — действительная величина). Подставляя (2а) и (2б) с функциями φ и ψ в виде (4в) в граничные условия (1б), получим соотношения, связывающие поперечные волновые числа с поверхностным импедансом:

$$p^{(TM)} = -iZk = Xk, \quad (5а)$$

$$p^{(TE)} = -i\frac{k}{Z} = -\frac{k}{X}. \quad (5б)$$

Из этих соотношений, учитывая требование $p > 0$, можно сделать вывод, что поверхностные (локализованные) волны ТМ-поляризации могут существовать только вблизи границ с индуктивным поверхностным импедансом ($X > 0$), а волны ТЕ-типа — вблизи границ с емкостным импедансом ($X < 0$).

Обратим внимание на одно из важнейших свойств поверхностных волн: они являются медленными, их фазовая скорость $v_{\text{ф}}$ не превышает скорости распространения однородных плоских волн в свободном пространстве, т.е. скорости света c . Действительно,

$$v_{\text{ф}} = \frac{\omega}{\sqrt{k^2 + p^2}} < \frac{\omega}{k} = c. \quad (6)$$

Именно поэтому системы, направляющие поверхностные волны (в том числе и системы типа гребенок), называются замедляющими системами.

Идеально проводящая гребенчатая структура (рис. 1б) может быть описана однородным поверхностным импедансом без пространственной дисперсии применительно к волнам ТМ-типа в предельном случае достаточно длинных поверхностных волн, для которых

$$hD = \frac{2\pi}{\lambda_{\text{п}}} D \ll \pi, \quad (7)$$

где D — период структуры, $\lambda_{\text{п}}$ — длина поверхностной волны. Если выполнено условие (7), то на протяжении одной ячейки поле волны можно считать однородным, т.е. не зависящим от координаты z . При этом внутри ячейки (в пространстве между соседними зубьями гребенки, параллельными плоскости xy)

поле представляет собой поперечную (по отношению к координате x) стоячую волну ТЕМ-типа (с компонентами E_z, H_y). В силу граничного условия $E_\tau = 0$ на идеальном проводнике электрическое поле $E_z^{(i)}$ этой стоячей волны имеет узел ($E_z^{(i)} = 0$) на дне «канавки» (в плоскости $x = -l$). Выражение для $E_z^{(i)}$ может быть записано в виде

$$E_z^{(i)} = E_0 \sin k(x + l). \quad (8)$$

Напряженность магнитного поля внутри ячейки можно найти с помощью уравнения Максвелла $\mathbf{H} = -(ik)^{-1} \text{rot} \mathbf{E}$:

$$H_y^{(i)} = -iE_0 \cos k(x + l). \quad (9)$$

Каждую такую ячейку можно рассматривать как закороченную на конце $x = -l$ двупроводную линию, что позволяет записать выражение для импеданса на поверхности гребенки $x = 0$ в виде

$$Z = \frac{E_z^{(i)}(x = 0)}{H_y^{(i)}(x = 0)} = i \text{tg} kl. \quad (10)$$

Из соотношения (5а) можно получить дисперсионное уравнение (т.е. зависимость постоянной распространения h от частоты ω), соответствующее этому импедансу:

$$h = \frac{k}{\cos kl}. \quad (11)$$

Можно рассмотреть также коэффициент замедления волны:

$$\eta = \frac{c}{v_\Phi} = \frac{1}{\cos kl}. \quad (12)$$

Согласно условию $p > 0$ и формулам (5а) и (10), поверхностные волны существуют только в определенных частотных интервалах (полосах), отвечающих двойному неравенству

$$n\pi < \frac{\omega}{c} l < \left(n + \frac{1}{2}\right)\pi, \quad (13)$$

где $n = 0, 1, 2, 3, \dots$

В интервалах же, соответствующих неравенствам

$$\left(n + \frac{1}{2}\right)\pi < \frac{\omega}{c} l < (n + 1)\pi, \quad (14)$$

поверхностная волна существовать не может: эти неравенства определяют так называемые полосы запираения системы.

Запишем выражение для граничной частоты первой полосы запираания:

$$\omega_{\text{зап}} = \frac{c\pi}{2l}, \quad (15)$$

$$f_{\text{зап}} = \frac{c}{4l}. \quad (16)$$

Рассмотрим теперь в импедансном приближении систему в виде гребенки, на высоте d от поверхности которой расположена металлическая крышка. Получим дисперсионное уравнение для волн, распространяющихся в такой системе. В этом случае общее решение уравнения (3б) для функции φ запишется в виде $\varphi = A_1 e^{-px} + A_2 e^{px}$. Учтем граничные условия на поверхностях $x = 0$ и $x = d$:

$$\begin{cases} E_z = ZH_y|_{x=0} \\ E_z = 0|_{x=d}. \end{cases} \quad (17)$$

Подставляя E_z и H_y , найденные с помощью формул (2а), в систему (17), получим

$$p \operatorname{th} pd = k \operatorname{tg} kl, \quad (18)$$

где $p^2 = h^2 - k^2$. С учетом последнего соотношения нетрудно убедиться, что при $pd \gg 1$, когда $\operatorname{th} pd \approx 1$, из (18) имеем ранее полученное уравнение (11).

