

**МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования
«Национальный исследовательский
Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского»

В.Н. Едрнова Т.В. Савицкая

ПРАКТИКУМ ПО СТАТИСТИКЕ

Учебно-методическое пособие

Рекомендовано методической комиссией института экономики и
предпринимательства для студентов ННГУ, обучающихся по направлению
подготовки 38.03.01 «Экономика» и 38.03.02 «Менеджмент»

Нижегород
2021

УДК 311
ББК 60.6
Э - 32

Е - 32 Едронова В.Н., Савицкая Т.В. ПРАКТИКУМ ПО СТАТИСТИКЕ: Учебно-методическое пособие. – Нижний Новгород: Нижегородский госуниверситет, 2021. – 109 с.

Рецензенты:

к.э.н., доцент, доцент кафедры «Экономика предприятий и организаций ФГАОУ ВО «Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского» Лудушкина Е.Н.

В настоящем пособии изложены методики решения задач по темам учебной программы курса «Статистика», предполагающим количественную оценку социально-экономических явлений; разобраны решения типовых задач по отдельным вопросам каждой темы; приведены задачи для самостоятельного решения в разрезе тем и вопросов темы.

Учебно-методическое пособие предназначено для студентов ННГУ, обучающихся по направлению подготовки 38.03.01 «Экономика» и 38.03.02 «Менеджмент».

Ответственный за выпуск:

Председатель методической комиссии института экономики и предпринимательства ННГУ, к.э.н., доцент, Макарова С.Д.

УДК 311
ББК 60.6
В.Н. Едронова, Т.В. Савицкая
Нижегородский государственный
университет им. Н.И. Лобачевского 2021

ОГЛАВЛЕНИЕ

Введение.....	4
Тема 1. Абсолютные и относительные величины в статистике.....	7
1.1. Пересчет абсолютных величин в условные натуральные единицы измерения и расчет абсолютных величин в составных натуральных единицах измерения.....	7
1.2. Расчет демографических коэффициентов.....	8
1.3. Расчет относительных величин планового (бюджетного) задания и выполнения плана (бюджета).....	11
1.4. Расчет относительных величин структуры, координации и сравнения.....	14
1.5. Расчет относительных величин интенсивности развития.....	18
Тема 2. Статистическая сводка и группировка.....	20
2.1. Определение вида группировки.....	20
2.2. Построение дискретного вариационного ряда распределения...	23
2.3. Построение интервального ряда распределения.....	26
Тема 3. Средние величины и показатели вариации.....	33
3.1. Расчет средней арифметической.....	33
3.2. Расчет средней гармонической.....	37
3.3. Расчет средней хронологической.....	41
3.4. Расчет показателей вариации.....	43
3.5. Расчет структурных средних.....	47
Тема 4. Выборочное наблюдение.....	51
4.1. Расчет ошибок выборочного наблюдения при собственно-случайном и механическом методе отбора.....	51
4.2. Расчет необходимой численности выборки при собственно-случайном и механическом методе отбора.....	56
4.3. Расчет ошибок выборочного наблюдения по при типическом (стратифицированном) методе отбора.....	58
4.4. Расчет необходимой численности выборки при типическом методе отбора.....	61
4.5. Расчет ошибок выборочного наблюдения при серийном (гнездовом) методе отбора.....	62
4.6. Расчет необходимой численности выборки при серийном отборе..	65
4.7. Расчет средней ошибки малой выборки.....	66
Тема 5. Ряды динамики.....	69
5.1. Смыкание рядов динамики.....	69
5.2. Расчет аналитических показателей ряда динамики.....	70
5.3. Расчет средних показателей ряда динамики.....	75
5.4. Выявление тенденции методом укрупнения интервала и методом скользящей средней.....	79
5.5. Аналитическое выравнивание ряда и прогнозирование на основе теоретической кривой.....	83

Тема 6. Индексы.....	88
6.1. Расчет индивидуальных индексов.....	88
6.2. Расчет общих индексов по агрегатной формуле.....	91
6.3. Расчет средних из индивидуальных индексов.....	95
6.4. Расчет индексов переменного, постоянного состава и структурных сдвигов.....	98
6.5. Расчеты факторного анализа связей на основе индексного метода.....	102
Заключение.....	106
Литература.....	107

Введение

Практикум является результатом многолетнего опыта преподавания статистики студентам в Нижегородском государственном университете имени Н.И. Лобачевского. Цель практикума – дать комплексный взгляд на статистику как на методологию, имеющую многоаспектное применение для количественной оценки состояния, развития, прогнозирования и связей всех социально-экономических явлений.

Облегчению усвоения курса способствует объединение в рамках пособия методик расчета статистических показателей, их содержательного анализа, разбора типовых задач и задач для самостоятельного решения по темам курса, связанных с количественной оценкой социально-экономических явлений:

- абсолютные и относительные величины;
- сводка и группировка данных;
- средние величины и показатели вариации;
- выборочное наблюдение;
- ряды динамики;
- индексы.

Все типовые задачи рассмотрены по единой схеме: методика, включая формулы, расчеты показателей, содержательные выводы. Данный подход позволяет акцентировать важнейшую задачу статистики, заключающуюся не только в количественной оценке социально-экономических явлений, но и раскрытии на ее основе содержательной стороны изучаемого процесса.

Изложенные статистические методы важны не только для усвоения многих последующих учебных дисциплин, но и как методологический аппарат самостоятельных студенческих исследований – эссе, рефератов, курсовых и выпускных квалификационных работ.

Отработка методик и методов расчета статистических показателей по оценке состояния, динамики, тенденций и связей явлений базируется на изучении детально рассмотренных типовых задач. Наличие задач для самостоятельной работы позволяет студенту закрепить содержание статистических терминов, отработать статистические методы и приемы на фактических данных, отражающих состояние, развитие, тенденции и связи социально-экономических явлений. И типовые задачи, и задания для самостоятельной работы имеют системный, непрерывный и усложняющийся характер; последующие задачи и задания информационно и содержательно связаны с предыдущими с целью закрепления логической цепочки усвоения материала.

В практикуме приведены современные данные, раскрывающие область применения статистической методологии (о консолидированном бюджете страны, налоговых поступлениях в бюджет, населении и его движении, ресурсах и производстве товаров и услуг, финансовых результатах

деятельности), являющиеся практической иллюстрацией теоретических положений курса.

Логика изложения материала и его содержание соответствует учебной программе по дисциплине и требованиям Федерального государственного стандарта высшего образования по направлению «Экономика» и «Менеджмент» (уровень бакалавриата).

Изучение дисциплины направлено на формирование важнейших общепрофессиональных компетенций: способность осуществлять сбор, анализ и обработку данных, необходимых для решения профессиональных задач, выбрать инструментальные средства для обработки экономических данных, выполнить расчеты, проанализировать полученные результаты и содержательно их интерпретировать, сделать выводы; а также способность анализировать и интерпретировать данные отечественной и зарубежной статистики о социально-экономических явлениях и процессах, выявлять тенденции и факторы изменения социально-экономических показателей; способность в целом оценивать состояние уровня социально-экономического развития страны, региона, хозяйствующего субъекта, выявлять динамику развития, тенденции и связи социально-экономических явлений, давать прогноз на будущее.

ТЕМА 1. АБСОЛЮТНЫЕ И ОТНОСИТЕЛЬНЫЕ ВЕЛИЧИНЫ В СТАТИСТИКЕ

Практические занятия по данной теме предусматривают решение следующих типов задач: 1) пересчет абсолютных величин в условные натуральные единицы измерения и расчет абсолютных величин в составных натуральных единицах измерения; 2) расчет демографических коэффициентов; 3) расчет относительных величин планового (бюджетного) задания и выполнения плана (бюджета); 4) расчет относительных величин структуры, координации и сравнения; 5) расчет относительных величин интенсивности развития.

1.1. Пересчет абсолютных величин в условные натуральные единицы измерения и расчет абсолютных величин в составных натуральных единицах измерения

Типовая задача 1. В отчетном периоде поставка молока в торговую сеть города характеризуется следующими данными:

№ пп	Продукция	Объем поставок, т
1	Молоко 6,0%-ное	110
2	Молоко 3,2%-ное	160
3	Молоко 2,5%-ное	70
4	Молоко 1,0%-ное	50
Итого:		390

Определить объем поставок молока в торговую сеть города в условных единицах измерения.

Методика и расчеты

Расчет абсолютных величин в условных единицах производится на основании коэффициентов пересчета, устанавливаемых опытным путем на базе соотношения потребительских характеристик отдельных разновидностей однородной продукции или товаров.

Объем производства или поставок в условных единицах = объем поставок в натуральных единицах \times коэффициент пересчета.

$$\text{Коэффициент пересчета} = \frac{\text{Характеристика разновидности}}{\text{Базовая характеристика}}$$

По молочной продукции за базу сравнения принимается молоко жирности 3,2%.

Расчетная таблица

№ пп	Жирность молока, %	Коэффициент пересчета	Объем поставок, т	Объем поставок, условных т
1	6,0%	$6,0 : 3,2 = 1,9$	40	$40 \times 1,9 = 76$
2	3,2%	$3,2 : 3,2 = 1,0$	160	$160 \times 1,0 = 160$

3	2,5%	$2,5 : 3,2 = 0,8$	70	$70 \times 0,8 = 56$
4	1,0%	$1,0 : 3,2 = 0,3$	50	$50 \times 0,3 = 15$

Вывод: в отчетном году объем поставок молока в торговую сеть города в переводе на молоко жирностью 3,2% составил 307 условных тонн.

Типовая задача 2. Имеются следующие данные по предприятию: среднесписочная численность рабочих составляет 500 человек, фактическая продолжительность рабочего дня – 7 часов, рабочих дней в месяце – 22.

Определить месячные затраты труда всех рабочих предприятия.

Методика и расчеты

Составные единицы применяются при одновременном изучении нескольких свойств единиц совокупности. Значение признака в составных единицах получают перемножением значений в простых единицах.

Отработанное время = количество рабочих \times количество рабочих дней \times продолжительность рабочего дня

Отработанное время = $500 \times 22 \times 7 = 77000$ чел.-ч

Вывод: затраты труда всех рабочих за месяц на данном предприятии составили 77 тыс. чел.-ч.

Задачи для самостоятельного решения

1.1. Имеются данные о выпуске предприятием консервной продукции разной емкости:

Емкость, $см^3$	100	250	400	500	1000	3000
Выпущено банок, тыс. шт.	1500	1300	1250	750	420	150

Определить выпуск консервированной продукции в условных банках при условии, что за условную банку принята банка емкостью 500 $см^3$. Сделать выводы.

1.2. Имеются данные о поставке молочной продукции в торговую сеть города в отчетном периоде:

Продукция	Объем поставок, т	Продукция	Объем поставок, т
Молоко 3,2%	144,0	Ряженка 6,5%	6,2
Молоко 6,0%	107,0	Сметана 28%	113,0
Кефир 3,2%	37,0	Творог 20%	43,0

Определить объем поставок молока в торговую сеть города в условных единицах измерения. Сделать выводы.

1.2. Расчет демографических коэффициентов

Типовая задача. Имеются данные о движении населения области.

Абсолютные демографические показатели	Тыс. чел.
Численность населения на начало года	3214,6
Численность населения на конец года	3203,8
Число родившихся за год	28,732

Число умерших за год	46,839
Число зарегистрированных браков, тыс. единиц	23
Число расторгнутых браков, тыс. единиц	11

Определить относительные показатели рождаемости, смертности и естественного движения населения.

Методика и расчеты

Демографические коэффициенты – относительные величины, базой расчета которых выступает средняя численность населения за период. Представляются в промилле (‰) и получаются умножением коэффициента на 1000.

Средняя численность за период:

$$\bar{S} = \frac{\text{Численность на начало периода} + \text{Численность на конец периода}}{2}$$

Показывает среднюю численность населения за период.

Коэффициент рождаемости:

$$K_p = \frac{\text{Число родившихся за период}}{\text{Средняя численность за период}} \cdot 1000\text{‰}, \quad \text{где } 0/00 \text{ – промилле}$$

Показывает число родившихся на каждую тысячу населения за период.

Коэффициент смертности:

$$K_{см} = \frac{\text{Число умерших за период}}{\text{Средняя численность за период}} \cdot 1000\text{‰}$$

Показывает число умерших на каждую тысячу населения за период.

Коэффициент естественного движения населения:

$$1) K_{ест.дв.} = \frac{\text{Число родившихся за период} - \text{Число умерших за период}}{\text{Средняя численность за период}} \cdot 1000\text{‰}$$

$$2) K_{ест.дв.} = K_p - K_{см}$$

Показывает, на сколько человек уменьшилось или увеличилось население за период вследствие естественных причин – рождений и смертей.

Коэффициент брачности:

$$K_{бр} = \frac{\text{Число браков за период}}{\text{Средняя численность за период}} \cdot 1000\text{‰}$$

Показывает, сколько заключено браков за период на каждую тысячу населения.

Коэффициент разводимости:

$$K_{разв} = \frac{\text{Число разводов за период}}{\text{Средняя численность за период}} \cdot 1000\text{‰}$$

Показывает, сколько разведено пар за период на каждую тысячу населения.