Измерительная установка

Измерительная установка включает в себя генератор с диапазоном изменения частоты 2000 – 4000 МГц, два ферритовых вентиля, две измерительные линии с вмонтированными в них гребенками с высотой зубьев $l_1 = 22$ мм и $l_2 = 8$ мм (периоды структур $D_1 = 2$ мм и $D_2 = 1,5$ мм соответственно), а также два измерительных прибора. Вентиль пропускает сигнал, идущий от генератора к замедляющей системе, и не пропускает сигнал, отраженный от замедляющей системы. Тем самым исключается влияние нагрузки на работу генератора.

Измерительная линия показана на рис. 2. Поскольку линия закорочена на конце, в ней формируется стоячая волна. Регулировочный винт позволяет поднимать или опускать гребенку и тем самым изменять ее положение относительно крышки. Согласующее устройство позволяет компенсировать реактивную составляющую детектора и согласовать его активное сопротивление с импедансом измерительного зонда путем перемещения двух короткозамыкающих поршней. При этом показания измерительного прибора максимальны.

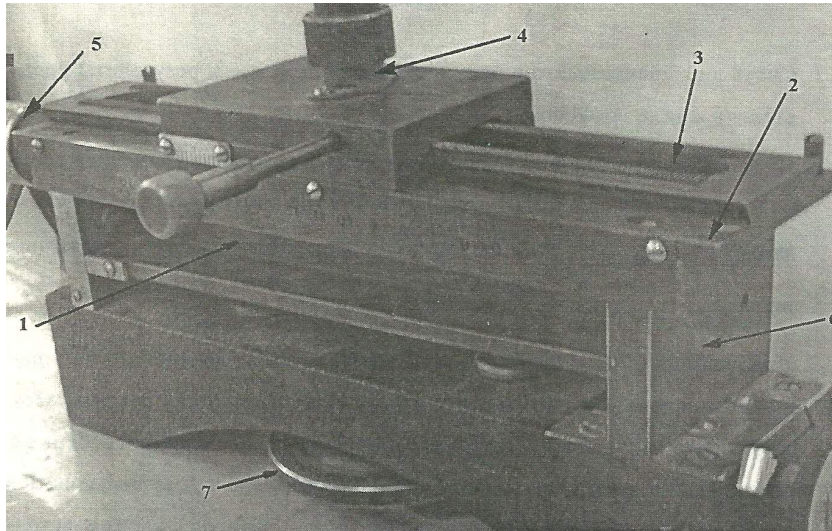


Рис. 2. Измерительная линия: 1 — гребенка, 2 — крышка, 3 — измерительная щель, 4 — зонд с согласующим устройством, 5 — вход, 6 — закороченный конец, 7 — регулировочный винт

Задание

1. Снять дисперсионные характеристики гребенок 1 и 2. Для этого измерить длину поверхностной волны в зависимости от частоты. Результаты представить в виде графиков зависимости коэффициента замедления от частоты. Сравнить полученные экспериментальные данные с результатами расчетов по формуле (12).

2. Рассчитать значения частот запираания для обеих гребенок по формуле (16). На гребенке 1 ($l_1 = 22$ мм) проследить за изменением характера распределения поля вдоль системы с изменением частоты в широких пределах вплоть до частоты запираания. Результаты представить в виде графиков. Объяснить полученные графики распределения поля.

3. Для гребенки 2 ($l_2 = 8$ мм) на фиксированной частоте (вдали от частоты запираания) исследовать зависимость коэффициента замедления от положения крышки. Для этого измерить длину поверхностной волны при нескольких значениях высоты крышки над поверхностью гребенки. Результаты представить в виде графика. Объяснить полученную зависимость с помощью формулы (18).

Вопросы

1) К чему приведет наличие слабых потерь в замедляющей системе? Каким будет поверхностный импеданс? Как изменится постоянная распространения?

2) Как выглядит поле, поддерживаемое гребенчатой структурой, за пределами условия (7)? Как будет меняться распределение поля вдоль системы при приближении частоты сигнала к граничной частоте первой полосы запираания?

3) Найдите все волны ТМ-типа, которые могут существовать в системе, представляющей собой гребенку с крышкой. Определите, начиная с каких расстояний между гребенкой и крышкой наряду с медленными поверхностными волнами появятся быстрые объемные волны (подобные волнам в волноводе с идеально проводящими стенками).

Список литературы

1. Вайнштейн Л.А. Электромагнитные волны. — М.: Радио и связь, 1988.
2. Каценеленбаум Б.З. Высокочастотная электродинамика. — М.: Наука, 1966.
3. Силин Р.А., Сазонов В.П. Замедляющие системы. — М.: Сов. радио, 1966.
4. Силин Р.А. Периодические волноводы. — М.: Фазис, 2002.

Василий Алексеевич Еськин
Александр Владимирович Кудрин
Надежда Валерьевна Юрасова

ГРЕБЕНЧАТЫЕ ЗАМЕДЛЯЮЩИЕ СТРУКТУРЫ

Практикум

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования
«Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет
им. Н.И. Лобачевского».
603950, Нижний Новгород, пр. Гагарина, 23.