Коэффициент устойчивости браков:

$$1) K_{уст} = \frac{\text{Число разведенных браков за период}}{\text{Число заключенных браков за период}} \cdot 1000\text{‰}$$

Показывает, сколько разведенных браков приходится на каждую тысячу заключенных браков.

Среднегодовая численность населения области:

$$(3214,6 + 3203,8) : 2 = 3209,2 \text{ тыс. чел.}$$

Вывод: в данном году в области проживало в среднем 3209,2 тыс. чел.

Коэффициент рождаемости:

$$\frac{28,732}{3209,2} \cdot 1000 \text{ ‰} = 9 \text{ ‰}$$

Вывод: в данном году в области на каждую тысячу населения родилось 9 человек.

Коэффициент смертности:

$$\frac{46,839}{3209,2} \cdot 1000 \text{ ‰} = 15 \text{ ‰}$$

Вывод: в данном году в области на каждую тысячу населения умерло 15 человек.

Коэффициент естественного движения населения:

$$1) \frac{28,732 - 46,839}{3209,2} \cdot 1000 \text{ ‰} = - 6 \text{ ‰}$$

$$2) 9 \text{ ‰} - 14,6 \text{ ‰} = - 6 \text{ ‰}$$

Вывод: в данном году вследствие естественных причин – рождаемости и смертности – каждая тысяча населения области уменьшилась на 6 человек.

Коэффициент брачности:

$$\frac{23}{3209,2} \cdot 1000 \text{ ‰} = 7 \text{ ‰}$$

Вывод: в данном году в области на каждую тысячу населения приходилось 7 браков.

Коэффициент разводимости:

$$\frac{11}{3209,2} \cdot 1000 \text{ ‰} = 3 \text{ ‰}$$

Вывод: в данном году в области на каждую тысячу населения приходилось 3 развода.

Коэффициент устойчивости браков:

$$\frac{11}{23} \cdot 1000 \text{ ‰} = 478 \text{ ‰}$$

Вывод: в данном году в области на каждую тысячу заключенных браков приходилось 478 разведенных браков.

Задачи для самостоятельного решения

1.3. Имеются данные Управления статистики о движении населения Нижегородской области в 2019-2020 гг.:

Абсолютные показатели	201	202
	9	0
Родилось, чел.	289	276
	77	48
Умерло, чел.	469	550

	37	86
Число браков, единиц	195	161
	72	10
Число разводов, единиц	135	123
	92	38

Определить демографические коэффициенты, если численность населения области составляла: на 01.01.2019 – 3214623 чел., на 01.01.2020 – 3202946 чел., на 01.01.2021 – 3177816 чел. Сделать выводы.

1.3. Расчет относительных величин планового (бюджетного) задания и выполнения плана (бюджета)

Типовая задача. Имеются данные о продаже бензина автозаправочной станцией за два года, млн руб.:

Марка бензина	Предыдущий год, факт	Отчетный год	
		план	факт
А-92	16,8	17,3	18,0
А-95	8,4	8,4	8,0
А-97	5,5	5,2	5,2

Определить по каждой марке бензина и в целом по АЗС относительные величины планового задания на отчетный год и выполнения плана в отчетном году.

Методика и расчеты

Относительная величина планового задания:

$$OB_{пл.зад.} = \frac{\text{План (бюджет) будущего (планового) периода}}{\text{Факт данного (отчетного) периода}}$$

Сравниваются показатели разных периодов.

Представляется коэффициентом или в процентах и показывает, во сколько раз (коэффициент), на сколько процентов (ОВ в % минус 100%) и на сколько единиц (числитель минус знаменатель) план или бюджет будущего периода больше (меньше) факта отчетного периода.

Относительная величина выполнения плана:

$$OB_{вып.пл.} = \frac{\text{Факт отчетного периода}}{\text{План данного (отчетного) периода}}$$

Сравниваются показатели одного периода.

Представляется коэффициентом или в процентах и показывает, во сколько раз (коэффициент), на сколько процентов (ОВ в % минус 100%) и на сколько единиц (числитель минус знаменатель) факт отчетного периода больше (меньше) плана отчетного периода.

Если коэффициент меньше 1, в выводе не говорят – во сколько раз.

ОВ планового задания:

$$A-92: OB_{пл.зад.} = \frac{17,3}{16,8} = 1,03 \text{ или } 103\%$$

Вывод: планом отчетного года предусмотрено увеличить продажи бензина марки А-92 в 1,03 раза, или на 3% (103%-100% = 3%), или на 0,5 млн руб. (17,3 - 16,8 = 0,5 млн руб.).

$$A-95: OB_{пл.зад.} = \frac{8,4}{8,4} = 1 \text{ или } 100\%$$

Вывод: планом отчетного года по бензину марки А-95 не предусмотрено изменения продаж.

$$A-98: OB_{пл.зад.} = \frac{5,2}{5,5} = 0,945 \text{ или } 94,5\%$$

Вывод: планом отчетного года по бензину марки А-98 предусмотрено сократить продажи на 5,5; (94,5% - 100% = - 5,5%), или на 300 тыс. руб. (5,2 - 5,5 = - 0,3 млн руб.).

$$A3C: OB_{пл.зад.} = \frac{17,3+8,4+5,2}{16,8+8,4+5,5} = \frac{30,9}{30,7} = 1,007 \text{ или } 100,7\%$$

Вывод: по трем маркам бензина предусмотрено увеличить продажи в 1,007 раза, или на 0,7%, или на 200 тыс. руб.

ОВ выполнения плана:

$$A-92: OB_{вып.пл.} = \frac{18}{17,3} = 1,041 \text{ или } 104,1\%$$

Вывод: в отчетном году план продаж по бензину А-92 выполнен на 104,1%.

План перевыполнен в 1,041 раза, на 4,1% или 0,7 млн руб.

$$A-95: OB_{вып.пл.} = \frac{8}{8,4} = 0,952 \text{ или } 95,2\%$$

Вывод: в отчетном году план продаж по бензину А-95 выполнен на 95,2%.

План не довыполнен на 4,8% или 600 тыс. руб.

$$A-98: OB_{вып.пл.} = \frac{5,2}{5,2} = 1 \text{ или } 100\%$$

Вывод: в отчетном году план продаж по бензину А-98 выполнен на 100%.

$$A3C: OB_{вып.пл.} = \frac{18+8+5,2}{17,3+8,4+5,2} = \frac{31,2}{30,9} = 1,01 \text{ или } 101\%.$$

Вывод: в отчетном году план продаж по трем маркам бензина выполнен на 101%.

План перевыполнен в 1,01 раза, на 1% или на 300 тыс. руб.

Задачи для самостоятельного решения

1.4. Имеются данные бюджетного задания по увеличению (сокращению) затрат подразделения предприятия.

Статья затрат	Фактические затраты предшествующего периода, тыс. руб.	Планируемые бюджетные затраты, тыс. руб.
---------------	--	--

Затраты на оплату труда	436	480
Затраты на материалы	354	400
Затраты на освещение и отопление	55	60
Затраты на энергию	85	80
Затраты на техническое обслуживание	270	260
Амортизация	100	100
Всего затрат	1300	1380

Определить относительные величины бюджетного задания по отдельным статьям затрат и в целом по предприятию

1.5. Имеются плановые и фактические показатели о денежных поступлениях в организации, тыс. руб.

Денежные поступления	План на год	Факт за год
Реализация услуг	15608	16210
Дополнительное финансирование	3413	3220

Определить выполнение плана денежных поступлений по видам поступлений и в целом по организации. Сделать выводы.

1.6. Работа трех двигателей тепловой электростанции района характеризуется следующими данными:

Двигатель	Мощность, кВт	
	установленная	фактическая
1	400	360
2	600	550
3	800	700

Определить коэффициент использования установленной мощности каждым двигателем и в целом по электростанции. Указать вид относительного показателя. Сделать выводы.

1.7. Имеются данные Министерства финансов о бюджете Нижегородской области в 2020 - 2021 гг., млрд руб.:

Статьи бюджета	2020		2021
	План	Исполнение	План
Доходы	194,6	249,8	202,0
Расходы	194,6	261,5	217,0
Дефицит	0,0	-11,7	-15,0

Определить относительные величины бюджетного задания в 2021 г. и исполнения бюджета Нижегородской области в 2020 г. по статьям бюджета. Сделать выводы.

1.4. Расчет относительных величин структуры, координации и сравнения

Типовая задача 1. По данным типовой задачи п.1.3 определить структуру фактических продаж разных марок бензина в отчетном году. Сравнить объем фактических продаж разных марок бензина.

Методика и расчеты

Относительная величина структуры:

$$OB_{стр} = \frac{\text{Численность (объем признака) части совокупности}}{\text{Численность (объем признака) всей совокупности}}$$

Представляется коэффициентом в долях единицы или в процентах и показывает долю, или удельный вес, численности (объема признака) части совокупности в численности единиц (объеме признака) всей совокупности. Часто обозначается d .

Проверка расчетов ОВ структуры. Сумма удельных весов всех частей совокупности должна равняться 1 или 100%.

Относительная величина координации:

$$OB_{koord} = \frac{\text{Численность (объем признака) одной (большей) части совокупности}}{\text{Численность (объем признака) другой (меньшей) части совокупности}}$$

За базу сравнения (знаменатель) относительной величины координации берется численность единиц или объем признака меньшей части совокупности.

Показатель координации отражает, во сколько раз одна часть совокупности больше другой по численности единиц или объему изучаемого признака.

ОВ координации представляется только коэффициентом.

ОВ структуры:

$$A-92: OB_{стр} = \frac{18}{18+8+5,2} = \frac{18}{31,2} = 0,577 \text{ или } 57,7\%$$

Вывод: в общем объеме фактических продаж АЗС в отчетном году доля продаж бензина марки А-92 составляла 57,7%.

$$A-95: OB_{стр} = \frac{8}{31,2} = 0,256 \text{ или } 25,6\%$$

Вывод: в общем объеме фактических продаж АЗС в отчетном году доля продаж бензина марки А-95 составляла 25,6%.

$$A-98: OB_{стр} = \frac{5,2}{31,2} = 0,167 \text{ или } 16,7\%$$

Вывод: в общем объеме фактических продаж АЗС в отчетном году доля продаж бензина марки А-98 составляла 16,7%.

Проверка расчетов:

$$1) 0,577+0,256+0,167 = 1$$

$$2) 57,7\%+25,6\%+16,7\% = 100\%$$

ОВ координации:

$$OB_{\text{коорд}} = \frac{18}{8} = 2,25 \text{ раза}; \quad OB_{\text{коорд}} = \frac{18}{5,2} = 3,46 \text{ раза}; \quad OB_{\text{коорд}} = \frac{8}{5,2} = 1,54 \text{ раза}$$

Вывод: в отчетном году объем фактических продаж бензина А-92 в 2,25 раза превысил объем продаж бензина А-95 и в 3,46 раза бензина А-98. Объем продаж бензина А-95 больше, чем А-98 в 1,54 раза.

Типовая задача 2. В 2019 г. продолжительность жизни японца – 84,5 лет, россиянина – 72,4 лет, жителя Чада – 54 лет. Сравнить продолжительность жизни японца и россиянина.

Методика и расчеты

$$OB_{\text{ср.}} = \frac{\text{Показатель, характеризующий одну совокупность}}{\text{Такой же показатель, характеризующий другую совокупность}}$$

В числителе указывается больший показатель, представляется только коэффициентом. Показывает, во сколько раз одноименный показатель, характеризующий одну совокупность, больше этого одноименного показателя, характеризующего другую совокупность.

$$OB_{\text{ср.}} = 84,5:72,4 = 1,2 \text{ раза}$$

$$OB_{\text{ср.}} = 84,5:54 = 1,5 \text{ раза}$$

Вывод: продолжительность жизни японца больше, чем россиянина в 1,2 раза или на 12,1 лет, а жителя Чада – в 1,5 раза или на 30,5 лет.

Задачи для самостоятельного решения

1.8. По данным задачи для самостоятельного решения 1.4 определить структуру фактических затрат предшествующего периода и планируемых бюджетных затрат. Выполнить проверку расчетов. Сравнить структуру фактических и планируемых затрат. Сделать выводы.

1.9. По данным задачи для самостоятельного решения 1.6 определить структуру установленной и фактической мощности. Сравнить структуру установленной и фактической мощности. Сделать выводы.

1.10. Имеются данные Федеральной налоговой службы о поступлении налогов в консолидированный бюджет РФ за январь - октябрь 2019 и 2020 гг., млрд руб.:

Виды налогов	2019	2020
Налог на добавленную стоимость	3473,9	3447,1
Налог на прибыль	3987,4	3435,5
Налог на добычу полезных ископаемых	5124,7	3274,5
Налог на доходы физических лиц	3088,1	3221,6
Акцизы	1050,5	1532,1
Имущественные налоги	1144,6	1047,5

Определить структуру налоговых поступлений в консолидированный бюджет РФ в январе – октябре 2019 и 2020 г. Сравнить поступления по видам налогов и по годам. Сделать выводы.

1.11. Имеются данные о движении основных фондов предприятия в отчетном году:

Показатели	Млн руб.
Балансовая стоимость основных фондов на начало года	700
Износ фондов на начало года	140
Введено в эксплуатацию основных фондов за год	85
Выбыло фондов по балансовой стоимости за год	40
Износ фондов на конец года	120

Определить показатели движения основных фондов: коэффициенты обновления и выбытия основных фондов за год; коэффициенты износа и годности основных фондов на начало и конец года. Указать вид относительных величин. Сделать выводы.

Примечание. Коэффициент обновления показывает долю введенных за год фондов в их стоимости на конец периода, коэффициент выбытия – долю выбывших за год фондов в их стоимости на начало периода.

Коэффициент износа отражает долю изношенной части фондов в их балансовой стоимости на начало и конец года. Коэффициент годности – долю стоимости за вычетом износа в балансовой стоимости фондов на начало и конец года.

1.12. Имеются данные о движении персонала на предприятии за год.

Показатели	Человек
Среднесписочная численность работников	520
Принято за год	25
Уволено за год	30
в том числе по собственному желанию	12

Определить показатели движения рабочей силы: коэффициенты оборота по приему, выбытию, текучести. Указать вид относительных величин. Сделать выводы.

Примечание. Коэффициент оборота по приему – доля принятых за год в среднесписочной численности работников; по выбытию – доля выбывших за год в среднесписочной численности работников; текучести – доля выбывших по собственному желанию и за нарушение трудовой дисциплины в среднесписочной численности работников.

1.13. Имеются данные по двум малым предприятиям, тыс. руб.:

№ пп	Показатели	Предприятия	
		1	2
1	Прибыль	15200	14875
2	Среднегодовая стоимости основных средств	11354	10500
3	Затраты на производство продукции	30800	29400
4	Объем продукции	46000	44275

Сравнить абсолютные показатели двух малых предприятий. Сделать выводы.

1.14. Имеются данные о потреблении продуктов питания на душу населения в год, килограммов:

№ пп	Продукты питания	Россия	США	Германия
1	Мясо м мясопродукты	68,0	113,0	88,0
2	Молоко и молочные продукты	249,0	273,0	443,0
3	Животное масло	3,9	2,2	5,9
4	Сахар	40,0	59,0	36,0
5	Растительное масло	13,7	31,0	16,0
6	Картофель	111,0	54,0	73,0
7	Овощи и бахчевые	109,0	123,0	100,0
8	Фрукты и ягоды	61,0	113,0	125,0
9	Хлеб, макаронные изделия, крупа	119,0	91,0	98,0

Определить вид исходных показателей. Рассчитать относительные показатели всех возможных видов. Сравнить структуру потребления в разных странах. Сделать выводы.

1.15. Имеются данные о продаже товара за два года, единиц:

№ пп	Вид товара	Предыдущий год, факт	Отчетный год	
			план	факт
1	А	675	680	700
2	Б	184	190	180
3	В	195	200	210
4	Г	870	900	900

Определить относительные показатели всех возможных видов по отдельным видам товара и всем видам товаров вместе. Сделать выводы. Дать графическое изображение структуры фактических продаж в отчетном году.

1.16. Имеются данные отчетного года по двум предприятиям одного вида деятельности:

№ пп	Показатели	Предприятие 1	Предприятие 2
1	Рентабельность, %	18	20
2	Фондоотдача, руб.	1,2	0,9

Указать вид исходных показателей. Исчислить относительные показатели. Сделать выводы по исходным и исчисленным показателям.

1.5. Расчет относительных величин интенсивности развития

Типовая задача. Имеются данные по малому предприятию за отчетный год.

№ пп	Абсолютные показатели	Значение
1	Средняя численность работников, чел.	15
2	Объем выпуска продукции, млн руб.	60
3	Средняя стоимость основных фондов, млн руб.	80
4	Прибыль, млн руб.	20
5	Затраты на выпуск продукции, млн руб.	40

Определить относительные величины интенсивности: производительности труда, фондоотдачи, фондоемкости, фондовооруженности, рентабельности, затрат на выпуск продукции.

Методика и расчеты

Относительная величина интенсивности развития – результат сравнения разноименных показателей, находящихся в связи один с другим и характеризующих разные статистические совокупности.

$$OB_{\text{итт}} = \frac{\text{Зависимый показатель}}{\text{Факторный показатель}}$$

Показатель, влияющий на значение другого показателя, называется факторным. Показатель, на который влияет фактор, – зависимым.

В числителе относительной величины интенсивности развития находится зависимый показатель, в знаменателе – факторный.

Для облегчения понимания сущности относительных величин интенсивности развития вводится формальная (логическая) единица измерения. Она отражает формулу расчета показателя и его смысл.

Производительность труда = $\frac{\text{объем продукции}}{\text{затраты труда}}$ (шт./чел, м/чел.-час, тыс. руб./чел.).

Показывает, сколько продукции произведено за период на единицу затрат труда.

Чем больше затрачено труда, тем больше произведено продукции. Затраты труда – факторный показатель, объем продукции – зависимый.

$$\text{Фондоотдача} = \frac{\text{объем продукции}}{\text{средняя стоимость основных фондов}} \text{ (руб.)}$$

Показывает, сколько руб. продукции произведено за период с каждого рубля фондов.

Чем больше стоимость оборудования, тем больше продукции. Стоимость основных фондов – факторный признак, объем продукции – зависимый.

$$\text{Фондоемкость} = \frac{\text{средняя стоимость основных фондов}}{\text{объем продукции}} \text{ (руб.)}$$

Показывает, на какую сумму затрачено основных фондов для производства продукции стоимостью 1 рубль.

Чем больше объем продукции, тем больше надо основных фондов. Объем продукции – факторный признак, стоимость основных фондов – зависимый.

$$\text{Фондовооруженность} = \frac{\text{средняя стоимость основных фондов}}{\text{средняя численность работников}} \text{ (руб.)}$$

Показывает, какова стоимость основных фондов, приходящихся на одного работника.

Чем больше численность работников, тем больше требуется оборудования. Средняя численность работников – факторный признак, средняя стоимость основных фондов – зависимый.

$$\text{Рентабельность} = \frac{\text{прибыль}}{\text{затраты}}$$

Рентабельность представляется коэффициентом, чаще в %.

Показывает, сколько рублей (коэффициент) или сколько копеек (проценты) прибыли получила организация с каждого рубля затрат.

$$\text{Затраты на рубль товарной продукции} = \frac{\text{затраты на выпуск продукции}}{\text{объем выпуска продукции}} \text{ (руб.)}$$

Показывает, какова стоимость затрат, приходящихся на выпуск продукции стоимостью 1 рубль.

Чем больше объем выпуска, тем больше требуется затрат. Объем выпуска продукции – факторный признак, затраты на выпуск продукции – зависимый.

Производительность труда: $60:15 = 4$ млн руб./чел.

Вывод: каждый работник малого предприятия за год произвел продукции на 4 млн руб.

Фондоотдача: $60 : 80 = 0,75$ руб.

Вывод: с каждого рубля стоимости основных фондов предприятие за год получило продукции на сумму 0,75 руб.

Фондоемкость: $80 : 60 = 1,3$ руб.

Вывод: для производства продукции стоимостью 1 рубль за год израсходовано основных фондов на сумму 1,3 руб.

Фондовооруженность: $80 : 15 = 5,33$ млн руб.

Вывод: на каждого работника приходится основных фондов на сумму 5,33 млн руб.

Рентабельность: $20 : 40 = 0,5$ или 50%

Вывод: с каждого рубля затрат предприятие получило 0,5 руб. (или 50 коп.) прибыли.

Затраты на рубль товарной продукции: $40 : 60 = 0,67$ руб.

Вывод: для выпуска продукции стоимостью 1 рубль требуется произвести затраты стоимостью 67 коп.

Задачи для самостоятельного решения.

1.17. Имеются данные по двум малым предприятиям, тыс. руб.:

№ пп	Показатели	Предприятия	
		1	2
1	Прибыль	15200	14875
2	Среднегодовая стоимости основных средств	11354	10500
3	Затраты на производство продукции	30800	29400
4	Объем продукции	46000	44275

Определить и сравнить относительные показатели интенсивности развития. Сделать выводы.

1.18. Имеются данные отчетного года по двум предприятиям одного вида деятельности:

№ пп	Показатели	Предприятие 1	Предприятие 2
1	Рентабельность, %	18	20
2	Фондоотдача, руб.	1,2	0,9

Указать вид исходных показателей. Исчислить относительные показатели, указать их вид. Сделать выводы по исходным и исчисленным показателям.

1.19. Имеются данные отчетного года по двум предприятиям одного вида деятельности:

№ пп	Показатели	Предприятие 1	Предприятие 2
1	Фондовооруженность, тыс. руб.	500	320
2	Фондоемкость, руб.	0,8	1,1

Указать вид исходных показателей. Исчислить относительные показатели, указать их вид. Сделать выводы по исходным и исчисленным показателям.

1.20. Имеются данные по пяти предприятиям за отчетный год:

№ пп	Абсолютные показатели	Предприятия (варианты)				
		1	2	3	4	5
1	Средняя численность работников, чел.	315	210	124	434	289
2	Объем выпуска продукции, млн руб.	120	80	47	165	110
3	Средняя стоимость основных фондов, млн руб.	96	64	38	133	89
4	Прибыль, млн руб.	41	27	12	45	30
5	Затраты на выпуск продукции, млн руб.	79	53	35	120	80

Определить показатели интенсивности развития предприятия. Сделать выводы.

ТЕМА 2. СТАТИСТИЧЕСКАЯ СВОДКА И ГРУППИРОВКА.

Практические занятия по данной теме предусматривают решение следующих типов задач: 1) определение вида группировки; 2) построение дискретного вариационного ряда распределения; 3) построение интервального ряда распределения.

2.1. Определение вида группировки

Типовая задача. Имеются данные о группировке предприятий региона по видам экономической деятельности на начало года:

Вид экономической деятельности	Единиц
Обрабатывающие производства	35
Производство и распределение электроэнергии, газа, воды	31
Строительство	22
Оптовая и розничная торговля; ремонт автотранспортных средств, мотоциклов, бытовых изделий и предметов личного пользования	51
Гостиницы и рестораны	25
Транспорт и связь	32
Операции с недвижимым имуществом, аренда и предоставление услуг	11
Образование	24
Здравоохранение и предоставление социальных услуг	40

Определить вид группировки.

Виды группировок

Группировка – разбиение изучаемой совокупности на подмножества (группы) в зависимости от значений исследуемого признака.

Группировочный признак, или основание группировки, - признак, на основании которого формируются подмножества исходной совокупности. Группировочный признак может быть количественным (дискретным или интервальным) и атрибутивным, в том числе альтернативным.

Значения количественного признака называются вариантами, обозначаются x . Размер группы может быть в числе единиц, входящих в группу, обозначается f , или в объеме группировочного признака w .

Если f в единицах, то называется частотой, если в долях или процентах - частостью.

По цели исследования различают типологические, структурные и аналитические группировки.

Типологические группировки проводятся с целью выделения в составе массового явления части единиц, однородных по условиям развития, на которые влияют одни и те же факторы и которые подчиняются одним и тем же закономерностям. Типологическая группировка – разбиение качество

разнородной совокупности на качественно однородные группы (классы, типы, виды).

Структурные группировки осуществляются с целью исследования состава совокупности. Структурная группировка – разделение качественно однородной совокупности на группы в зависимости от значений группировочного признака.

Аналитические группировки проводятся с целью выявления взаимосвязи признаков, характеризующих единицы одной и той же исходной совокупности. Признак, значения которого влияют на значения другого признака, называется факторным, зависимый признак – результативным. Аналитическая группировка производится по факторному признаку, рядом с которым фиксируются значения результативного. Производится анализ поведения результативного признака при изменении факторного признака.

Если изучается связь численности работников банков с суммой их активов, производится группировка банков по стоимости активов, для каждой группы (сумма активов) фиксируется численность работников. С ростом активов банков (факторного признака) численность работников возрастает (результативный признак).

Универсальные группировки одновременно отражают типы, структуру совокупности и закономерности изменения значений одного признака в зависимости от другого.

По числу оснований группировки различают простые группировки (один признак) и сложные (два и более признака). Сложные группировки бывают комбинированными (два-четыре признака) и многомерными (любое число признаков свыше четырех).

В зависимости от соподчиненности группировочных признаков группировки могут быть фасетными (списочными) и иерархическими. В фасете последовательно перечисляются значения одного группировочного признака. Простые группировки всегда фасетные.

В иерархической группировке множество единиц последовательно распределяется на подмножества по соподчиненным группировочным признакам.

Исходные данные, подлежащие группировке, могут быть неупорядоченными, в этом случае группировка является первичной. Если группировка производится по данным первичной группировки, то она является вторичной.

Исходная группировка типологическая, выполнена с целью выделения типов предприятий региона по видам деятельности; простая – по одному признаку «вид деятельности»; фасетная – группировочный признак один; первичная – выполнена по неупорядоченным данным.

Задачи для самостоятельного решения

2.1. Дать характеристику группировки источников финансирования предприятия, выполненную с целью анализа структуры финансирования:

Источник финансирования	В % к итогу
Прибыль	12,0
Долгосрочные кредиты банков	64,9
Краткосрочные кредиты банков	23,1
Итого:	100,0

2.2. Дать характеристику группировки, выполненную с целью установления зависимости прибыли от суммы активов банка:

Сумма активов, млрд руб.	Количество банков	Прибыль, млрд руб.
До 20	19	22,5
20-30	8	31,6
30-40	7	36,0
40-50	9	69,2
50 и более	7	205,6

2.2. Построение дискретного вариационного ряда распределения

Типовая задача. Имеются данные о стаже работников малого предприятия.

№ работ-ника	Стаж, лет						
1	19	7	18	13	15	19	8
2	1	8	16	14	16	20	13
3	11	9	7	15	12	21	14
4	14	10	10	16	13	22	12
5	3	11	3	17	10	23	14
6	21	12	13	18	13	24	15

С целью анализа структуры работников малого предприятия по стажу построить дискретный ряд распределения работников по стажу. Дать характеристику группировки. Рассчитать относительные величины структуры. Сделать выводы.

Методика и расчеты

Ряд распределения - упорядоченное расположение единиц совокупности и отдельных ее подмножеств по значениям группировочного признака. Упорядочивание значений может производиться по алфавиту (для атрибутивного признака), в порядке возрастания количественного признака или другим способом.

Ряд распределения – форма представления структурной группировки. На основании их рассчитываются следующие показатели: относительные величины структуры; относительные величины координации; средние величины и показатели вариации.

В зависимости от вида группировочного признака различают ряды распределения атрибутивные и количественные (вариационные). Вариационные ряды бывают дискретными и интервальными (с закрытыми и открытыми интервалами).

Методика построения дискретного вариационного ряда распределения:

1. На основании неупорядоченных первичных данных строится ранжированный ряд единиц совокупности по возрастанию (реже убыванию) значений вариант, в котором указываются значения группировочного признака x и порядковые номера единиц совокупности, обладающих этими значениями (например, №№ предприятий, №№ респондентов).

2. На основании ранжированного ряда строится ряд распределения по возрастанию (реже убыванию) значений группировочного признака, в котором указываются значения группировочного признака x и число единиц с этими значениями f .

3. Дается графическое представление дискретного ряда распределения - полигон распределения, кумулята, огива.

4. Рассчитываются обобщающие показатели – относительные величины структуры и координации, средние величины и показатели вариации.

5. По ряду распределения, его графическому представлению, исчисленным показателям делаются выводы, характеризующие данную совокупность.

Ранжированный ряд

№ пп	Стаж, лет	№№ работников	№ пп	Стаж, лет	№№ работников
1	1	2	8	13	12, 16, 18, 20,
2	3	5, 11	9	14	4, 21, 23
3	7	9	10	15	13, 24
4	8	19	11	16	8, 14
5	10	10,17	12	18	7
6	11	3	13	19	1
7	12	15, 22	14	21	6

Дискретный ряд распределения

№ группы	Стаж, лет	Число работников, чел.	$\sum f$	Удельный вес, %
	x	f		
1	1	1	1	4,17
2	3	2	3	8,33
3	7	1	4	4,17
4	8	1	5	4,17
5	10	2	7	8,33
5	11	1	8	4,17
7	12	2	10	8,33
8	13	4	14	16,66
9	14	3	17	12,5
10	15	2	19	8,33
11	16	2	21	8,33

12	18	1	22	4,17
13	19	1	23	4,17
14	21	1	24	4,17
Итого		24	-	100,00

Характеристика группировки:

по цели – структурная, выполнена с целью анализа структуры работников малого предприятия по стажу, представлена дискретным рядом распределения;

по числу группировочных признаков – простая, признак один – стаж работы;

по соподчиненности признаков – фасетная, простая группировка всегда фасетная;

по исходный данным – первичная, выполнена по неупорядоченным исходным данным.

Выводы. В общей численности работников наибольший удельный вес занимает группа работников со стажем 13 лет (4 человека, или 16,66%). На втором месте по удельному весу находится группа работников со стажем 14 лет (3 чел., или 12,5%). Одинаковую долю в общей численности работников (по 2 чел., или по 8,33%) имеют группы со стажем 3,10,12,15 и 16 лет. Наименьший удельный вес (по 1 чел., или по 4,17%) занимают группы работников со стажем 1, 7, 8, 11, 18, 19 и 21 лет.

Задачи для самостоятельного решения

2.3. Имеются данные обувного магазина о размерах проданной детской обуви:

№ коробки	Размер обуви						
1	34	11	33	21	34	31	31
2	32	12	34	22	32	32	34
3	33	13	31	23	31	33	32
4	34	14	33	24	34	34	31
5	32	15	32	25	33	35	32
6	33	16	31	26	31	36	31
7	31	17	33	27	34	37	34
8	32	18	34	28	33	38	32
9	33	19	31	29	34	39	32
10	34	20	33	30	32	40	33

С целью анализа структуры проданной детской обуви по размеру построить дискретный ряд распределения обуви по размеру. Дать характеристику группировки. Построить графическое изображение ряда. Рассчитать относительные величины структуры. Сделать выводы.

2.4. Имеются данные о стаже работников малого предприятия.

№ пп	Стаж, лет	№ пп	Стаж, лет	№ пп	Стаж, лет
1	1,0	11	13,2	21	5,0
2	1,0	12	14,0	22	6,0
3	1,0	13	11,0	23	10,1
4	6,5	14	12,0	24	5,5
5	9,2	15	4,5	25	2,5
6	4,4	16	10,5	26	5,0
7	6,9	17	1,0	27	5,3
8	2,5	18	9,0	28	7,5
9	2,7	19	9,0	29	7,0
10	16,0	20	6,5	30	8,0

С целью анализа структуры работников предприятия по стажу построить дискретный ряд распределения работников по стажу. Дать характеристику группировки. Построить графическое изображение ряда. Рассчитать относительные величины структуры. Сделать выводы.

2.3. Построение интервального вариационного ряда распределения

По дискретному ряду распределения типовой задачи п. 2.2 построить равноинтервальный вариационный ряд распределения. Рассчитать относительные величины структуры. Сделать выводы.

Методика и расчеты

1. Строится дискретный ряд распределения.
2. На основании цели исследования и варьированности исходных данных в дискретном ряду принимается решение о построении интервального ряда с равными или неравными интервалами.
3. Определяется примерное число групп на основании численности единиц совокупности по номограмме Стерджесса:

Номограмма Стерджесса:

Число единиц совокупности, n	10 - 24	25 - 44	45 - 89	90 - 179
Число групп, n_{gp}	5	6	7	8

4. Задаются интервалы значений группировочного признака по группам.

Если ряд равноинтервальный, то рассчитывается ширина равного интервала.

Ширина равного интервала h :

$$h = \frac{x_{\max} - x_{\min}}{n_{gp}},$$

где x_{\max} - максимальное значение группировочного признака; x_{\min} - минимальное значение группировочного признака; n_{gp} - число равных групп.

5. На основании дискретного ряда подсчитывается количество единиц в каждой группе.

6. Строится ряд распределения.
7. Дается графическое изображение построенного ряда распределения – гистограмма распределения, полигон, кумулята, огива.
8. Рассчитываются обобщающие показатели – относительные величины структуры и координации, средние величины и показатели вариации.
9. По ряду распределения, его графическому представлению, исчисленным показателям делаются выводы, характеризующие данную совокупность.

Построение и расчеты

Число групп по номограмме Стерджесса:

Для $n = 24$ $n_{сп} = 5$

Ширина равного интервала h :

$$h = \frac{x_{\max} - x_{\min}}{n_{гр}} = \frac{21-1}{5} = 4 \text{ лет}$$

Интервальный ряд распределения: (задаем интервалы стажа по группам, определяем число работников в каждой группе, рассчитываем удельный вес каждой группы в общей численности работников).

№ группы	Стаж, лет	Число работников, чел.	Удельный вес, %
1	1-5	3	12,50
2	5-9	2	8,33
3	9-13	5	20,83
4	13-17	11	45,84
5	17-21	3	12,50
Итого:		24	100,0

Характеристика группировки: структурная, представлена интервальным рядом распределения, простая, фасетная, **вторичная**, построена по дискретному ряду.

Выводы: в общей численности работников наибольший удельный вес занимает группа работников со стажем от 13 до 17 лет (11 чел., или 45,84%). На втором месте по удельному весу находится группа работников со стажем от 9 до 13 лет (5 чел., или 20,83%). Одинаковую долю в общей численности работников (по 3 чел., или по 12,5%) имеют группы со стажем от 1 до 5 лет и от 17 до 21 лет. Наименьший удельный вес (2 чел., или 8,33%) занимает группа работников со стажем от 5 до 9 лет.

Задачи для самостоятельного решения

2.5. По данным задачи 2.4 с целью анализа структуры работников предприятия по стажу построить равноинтервальный ряд распределения работников по стажу. Дать характеристику группировки. Построить графическое изображение ряда. Рассчитать относительные величины структуры. Сделать выводы.

2.6. Имеются данные о выпуске продукции предприятиями области в отчетном году, млн руб.:

№ пп	Объем выпуска						
1	1870	10	1367	19	1202	28	1054
2	1884	11	1343	20	1198	29	1020
3	1653	12	1280	21	1186	30	1015
4	1502	13	1277	22	1172	31	1009
5	1490	14	1262	23	1158	32	994
6	1484	15	1243	24	1132	33	980
7	1423	16	1231	25	1089	34	975
8	1396	17	1227	26	1075	35	945
9	1382	18	1214	27	1066	36	919

С целью анализа структуры предприятий области по объему выпуска продукции построить равноинтервальный ряд распределения предприятий по объему выпуска. Дать характеристику группировки. Построить графическое изображение ряда. Рассчитать относительные величины структуры. Сделать выводы.

2.7. Имеются данные о прибыли предприятий области в отчетном году, млн руб.:

№ пп	Прибыль						
1	178	10	140	19	178	28	96
2	202	11	152	20	75	29	61
3	94	12	98	21	108	30	99
4	12	13	202	22	84	31	252
5	169	14	78	23	72	32	18
6	74	15	152	24	92	33	63
7	35	16	306	25	214	34	89
8	12	17	312	26	252	35	92
9	72	18	118	27	212	36	91

С целью анализа структуры предприятий области по уровню прибыли построить равноинтервальный ряд распределения предприятий по объему прибыли. Дать характеристику группировки. Построить графическое изображение ряда. Рассчитать относительные величины структуры. Сделать выводы.

2.8. Имеются данные о численности работников предприятий области в отчетном году, чел.:

№ пп	Число работников						
1	1840	10	764	19	1338	28	544
2	908	11	98	20	178	29	40
3	174	12	341	21	690	30	782
4	668	13	133	22	1100	31	1144

5	260	14	684	23	374	32	1252
6	622	15	116	24	113	33	882
7	1502	16	899	25	483	34	556
8	1622	17	600	26	657	35	80
9	110	18	715	27	768	36	524

С целью анализа структуры предприятий области по численности работников построить равноинтервальный ряд распределения предприятий по числу работников. Дать характеристику группировки. Построить графическое изображение ряда. Рассчитать относительные величины структуры. Сделать выводы.

2.9. Имеются данные о капитале кредитных организаций области в отчетном году, млн руб.:

№ пп	Капитал						
1	206,6	8	181,8	15	232,7	22	241,2
2	201,2	9	312,9	16	187,4	23	230,1
3	192,0	10	181,8	17	170,3	24	176,6
4	322,4	11	319,9	18	156,9	24	155,9
5	246,9	12	206,2	19	167,8	26	179,0
6	178,6	13	182,1	20	167,0	27	172,7
7	241,4	14	174,1	21	199,1	28	170,8

С целью анализа структуры банков области по размеру капитала построить равноинтервальный ряд распределения банков по сумме капитала. Дать характеристику группировки. Построить графическое изображение ряда. Рассчитать относительные величины структуры. Сделать выводы.

2.10. Имеются данные об активах кредитных организаций области в отчетном году, млн руб.:

№ пп	Активы						
1	2,44	8	2,20	15	2,82	22	2,03
2	2,42	9	2,80	16	2,28	23	2,37
3	2,27	10	2,22	17	2,23	24	2,90
4	3,86	11	3,83	18	2,01	24	2,74
5	2,98	12	2,47	19	1,89	26	2,13
6	2,14	13	2,19	20	2,04	27	2,06
7	2,92	14	2,07	21	2,70	28	1,97

С целью анализа структуры банков области по размеру активов построить равноинтервальный ряд распределения банков по сумме активов. Дать характеристику группировки. Построить графическое изображение ряда. Рассчитать относительные величины структуры. Сделать выводы.

2.11. Имеются данные о вкладах физических лиц на счетах в банке, тыс. руб.:

№ пп	Вклад								
1	911	11	230,1	21	1396	31	1028	41	563
2	478	12	176,6	22	695	32	878	42	793

3	956	13	155,9	23	844	33	819	43	1296
4	519	14	179,0	24	756	34	1070	44	1165
5	417	15	172,7	25	911	35	1079	45	1057
6	1178	16	170,8	26	623	36	926	46	1244
7	933	17	1190	27	656	37	912	47	744
8	1295	18	869	28	963	38	1002	48	576
9	917	19	866	29	611	39	1140	49	916
10	926	20	770	30	892	40	1278	50	845

С целью анализа структуры вкладов физических лиц по размеру вклада построить равноинтервальный ряд распределения (с точностью до 1 тыс. руб.). Дать характеристику выполненной группировки. Построить графическое изображение ряда распределения. Рассчитать относительные величины структуры. Сделать выводы.

2.12. Имеются данные о месячной выработке работников предприятия.

№ пп	Месячная выработка, тыс. руб.	№ пп	Месячная выработка, тыс. руб.	№ пп	Месячная выработка, тыс. руб.
1	200	11	284	21	241
2	202	12	320	22	256
3	205	13	295	23	262
4	290	14	279	24	245
5	298	15	222	25	240
6	250	16	276	26	244
7	280	17	234	27	252
8	230	18	270	28	253
9	223	19	264	29	252
10	210	20	252	30	262

С целью анализа структуры работников предприятия по месячной выработке построить равноинтервальный ряд распределения работников по месячной выработке. Дать характеристику группировки. Построить графическое изображение ряда. Рассчитать относительные величины структуры. Сделать выводы.

2.13. Имеются данные о численности работников предприятий отрасли:

№ пп	Численность работников, чел.	№ пп	Численность работников, чел.	№ пп	Численность работников, чел.
1	100	11	43	21	96
2	140	12	256	22	85
3	94	13	182	23	110
4	83	14	124	24	112
5	157	15	110	25	67
6	195	16	102	26	63
7	54	17	96	27	250
8	120	18	98	28	212
9	180	19	84	29	184
10	125	20	76	30	137

С целью анализа структуры предприятий отрасли по численности работников построить равноинтервальный ряд распределения предприятий по численности работников. Дать характеристику группировки. Построить графическое изображение ряда. Рассчитать относительные величины структуры. Сделать выводы.

2.14. Имеются данные об объеме произведенной за год продукции предприятиями отрасли:

№ пп	Объем продукции, млн руб.	№ пп	Объем продукции, млн руб.	№ пп	Объем продукции, млн руб.
1	560	11	100	21	300
2	760	12	990	22	240
3	440	13	870	23	240
4	520	14	410	24	230
5	800	15	310	25	150
6	960	16	410	26	130
7	310	17	370	27	920
8	570	18	330	28	650
9	820	19	210	29	340
10	440	20	160	30	320

С целью анализа структуры предприятий отрасли по объему произведенной за год продукции построить равноинтервальный ряд распределения предприятий по объему продукции. Дать характеристику группировки. Построить графическое изображение ряда. Рассчитать относительные величины структуры.

2.15. Имеются данные о прибыли малых предприятий одного вида деятельности:

№ предприятия	Прибыль, тыс. руб.				
	1 вариант	2 вариант	3 вариант	4 вариант	5 вариант
1	210	900	1700	580	35
2	300	1100	2000	630	300
3	340	1380	2350	700	80
4	250	950	1800	720	100
5	400	1300	1900	1150	830
6	200	1150	1930	1100	280
7	220	740	2200	800	35
8	180	930	1850	950	300
9	440	1090	1300	1030	570
10	170	1270	2400	730	620
11	260	1000	2700	450	350
12	410	1200	1810	1300	240
13	430	1180	1900	1100	600
14	490	1300	2250	1250	510
15	190	980	2100	1010	400
16	130	1100	2300	710	310

17	330	880	2040	880	700
18	280	800	1730	800	690
19	380	1290	2150	950	100
20	250	1070	1900	900	290

С целью анализа структуры предприятий одного вида деятельности по размеру прибыли построить дискретный и равноинтервальный ряд распределения предприятий по размеру прибыли. Дать характеристику группировок. Построить графическое изображение рядов. Рассчитать относительные величины структуры. Сделать выводы

ТЕМА 3. СРЕДНИЕ ВЕЛИЧИНЫ И ПОКАЗАТЕЛИ ВАРИАЦИИ

Практические занятия по данной теме предусматривают решение следующих типов задач: 1) расчет средней арифметической; 2) расчет средней гармонической; 3) расчет средней хронологической; 4) расчет показателей вариации; 5) расчет структурных средних.

3.1. Расчет средней арифметической

Типовая задача 1. Имеются данные о выпуске продукции предприятиями одного вида деятельности, млн руб.:

№ предприятия	1	2	3	4	5	6	7
Объем выпуска	32	34	41	37	33	38	34

Определить средний объем выпуска продукции предприятий данного вида деятельности.

Методика и расчеты

Средняя - обобщающая числовая характеристика изучаемого количественного признака по всем единицам статистической совокупности.

Средние бывают степенные и структурные. К степенным средним относятся: арифметическая, гармоническая, квадратическая, хронологическая, геометрическая.

Средняя имеет те же единицы измерения, что и варианты x . Если осредняются относительные величины, то средняя представляется коэффициентом (% , ‰).

Выбор вида степенной средней зависит от содержания логической формулы расчета осредняемого признака и имеющихся исходных данных, на основании которых производится расчет.

Средняя арифметическая применяется, если известны значения осредняемого признака (x) и количество единиц совокупности с определенным значением признака (f). Средняя арифметическая бывает простой и взвешенной.

Средняя арифметическая простая используется, если каждое значение встречается один раз, т.е. для каждого значения признака $f = 1$, или если исходные данные не упорядочены и неизвестно, сколько единиц имеют определенные значения признака:

$$\bar{x} = \frac{\sum x}{n},$$

где x - значение осредняемого признака (варианта); n - число единиц изучаемой совокупности.

Если каждое значение признака x встречается несколько раз, т.е. для каждого x значение признака $f \neq 1$, а также если исходные данные заданы дискретным или интервальным рядом распределения, применяется средняя арифметическая взвешенная:

$$\bar{x} = \frac{\sum xf}{\sum f},$$

где x - значение осредняемого признака; f - вес значения признака (частота, если f - число единиц совокупности; частость, если f - доля единиц с вариантой x в общем объеме совокупности).

В исходных данных типовой задачи 1 каждый объем продукции встречается один раз и исходные данные не упорядочены, для расчета среднего объема продукции применима средняя арифметическая простая:

$$\bar{x} = \frac{\sum x}{n} = \frac{32 + 34 + 41 + 37 + 33 + 38 + 34}{7} = \frac{249}{7} = 35,6 \text{ млн руб.}$$

Вывод: предприятие данного вида деятельности выпускает в среднем продукции на сумму 35,6 млн руб.

Типовая задача 2. В типовой задаче п. 2.2 получен дискретный ряд распределения работников малого предприятия по стажу:

№ группы	Стаж, лет	Число работников, чел.
	x	f
1	1	1
2	3	2
3	7	1
4	8	1
5	10	2
5	11	1
7	12	2
8	13	4
9	14	3
10	15	2
11	16	2
12	18	1
13	19	1
14	21	1
Итого		24

Определить средний стаж работников данного предприятия.

Методика и расчеты

Исходные данные типовой задачи 2 представлены дискретным рядом распределения, для расчета среднего стажа применима средняя арифметическая взвешенная.

Расчетная таблица

Стаж, лет	Число работников, чел.	xf
x	f	
1	1	1
3	2	6
7	1	7

8	1	8
10	2	20
11	1	11
12	2	24
13	4	52
14	3	42
15	2	30
16	2	32
18	1	18
19	1	19
21	1	21
Итого:	24	291

По формуле средней арифметической взвешенной средний стаж работников:

$$\bar{x} = \frac{\sum xf}{\sum f} = 291:24 = 12,1 \text{ лет}$$

Вывод: работники данного предприятия работают в среднем 12,1 лет.

Типовая задача 3. В результате группировки данных получен интервальный ряд распределения работников малого предприятия по стажу:

№ группы	Стаж, лет	Число работников, чел.
1	1-5	3
2	5-9	2
3	9-13	5
4	13-17	11
5	17-21	3
Итого:		24

Определить средний стаж работы работников малого предприятия.

Методика и расчеты

Методика расчета средней арифметической по интервальному ряду распределения:

1. Закрывают открытые интервалы, приняв их равными ближайшим - верхняя граница интервала закрытым.

2. За значения осредняемого признака x берут середины интервалов:

$$\bar{x}_{\text{инт}} = \frac{x_{\text{нз}} + x_{\text{вз}}}{2} \text{ (простая арифметическая),}$$

где $x_{\text{нз}}$ - нижняя граница интервала; $x_{\text{вз}}$ - верхняя граница интервала.

3. Расчет средней производят по средней арифметической взвешенной:

$$\bar{x} = \frac{\sum xf}{\sum f}$$

Расчетная таблица

Стаж, лет	Число работников, чел	x	xf
	f		
1 -5	3	3	9

5 - 9	2	7	14
9 -13	5	11	55
13 - 17	11	15	165
17-21	3	19	57
Итого:	24	-	300

Средины интервалов: $\overline{x_{инт}} = \frac{x_{нз} + x_{вз}}{2}$

Средняя арифметическая взвешенная:

$$\bar{x} = \frac{\sum xf}{\sum f} = 300:24 = 12,5 \text{ лет}$$

По дискретному ряду (типовая задача 2) $\bar{x} = 12,1$ года. Более точный расчет дает дискретный ряд распределения, в нем указаны фактические, а не осредненные исходные данные.

Задачи для самостоятельного решения

3.1. Имеются данные о распределении бригад по уровню выработки продукции за смену:

Бригады	Выработка рабочего, шт.	Число рабочих, чел.
1	110	12
2	120	10
3	130	14
4	140	8

Определить среднюю выработку рабочих четырех бригад. Обосновать выбор вида средней. Сделать выводы.

3.2. Имеются данные о разряде рабочих предприятия и разряде выполняемой ими работы.

Разряд работы	Разряд рабочих						Итого рабочих
	1	3	3	4	5	6	
1	16	6	-	7	-	-	29
2	8	21	-	3	-	-	32
3	3	8	9	-	12	-	32
4	-	-	1	40	8	-	49
5	-	-	-	-	20	8	28
6	-	-	-	20	-	10	30
Итого рабочих	27	35	10	70	40	18	200

С целью анализа соответствия квалификации рабочих сложности выполняемых ими работ рассчитать средний тарифный разряд рабочих и работ.

3.3. Имеются данные о распределении предприятий одного вида деятельности по стоимости основных фондов:

Стоимость фондов, млн руб.	1 - 3	3 - 5	5-7	7 - 9	9 - 11	11 и более
Число предприятий	15	30	20	15	15	5

Определить среднюю стоимость основных фондов данной совокупности предприятий, обосновав выбор вида средней. Сделать выводы.

3.4. Имеются данные о распределении работников малого предприятия по стажу работы:

Стаж работы, лет	Доля работников, в % к итогу
До 5	10
5 - 10	44
10- 15	30
15 - 20	10
20 и выше	6

Определить средний стаж работников малого предприятия. Сделать выводы.

3.2. Расчет средней гармонической

Типовая задача 1. Автомобиль с грузом от предприятия до склада ехал со скоростью 40 км/час, а обратно порожняком – 60 км/час.

Определить среднюю скорость поездки автомобиля.

Методика и расчеты

Средняя гармоническая применяется, если в исходных данных заданы значения осредняемого признака x и объем осредняемого признака W . Бывает простой и взвешенной.

Объем изучаемого признака всех единиц совокупности – результат умножения значения признака одной единицы (x) на количество или численность единиц (n, q, f), обозначается W :

$$W = xn \quad \text{или} \quad W = xq \quad \text{или} \quad W = xf$$

Если значения W для единиц совокупности равны, применяется средняя гармоническая простая:

$$\bar{x} = \frac{n}{\sum \frac{1}{x}},$$

где x - значения осредняемого признака; n - число значений x .

Если в исходных данных имеются значения осредняемого признака x и объем осредняемого признака $W = xf$ для каждого значения x , то для расчета средней применяется гармоническая взвешенная:

$$\bar{x} = \frac{\sum W}{\sum \frac{W}{x}},$$

где x - значение осредняемого признака x (варианта); W - вес варианты x , объем

осредняемого признака.

В исходных данных типовой задачи 1 скорость – осредняемый признак x . Расстояние - объем признака W : скорость x время в пути. Расстояние туда и обратно одинаковое, применима гармоническая взвешенная:

$$\bar{x} = \frac{n}{\sum \frac{1}{x}} = \frac{2}{\frac{1}{40} + \frac{1}{60}} = 48 \text{ км/час}$$

Вывод: автомобиль двигался со скоростью в среднем 48 км/час.

Типовая задача 2. Имеются данные о распределении рабочих трех бригад цеха по уровню дневной выработки продукции:

№ бригады	Дневная выработка, штук	Объем продукции, произведенной рабочими бригады за день, штук
	x	W
1	38	418
2	36	432
3	20	140

Определить среднюю дневную выработку всех рабочих цеха.

Методика и расчеты

В исходных данных типовой задачи 2 имеются значения осредняемого признака x и объем осредняемого признака $W = xf$ для каждого значения x , то для расчета средней применяется гармоническая взвешенная:

$$\bar{x} = \frac{\sum w}{\sum \frac{w}{x}} = \frac{418 + 432 + 140}{\frac{418}{38} + \frac{432}{36} + \frac{140}{20}} = \frac{990}{11 + 12 + 7} = \frac{990}{30} = 33 \text{ шт}$$

Вывод: каждый из 30 рабочих цеха за день производит в среднем 33 единицы продукции.

Типовая задача 3. Имеются данные по двум предприятиям:

Предприятие	Фактический выпуск, млн руб.	Выполнение плана, %	Доля стандартной продукции, %
	w_1, f_2	x_1	x_2
1	665	95	80
2	880	110	90

Определить средний процент выполнения плана и средний процент стандартной продукции в фактическом ее выпуске.

Методика и расчеты

Если по исходным данным трудно определить, чем являются показатели - численностью единиц совокупности (f) или объемом осредняемого признака (w), необходимо:

1) записать логическую формулу расчета осредняемого признака исходя

из его экономического содержания;

2) выбрать для расчета среднюю арифметическую взвешенную, если известен знаменатель логической формулы;

3) использовать среднюю гармоническую взвешенную, если в исходных данных имеется числитель логической формулы исчисления осредняемого признака.

Из исходных данных типовой задачи 3 не ясно, является фактический выпуск продукции по отношению к осредняемому признаку x_1 (проценту выполнения плана) частотой f или или объемом осредняемого признака w .

Осредняемый признак является \bar{x}_1 относительной величиной выполнения плана, логическая формула имеет вид:

$$OB_{\text{вып. п.л.}} = \frac{\text{Фактический выпуск}}{\text{Плановый выпуск}}$$

Известен фактический выпуск продукции – числитель логической формулы осредняемого показателя. Отсюда расчет среднего процента выполнения плана двумя предприятиями производится по средней гармонической взвешенной, фактический выпуск обозначается w_1 .

$$\bar{x}_1 = \frac{\sum w}{\sum \frac{w}{x}}$$

Осредняемый признак x_2 является относительной величиной структуры:

$$\bar{x}_2 = \frac{\text{Объем стандартной продукции}}{\text{Весь фактический выпуск}}$$

Известен фактический выпуск продукции – знаменатель логической формулы осредняемого показателя. Отсюда расчет среднего процента стандартной продукции двух предприятий производится по средней арифметической взвешенной, фактический выпуск обозначается f_2 .

$$\bar{x}_2 = \frac{\sum xf}{\sum f}$$

Средний процент выполнения плана:

$$\bar{x}_1 = \frac{\sum w}{\sum \frac{w}{x}} = \frac{665 + 880}{\frac{665}{0,95} + \frac{880}{1,1}} = \frac{1545}{700 + 800} = \frac{1545}{1500} = 1,03 \text{ или } 103\%$$

Вывод: два предприятия выполнили план в среднем на 103%.

Средний процент стандартной продукции:

$$\bar{x}_2 = \frac{\sum xf}{\sum f} = \frac{665 \times 0,8 + 880 \times 0,9}{1545} = \frac{532 + 792}{1545} = \frac{1324}{1545} = 0,857 \text{ или } 85,7\%$$

Вывод: доля стандартной продукции двух предприятий составляет в среднем 85,7%.

Задачи для самостоятельного решения

3.5. Имеются данные о заработной плате рабочих трех цехов:

№ цеха	Средняя заработная плата, тыс. руб.	Фонд зарплаты, тыс. руб.
1	41	4100
2	45	6750
3	43	6450

Определить среднюю заработную плату рабочих трех цехов. Обосновать выбор вида средней. Сделать выводы.

3.6. Имеются данные по трем предприятиям одного вида деятельности:

Предприятие	Прибыль, тыс. руб.	Рентабельность капитала, %
1	1512	30
2	528	40
3	1410	25

Определить по трем предприятиям среднюю рентабельность капитала. Обосновать выбор вида средней. Сделать выводы.

3.7. Имеются данные о заработной плате рабочих трех цехов:

№ цеха	Средняя заработная плата, тыс. руб.	Фонд зарплаты, тыс. руб.
1	41	4100
2	45	6750
3	43	6450

Определить среднюю заработную плату рабочих трех цехов. Обосновать выбор вида средней. Сделать выводы.

3.8. Имеются данные о трех грузовых организациях города:

Организация	Грузооборот всех автомобилей, млн т-км	Грузооборот одного автомобиля, тыс. т-км	Доля грузооборота за пределами города, %
1	39	130	32
2	57	156	45
3	41	127	28

Определить по трем организациям средний грузооборот всех автомобилей, средний грузооборот одного автомобиля, Долю грузооборота за пределами города. Обосновать выбор видов средних. Сделать выводы.

3.9. Имеются данные по трем предприятиям одного вида деятельности:

Предприятие	Прибыль, тыс. руб.	Рентабельность капитала, %
1	1512	30
2	528	40
3	1410	25

Определить по трем предприятиям среднюю рентабельность капитала. Обосновать выбор вида средней. Сделать выводы.

3.10. Имеются данные по трем предприятиям одного вида деятельности:

Предприятие	Капитал, тыс. руб.	Рентабельность капитала, %
1	1512	30
2	528	40
3	1410	25

Определить по трем предприятиям среднюю рентабельность капитала. Обосновать выбор вида средней. Сделать выводы.

3.11. Имеются данные о средней заработной плате рабочих двух цехов за август и сентябрь:

Цех	Август		Сентябрь	
	Зарплата, тыс. руб.	Фонд зарплаты, тыс. руб.	Зарплата, тыс. руб.	Число рабочих, чел
1	44	5280	45	120
2	48	6240	49	130

Определить среднюю заработную плату рабочих двух цехов за август и сентябрь. Обосновать выбор видов средних. Сделать выводы

3.3. Расчет средней хронологической.

Типовая задача. Имеются данные о численности работников предприятия за I полугодие:

Дата	1.01	1.02	1.03	1.04	1.05	1.06	1.07
Число работников, чел.	1010	1020	1004	980	980	1002	1006

Определить среднюю численность работников предприятия по месяцам, кварталам и полугодию. Применить разные виды средних.

Методика и расчеты

Средняя хронологическая применяется, если значения осредняемого признака известны на несколько равноотстоящих дат внутри определенного временного периода:

$$\bar{x} = \frac{0,5x_1 + x_2 + \dots + x_{n-1} + 0,5x_n}{n-1},$$

где $x_1, x_2, \dots, x_{n-1}, x_n$ - значения осредняемого признака; n - число дат внутри периода, на которые заданы значения x .

Средняя численность работников по месяцам.

Известны данные на начало и конец периода, следовательно, применяется средняя арифметическая простая:

$$\bar{x} = \frac{\sum x}{n}$$

$$\bar{x}_1 = \frac{1010 + 1020}{2} = 1015 \text{ чел.}$$

Вывод: в январе на предприятии работало в среднем 1015 чел.

$$\bar{x}_2 = \frac{1020 + 1004}{2} = 1012 \text{ чел.}$$

Вывод: в феврале на предприятии работало в среднем 1012 чел.

$$\bar{x}_3 = \frac{1004 + 980}{2} = 992 \text{ чел.}$$

Вывод: в марте на предприятии работало в среднем 992 чел.

$$\bar{x}_4 = \frac{980+960}{2} = 970 \text{ чел.}$$

Вывод: в апреле на предприятии работало в среднем 970 чел.

$$\bar{x}_5 = \frac{960+1002}{2} = 981 \text{ чел.}$$

Вывод: в мае на предприятии работало в среднем 981 чел.

$$\bar{x}_6 = \frac{1002+1006}{2} = 1004 \text{ чел.}$$

Вывод: в июне на предприятии работало в среднем 1004 чел.

Средняя численность работников по кварталам.

Если известные средние данные за месяцы, то для расчета средней по кварталу или году применяется средняя арифметическая простая:

$$\bar{x} = \frac{\sum \bar{x}_i}{n_{\text{мес}}},$$

где \bar{x}_i - средняя за месяц; $n_{\text{мес}}$ - число месяцев в квартале или полугодии.

Средняя по кварталам:

I способ (по средней хронологической)

$$\text{I кв.: } \bar{x} = \frac{0,5 \times 1010 + 1020 + 1004 + 0,5 \times 980}{4-1} = \frac{3019}{3} = 1006 \text{ чел.}$$

Вывод: в первом квартале на предприятии работало в среднем 1006 чел.

$$\text{II кв.: } \bar{x} = \frac{0,5 \times 980 + 960 + 1002 + 0,5 \times 1006}{4-1} = \frac{2955}{3} = 985 \text{ чел.}$$

Вывод: во втором квартале на предприятии работало в среднем 985 чел.

II способ (по средней арифметической простой по средним месячным данным)

$$\bar{x} = \frac{\sum \bar{x}_i}{n_{\text{мес}}},$$

где \bar{x}_i - средняя за месяц; $n_{\text{мес}}$ - число месяцев в квартале или полугодии.

$$\text{I кв.: } \bar{x} = \frac{1015 + 1012 + 992}{3} = 1006 \text{ чел.}$$

$$\text{II кв.: } \bar{x} = \frac{970 + 981 + 1004}{3} = 985 \text{ чел.}$$

Средняя за полугодие:

I способ (по средней хронологической)

$$\bar{x} = \frac{0,5 \times 1010 + 1020 + 1004 + 980 + 960 + 1002 + 0,5 \times 1006}{7-1} = \frac{5974}{6} = 996 \text{ чел.}$$

Вывод: в первом полугодии на предприятии работало в среднем 996 чел.

II способ (по средней арифметической простой по средним месячным данным)

$$\bar{x} = \frac{1015 + 1012 + 992 + 970 + 981 + 1004}{6} = 996 \text{ чел.}$$

III способ (по средней арифметической простой по средним квартальным данным)

$$\bar{x} = \frac{1006 + 985}{2} = 996 \text{ чел.}$$

Задачи для самостоятельного решения

3.12. Имеются данные о товарных запасах магазина.

Дата	1.01	1.02	1.03	1.04	1.05	1.06	1.07
Товарный запас, тыс. руб.	984	1020	1003	998	1260	1254	1190

Определить средние товарные запасы магазина по месяцам, кварталам и полугодию. Применить разные способы расчета средней за квартал и полугодие. Сделать выводы.

3.13. Имеются данные о численности населения в населенном пункте за 6 лет, тыс. чел.:

Год	1	2	3	4	5	6	
						на начало года	на конец года
Численность	255,6	257,9	260,1	262,4	264,5	268,7	265,5

Определить среднегодовую численность населения данного населенного пункта за шестилетний период. Сделать выводы.

3.14. На предприятии в списке состояло: с 1 по 5 апреля – 400 чел.; с 6 по 14 – 312 чел.; с 25 по 24 – 420 чел.; с 25 по 30 – 424 чел.

Определить среднесписочную численность работников предприятия в апреле. Сделать выводы.

3.15. Предприятие вновь организовано и начало работать с 20 февраля. Численность работников предприятия по списку составляла: 20 февраля – 290 чел., 21 – 300 чел., 22 – 310 чел., 23 – проаудничный день, 24 – 320 чел., 25 – суббота, 26 – воскресенье, 27 – 320 чел., 28 – 330 чел.

В последующие месяцы среднесписочная численность составила:

Месяц	Март	Апрель	Май	Июнь
Численность, чел.	340	350	360	400

Определить среднесписочную численность работников за февраль, I и II квартал, за первое полугодие. Сделать выводы.

Примечание. В выходные и праздничные дни списочная численность берется равной предшествующему дню. Если предприятие вновь организовано или прекращает деятельность в течение месяца, т.е. работает неполный период, то число календарных дней все равно берется полным.

3.4. Расчет показателей вариации

Типовая задача. Определить показатели вариации по данным типовой задачи 3 п. 3.1.

Стаж, лет	Число работников, чел	x	xf
	f		
1 -5	3	3	9
5 - 9	2	7	14
9 -13	5	11	55
13 - 17	11	15	165
17-21	3	19	57
Итого:	24	-	300

Методика и расчеты

Среднее значение изучаемого признака может служить обобщающей характеристикой исследуемой статистической совокупности, если к нему приближаются большинство фактических значений.

Для характеристики надежности (типичности) средней для изучаемой совокупности единиц используют показатели вариации, показывающие отклонение исходных (фактических) вариант x от их среднего (расчетного) значения \bar{x} .

Показатели вариации представлены: размахом вариации (R_v), средним линейным отклонением (d), средним квадратическим отклонением (σ), коэффициентом вариации (V).

Размах вариации R_v - разность между наибольшим и наименьшим значением осредняемого признака:

$$R_v = x_{\max} - x_{\min},$$

где x_{\max} , x_{\min} - соответственно максимальное и минимальное значение варианты x .

Размах вариации - абсолютная величина, имеет ту же единицу измерения, что и значения x .

Среднее линейное отклонение d показывает, на сколько единиц в среднем фактические значения вариант x отклоняются от исчисленной средней \bar{x} . Среднее линейное отклонение - абсолютная величина, имеет ту же единицу измерения, что и x .

Если каждое f встречается несколько раз (каждое $f \neq 1$), то:

$$d = \frac{\sum |x - \bar{x}| f}{\sum f} - \text{формула средней арифметической взвешенной}$$

где f - вес значения признака (частота, если f - число единиц совокупности; частость, если f - доля единиц с вариантом x в общем объеме совокупности).

Если каждое f встречается один раз (каждое $f = 1$), то:

$$d = \frac{\sum |x - \bar{x}|}{n} - \text{формула средней арифметической простой,}$$

где n - численность единиц совокупности ($\sum f = n$).

Среднее квадратическое отклонение σ показывает, на сколько единиц

в среднем фактические значения вариант x отклоняются в ту и другую сторону от исчисленной средней \bar{x} . Среднее квадратическое отклонение – абсолютная величина, имеет ту же единицу измерения, что и x .

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2},$$

где - σ^2 дисперсия осредняемого признака, характеризующая колеблемость вариант около средней.

Дисперсия может быть исчислена разными способами.

I способ расчета дисперсии: по формулам простой или взвешенной средней арифметической:

$$\sigma^2 = \frac{\sum (x - \bar{x})^2 f}{\sum f} \quad (\text{каждое } f \neq 1) - \text{средняя арифметическая взвешенная}$$

из квадратов;

$$\sigma^2 = \frac{\sum (x - \bar{x})^2}{n} \quad (\text{каждое } f = 1) - \text{средняя арифметическая простая из}$$

квадратов.

Дисперсия не имеет единицы измерения.

II способ расчета дисперсии: как разность средней квадратов вариант и квадрата средней вариант:

$$\sigma^2 = \overline{x^2} - (\bar{x})^2;$$

$$\overline{x^2} = \frac{\sum x^2 f}{\sum f} - \text{средняя квадратов вариант};$$

$$(\bar{x})^2 = \left(\frac{\sum xf}{\sum f} \right)^2 - \text{квадрат средней из вариант}.$$

Среднее квадратическое отклонение σ

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum (x - \bar{x})^2 f}{\sum f}} - \text{средняя квадратическая взвешенная}$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum (x - \bar{x})^2}{n}} - \text{средняя квадратическая простая}$$

Коэффициент вариации V — относительная величина, выражаемая коэффициентом, но чаще в в процентах:

$$V = \frac{|\sigma|}{\bar{x}} \cdot 100 (\%).$$

Средняя считается типичной и может служить обобщающей характеристикой совокупности единиц, если $V \leq 33\%$.

Расчетная таблица

$\bar{x} = 12,1$ года (см типовую задачу 3.2)

x	f	xf	$ x - \bar{x} $	$ x - \bar{x} f$	$(x - \bar{x})^2$	$(x - \bar{x})^2 f$	x^2	$x^2 f$
3	3	9	9,5	28,5	90,25	270,75	9	27
7	2	14	5,5	11,0	30,25	60,5	49	98

11	5	55	1,5	7,5	2,25	11,25	121	605
15	11	165	2,5	27,5	6,25	68,75	225	2475
19	3	57	6,5	19,5	42,25	126,75	361	1083
Итого:	24	300	-	94,9	-	538,0	-	4288

Размах вариации: $R_B = x_{\max} - x_{\min} = 19 - 3 = 16$ лет

Вывод: максимальный стаж работников малого предприятия больше минимального стажа на 16 лет.

Среднее линейное отклонение:

$$d = \frac{\sum |x - \bar{x}| f}{\sum f} = 94 : 24 = 3,9 \text{ лет}$$

Вывод: фактический стаж работников малого предприятия отклоняется от среднего стажа работа, равного 12,5 лет, в среднем на 3,9 лет.

Дисперсия:

$$1 \text{ способ: } \sigma^2 = \frac{\sum (x - \bar{x})^2 f}{\sum f} = 538 : 24 = 22,417$$

$$2 \text{ способ: } \sigma^2 = \overline{x^2} - (\bar{x})^2;$$

$$\overline{x^2} = \frac{\sum x^2 f}{\sum f} = \frac{4288}{24} = 178,667$$

$$\sigma^2 = 178,667 - (12,5)^2 = 178,667 - 156,25 = 22,417$$

Среднее квадратическое отклонение:

$$\sigma = \sqrt{22,417} = \pm 4,7 \text{ лет}$$

Вывод: фактический стаж работников малого предприятия отклоняется от среднего стажа работы, равного 12,5 лет, в ту и другую сторону в среднем на 3,9 лет.

Коэффициент вариации:

$$V = \frac{|\sigma|}{\bar{x}} \cdot 100 (\%) = 4,7 : 12,5 \times 100\% = 37,6\%$$

Коэффициент вариации больше 33%, следовательно, средний стаж работы в 12,5 лет не типичен для данной группы работников и его нельзя считать типичной обобщающей характеристикой работников данного малого предприятия.

Задачи для самостоятельного решения

3.16. Имеются данные о стоимости произведенной продукции:

№ предприятия	Стоимость произведенной продукции, тыс. руб.				
	1 вариант	2 вариант	3 вариант	4 вариант	5 вариант
1	310	920	1700	680	350
2	300	1100	2000	650	300
3	340	980	2350	700	800
4	250	950	1800	720	100
5	400	1300	1900	1150	830

6	200	1150	1930	1100	280
7	220	840	2200	800	350
8	180	930	1850	950	300
9	440	1090	1800	1030	570
10	170	1270	2400	730	620
11	260	1000	2700	650	350
12	410	12000	1910	1300	240
13	430	1180	1900	1100	600
14	490	1300	2250	1250	510
15	190	980	2100	1010	400
16	230	1100	2300	710	310
17	330	980	2040	880	700
18	280	800	1730	800	690
19	380	1290	2150	950	100
20	250	1070	1900	900	290

Построить равноинтервальный ряд распределения. Дать характеристику группировки. По интервальному ряду исчислить относительные величины структуры, среднюю стоимость произведенной продукции данных предприятий и показатели вариации. Сделать выводы.

3.17. Имеется распределение предприятий по стоимости основных фондов:

Стоимость фондов, млн руб.	Количество предприятий
5-7	20
7-9	15
9-11	15
11-13	5

Обосновать однородность совокупности предприятий. Сделать выводы.

3.18. Определить коэффициент вариации, если дисперсия осредняемого признака равна 196, а средняя величина – 61.

3.19. Определить среднюю, если дисперсия осредняемого признака равна 225, а коэффициент вариации 25%.

3.20. Определить среднее квадратическое отклонение, если средняя равна 630 тыс. руб., а коэффициент вариации 12%.

3.21. Определить дисперсию, если средняя равна 400 шт., а коэффициент вариации 4,5%.

3.5. Расчет структурных средних

Типовая задача 1. Определить моду и медиану по дискретному ряду распределения типовой задачи п. 3.1:

Стаж, лет	Число работников, чел.	Σf
x	f	
1	1	1
3	2	3
7	1	4

8	1	5
10	2	7
11	1	8
12	2	10
13	4	14
14	3	
15	2	
16	2	
18	1	
19	1	
21	1	
Итого:	24	

Методика и расчеты

Структурные средние (мода и медиана) – вспомогательные характеристики статистической совокупности. Это фактическое значение одной из вариантов.

Мода – наиболее часто встречающееся значение признака, т.е. варианта с наибольшей частотой.

Если все варианты встречаются одинаково часто, т.е. моды нет или все варианты одинаково модальным. Если две варианты имеют наибольшие частоты, то две моды свидетельствуют о бимодальном распределении. Часто бимодальные распределения указывают на качественную неоднородность совокупности по исследуемому признаку.

Медиана – варианта, которая делит ряд пополам. Используется для нахождения того значения признака, которого достигла половина единиц статистической совокупности.

Структурные средние рассчитывают по однородной совокупности с типичной средней (коэффициент вариации $V \leq 33,3\%$) и большим количеством единиц.

Структурные средние в дискретном ряду распределения

Мода: $Mo = x$ с f_{\max}

Номер варианты, являющейся медианой (Me), в дискретном ряду распределения определяется:

- 1) делением суммы частот пополам ($\sum f : 2$), если f четное;
- 2) по формуле ($\sum f : 2 + 0,5$), если f – нечетное

Мода:

$Mo = 13$ лет ($f_{\max} = 4$ чел.)

Вывод: наибольшее число работников (4 чел.) имеют стаж 13 лет.

Медиана:

$\sum f : 2 = 24 : 2 = 12$ - медианным является варианта 12-го работника.

Чтобы найти варианту 12-го работника, накапливаем частоты.

$Me = 13$ лет

Вывод: половина работников имеет (12 чел.) стаж менее 13 лет, другая половина более 13 лет.

Типовая задача 2. Определить моду и медиану по интервальному ряду распределения:

№ группы	Стаж, лет	Число работников, чел.	$\sum f$
1	1-5	3	3
2	5-9	2	5
3	9-13	5	10
4	13-17	11	21
5	17-21	3	
Итого:		24	

Методика и расчеты

Мода в интервальном ряду распределения:

$$Mo = x_{mo} + h_{mo} \frac{f_{mo} - f_{mo-1}}{(f_{mo} - f_{mo-1}) + (f_{mo} - f_{mo+1})},$$

где x_{mo} – нижняя граница модального интервала;

h_{mo} – ширина модального интервала;

f_{mo} – частота модального интервала;

f_{mo-1} – частота интервала, предшествующего модальному;

f_{mo+1} – частота интервала, следующего за модальным.

Модальным является интервал с наибольшей частотой f .

Формула расчета медианы Me в интервальном ряду распределения имеет вид:

$$Me = x_{Me} + h_{Me} \frac{\sum f/2 - \sum f_{me-1}}{f_{me}},$$

где x_{Me} – нижняя граница медианного интервала;

h_{Me} – ширина медианного интервала;

$\sum f$ – число единиц совокупности;

$\sum f_{me-1}$ – накопленная частота до медианного интервала;

f_{Me} – частота медианного интервала.

Медианным является интервал, где находится варианта с номером ($\sum f : 2$).

Мода:

Модальный интервал, т.е. с наибольшей частотой, – (13 -17) лет.

$x_{mo} = 13$ лет – нижняя граница модального интервала;

$h_{mo} = 4$ лет – ширина модального интервала;

$f_{mo} = 11$ чел. – частота модального интервала;

$f_{mo-1} = 5$ чел. – частота интервала, предшествующего модальному;

$f_{mo+1} = 3$ чел. – частота интервала, следующего за модальным.

$$Mo = x_{Mo} + h_{Mo} \frac{f_{Mo} - f_{Mo-1}}{(f_{Mo} - f_{Mo-1}) + (f_{Mo} - f_{Mo+1})} = 13 + 4 \times \frac{11-5}{(11-5) + (11-3)} =$$

$$13 + 4 \times 0,29 = 14,2 \text{ лет}$$

Вывод: наибольшее число работников имеет стаж 13,2 лет.

Медиана:

$$(\sum f : 2) = 12 - \text{медианный интервал} = (13-17) \text{ лет}$$

$x_{Me} = 13$ лет – нижняя граница медианного интервала;

$h_{Me} = 4$ лет – ширина медианного интервала;

$\sum f = 24$ чел. – число единиц совокупности;

$\sum f_{Me-1} = 10$ чел. – накопленная частота до медианного интервала;

$f_{Me} = 11$ чел. – частота медианного интервала.

$$Me = x_{Me} + h_{Me} \frac{\sum f/2 - \sum f_{Me-1}}{f_{Me}} = 13 + 4 \times \frac{12-10}{11} = 13 + 4 \times 0,18 = 13,72 \text{ лет}$$

Вывод: половина работников имеет стаж до 13,72 лет, другая половина больше 13,72 лет.

Задачи для самостоятельного решения.

3.22. Имеется ряд распределения однородной совокупности студентов по оценке на экзамене:

Оценка	Кол-во студентов, человек
2	2
3	9
4	13
5	6
Итого:	30

Определить моду и медиану. Сделать выводы.

3.23. Имеется интервальный ряд распределения предприятий региона по стоимости основных фондов:

Стоимость фондов, млн руб.	Количество предприятий
5-7	20
7-9	15
9-11	15
11-13	5

Определить моду и медиану. Сделать выводы.

ТЕМА 4. ВЫБОРОЧНОЕ НАБЛЮДЕНИЕ

Практические занятия по данной теме предусматривают решение следующих типов задач: 1) расчет ошибок выборочного наблюдения при собственно-случайном и механическом методе отбора; 2) расчет необходимой численности выборки при собственно-случайном и механическом методе отбора; 3) расчет ошибок выборочного наблюдения по при типическом (стратифицированном) методе отбора; 4) расчет необходимой численности выборки при типическом методе отбора; 5) расчет ошибок выборочного наблюдения при серийном (гнездовом) методе отбора; 6) расчет необходимой численности выборки при серийном отборе; 7) расчет средней ошибки малой выборки.

4.1. Расчет ошибок выборочного наблюдения при собственно-случайном и механическом методе отбора

Типовая задача. Для изучения среднего возраста молодых специалистов города проведена 5%-ная собственно-случайная бесповторная выборка. В результате получено следующее распределение специалистов по возрасту:

Возраст, лет	Число специалистов, чел.
22-24	5
24-26	20
26-28	40
28-30	30
30-32	5
Итого:	100

Определить:

1) выборочную среднюю, установив ее типичность; среднюю ошибку выборки; с вероятностью 0,954 предельную ошибку выборки и пределы, в которых находится средний возраст всех молодых специалистов города;

2) пределы, в которых находится доля молодых специалистов города в возрасте менее 26 лет в общей численности молодых специалистов города.

Методика и расчеты

Выборочная совокупность – это только часть генеральной совокупности. Обобщающая характеристика генеральной совокупности (генеральная средняя или генеральная доля) отличается от обобщающей характеристики выборочной совокупности (выборочной средней или выборочной доли). Это отклонение характеризуется двумя видами ошибок: средней ошибкой выборки и предельной ошибкой выборки.

Средняя ошибка выборки показывает, как генеральная средняя или доля отклоняется в среднем от выборочной средней или доли в ту и другую сторону. Если изучается количественный признак, средняя ошибка имеет ту же единицу измерения, что и варианты x . Если признак альтернативный ошибка представляется коэффициентом или в %.

Формула расчета средней ошибки выборки определяется тремя факторами:

методом отбора единиц из генеральной совокупности (собственно-случайный, механический, типический, серийный);

видом изучаемого признака (количественный или альтернативный);

видом выборки (повторная или бесповторная).

Средняя ошибка выборки при повторном отборе:

$$\mu_x = \sqrt{\frac{\sigma_{выб}^2}{n}}$$

где μ_x - средняя ошибка выборки (признак количественный); $\sigma_{выб}^2$ - выборочная дисперсия; n - численность единиц выборочной совокупности.

Показывает, на сколько единиц генеральная средняя отклоняется от выборочной средней в ту и другую сторону.

Средняя ошибка выборки при бесповторном отборе:

$$\mu_x = \sqrt{\frac{\sigma_{выб}^2}{n} \left(1 - \frac{n}{N}\right)},$$

где N – численность единиц генеральной совокупности, $\frac{n}{N} \cdot 100\%$ - процент выборки.

По этой формуле рассчитывается средняя ошибка выборки и при механическом отборе.

Выборочная дисперсия:

$$\sigma_{выб}^2 = \frac{\sum (x - \tilde{x})^2 f}{\sum f},$$

где \tilde{x} - выборочная средняя.

Влияние вероятности на предельную ошибку задается коэффициентом доверия (коэффициентом кратности ошибки) t .

Значения коэффициента доверия для различных вероятностей:

Вер-ть	0,079	0,382	0,683	0,866	0,954	0,987	0,991	0,997	0,999
t	0,1	0,5	1,0	1,5	2,0	2,5	2,6	3,0	4,0

Предельная ошибка выборки:

$$\Delta_x = t\mu_x$$

где t - коэффициентом доверия (коэффициентом кратности ошибки)

S определенной степенью вероятности устанавливает пределы отклонения генеральной средней от выборочной средней.

Границы изменения генеральной средней с заданной степенью вероятности:

С определенной степенью вероятности устанавливает пределы отклонения генеральной доли от выборочной доли.

$$\tilde{x} - \Delta_x \leq \bar{x} \leq \tilde{x} + \Delta_x$$

где \bar{x} - генеральная средняя; \tilde{x} - выборочная средняя.

Методика количественной оценки выборочного наблюдения включает следующие расчеты:

1. Исчисление выборочной средней по количественному признаку или выборочной доли по альтернативному признаку на основании первичных данных;
2. Расчет средней и предельной ошибки выборочного наблюдения;
3. Распространение обобщающей выборочной характеристики на генеральную совокупность с определенной степенью вероятности, т.е. задание пределов отклонения генеральной средней или доли от выборочной средней или доли.

В исходных данных типовой задачи признак «возраст» - количественный, обобщающей характеристикой выборочной совокупности является выборочная средняя:

Расчетная таблица

Возраст, лет	x	f	xf	$x - \tilde{x}$	$(x - \tilde{x})^2$	$(x - \tilde{x})^2 f$
22-24	23	5	115	-4,2	17,64	88,2
24-26	25	20	500	-2,2	4,84	96,8
26-28	27	40	1080	0,2	0,04	1,6
28-30	29	30	870	1,8	3,24	97,2
30-32	31	5	155	3,8	14,44	72,2
Итого:	-	100	2720	-	-	356,0

Выборочная средняя:

$$\tilde{x} = \frac{\sum xf}{\sum f} = \frac{2720}{100} = 27,2 \text{ года}$$

Вывод: средний возраст 100 специалистов, отобранных в случайном порядке, составляет 27,2 года.

Выборочная дисперсия количественного признака:

$$\sigma_{\text{выб}}^2 = \frac{\sum (x - \tilde{x})^2 f}{\sum f} = \frac{356}{100} = 3,56$$

Средняя ошибка выборки для бесповторной выборки:

$$\mu_x = \sqrt{\frac{\sigma_{\text{выб}}^2}{n} \left(1 - \frac{n}{N}\right)} = \sqrt{\frac{3,56}{100} (1 - 0,05)} = \sqrt{0,034} = \pm 0,2 \text{ года}$$

Вывод: средний возраст всех 2000 ($N = 100:0,05$) молодых специалистов города отклоняется от среднего возраста отобранных 100 специалистов в ту и другую сторону в среднем на 0,2 года.

Для вероятности 0,954 коэффициент доверия $t = 2$.

Предельная ошибка выборки:

$$\Delta_x = t\mu_x = \pm 2 \times 0,2 = \pm 0,4 \text{ года}$$

Вывод: с вероятностью 0,954 можно утверждать, что средний возраст всех молодых специалистов города находится в пределах:

$$\tilde{x} - \Delta_x \leq \bar{x} \leq \tilde{x} + \Delta_x$$

$$27,2 - 0,4 \leq \bar{x} \leq 27,2 + 0,4$$

$$26,8 \text{ лет} \leq \bar{x} \leq 27,6 \text{ года}$$

Доля молодых специалистов в возрасте менее 26 лет является альтернативным признаком, принимающим только два значения:

1) возраст менее 26 лет;

2) возраст 26 лет и более.

Выборочная доля:

$$w = \frac{5+20}{100} = 0,25 \text{ или } 25\%$$

Вывод: в численности отобранных молодых специалистов удельный вес специалистов в возрасте менее 26 лет составляет 25%.

Средняя ошибка выборки (признак альтернативный, отбор бесповторный):

$$\mu_w = \sqrt{\frac{w(1-w)}{n} \left(1 - \frac{n}{N}\right)} = \sqrt{\frac{0,25(1-0,25)}{100} (1-0,05)} \sqrt{0,0018} = \pm 0,042 \text{ или } 4,2\%$$

Вывод: доля молодых специалистов в возрасте менее 26 лет в общей численности (2000 чел.) молодых специалистов города отклоняется от соответствующей доли в численности отобранных специалистов (100 чел.) в ту и другую сторону в среднем на 4,2%.

Для вероятности 0,954 предельная ошибка выборки:

$$\Delta_w = \pm 2 \times 0,042 = \pm 0,084, \text{ или } 8,4\%.$$

Вывод: с вероятностью 0,954 можно утверждать, что доля молодых специалистов в возрасте менее 26 лет в общей численности молодых специалистов города находится в пределах:

$$w - \Delta_w \leq p \leq w + \Delta_w$$

$$25 - 8,4 \leq p \leq 25 + 8,4$$

$$16,6\% \leq p \leq 33,4\%$$

Задачи для самостоятельного решения

4.1. При проверке веса изготовленных изделий на складе в случайном порядке путем повторной выборки отобрали 200 изделий. Средний вес этих изделий 30 г. при среднем квадратическом отклонении 4 г. Определить среднюю и предельную ошибки выборки, а также пределы изменения генеральной средней с вероятностью 0,997. Сделать выводы.

4.2. В организации, в которой работает 480 человек, проведена 25%-ная бесповторная выборка. Оказалась что доля работников с потерями рабочего времени более 30 минут в отобранной группе составляет 10%.

С вероятностью 0,683 определить среднюю ошибку выборки и пределы, в которых находится доля работников с потерями времени более 30 минут в общем числе работников организации. Сделать выводы.

4.3. С целью анализа среднего стажа работников государственных служб в области проведено выборочное обследование стажа работников методом случайного отбора. В результате получено следующее распределение отобранных специалистов государственных служб по стажу работы:

Стаж, лет	1-5	5-10	10-15	15-20	20-25	25-30	30 и более
Число работников, чел.	6	20	25	18	15	11	5

С вероятностью 0,997 определить пределы, в которых будет находиться средний стаж работы всех работников государственных служб области, если выборка повторная и бесповторная. Сделать выводы.

4.4. По данным задачи № 4.3 с вероятностью 0,997 определить пределы, в которых находится доля работников государственных служб области со стажем менее 25 лет в общей численности работников государственных служб области. Сделать выводы.

4.5. С целью анализа качества пряжи 50 нитей из партии, отобранных в случайном порядке, проверены на разрыв. В результате определена средняя крепость пряжи, равная 320 г. при выборочной дисперсии 400.

Определить с вероятностью 0,954 пределы качества пряжи всей партии. Сделать выводы.

4.6 Для изучения мнения жителей о плане благоустройства района из 10 тысяч жителей района методом случайного бесповторного отбора опрошено 600 человек, 240 из которых одобрили план.

Определить с вероятностью 0,954 пределы, в которых находится доля всех жителей района, одоббивших план благоустройства. Сделать выводы.

Задача 4.7. В городе с целью анализа числа детей в семье проведена 2%-ная бесповторная выборка семей и получено следующее распределение:

Количество детей, чел.	0	1	2	3	4	5	6
Число семей	800	2200	2400	1500	600	300	40

Определить с вероятностью 0,997 пределы изменения генеральной средней и генеральную долю семей с числом детей 3 и более. Сделать выводы.

Задача 4.8. С целью изучения вкладов населения в коммерческом банке города проведена 5%-ная бесповторная случайная выборка лицевых счетов, в результате которой получено следующее распределение вкладчиков по размеру вклада:

Размер вклада, тыс. руб.	Число вкладчиков, чел.				
	1 вариант	2 вариант	3 вариант	4 вариант	5 вариант

До 100	10	80	100	50	60
100 - 500	40	60	150	30	40
500-1000	25	35	70	90	120
1000 - 1500	30	45	40	5	80
1500 и более	15	10	30	25	50
Итого:	120	230	390	200	250

Определить средний размер вклада отобранных вкладчиков и показатели вариации выборочной средней; с вероятностью 0,954 возможные пределы, в которых ожидается средний размер вклада всех вкладчиков коммерческого банка; с той же вероятностью пределы, в которых ожидается доля вкладчиков с размером вклада 1 млн и более. Сделать выводы.

4.2. Расчет необходимой численности выборки по при собственно-случайном и механическом методе отбора.

Типовая задача 1. Для проверки массы батонов из партии размером 2000 шт. в случайном порядке отбираются образцы, чтобы с вероятностью 0,997 предельная ошибка не превысила 3% массы полукилограммового батона.

Определить, сколько батонов необходимо отобрать при повторной и бесповторной выборке, если среднее квадратическое отклонение в выборочной совокупности равно 14 г.

Методика и расчеты

Численность выборки зависит не только от задаваемого значения предельной ошибки, но и от метода отбора единиц и вида признака (количественный или альтернативный) и вида выборки (повторная или бесповторная).

Отбор собственно-случайный или механический, признак количественный, выборка повторная:

$$\Delta = t\mu_x = t\sqrt{\frac{\sigma_{выб}^2}{n}}, \text{ откуда } \Delta^2 = \frac{t^2\sigma_{выб}^2}{n}, n = \frac{t^2\sigma_{выб}^2}{\Delta_x^2}$$

Отбор собственно-случайный или механический, признак количественный, выборка бесповторная:

$$n = \frac{t^2\sigma_{выб}^2 N}{\Delta_x^2 N + t^2\sigma_{выб}^2}$$

Отбор собственно-случайный или механический, признак альтернативный, выборка повторная или бесповторная:

$$n = \frac{t^2 w(1-w)}{\Delta_w^2}; \quad n = \frac{t^2 w(1-w)N}{\Delta_{выб}^2 N + t^2 w(1-w)}$$

Изучаемый признак количественный (вес), выборка повторная:

$$n = \frac{t^2\sigma_{выб}^2}{\Delta_x^2} = \frac{3^2 \cdot 14^2}{(0,03 \cdot 500)^2} = \frac{1764}{225} = 7,84 \text{ шт.}$$

Вывод: чтобы с вероятностью 0,997 предельная ошибка выборки не превысила 3% массы полукилограммового батона, при повторной выборке необходимо отобрать 7,81 батон.

Признак количественный, выборка бесповторная:

$$n = \frac{t^2 \sigma_{\text{выб}}^2 N}{\Delta_x^2 N + t^2 \sigma_{\text{выб}}^2} = \frac{3^2 \cdot 14^2 \cdot 2000}{15^2 \cdot 2000 + 3^2 \cdot 14^2} = \frac{3528000}{451764} = 7,81 \text{ шт.}$$

Вывод: чтобы с вероятностью 0,997 предельная ошибка выборки не превысила 3% массы полукилограммового батона, при бесповторной выборке необходимо отобрать 7,81 батон.

Типовая задача 2. В городе проживает 10000 семей. С целью определения доли семей, имеющих детей в возрасте до 3-х лет, проводится выборочное наблюдение. Предварительно установлено, что доля таких семей в выборке должна равняться 25%.

Определить, сколько семей необходимо отобрать при повторной и бесповторной выборке, если предельная ошибка выборки с вероятностью 0,954 не может превышать 10%.

Методика и расчеты

Признак альтернативный (доля семей, имеющих детей в возрасте до 3 лет), выборка повторная:

$$n = \frac{t^2 w(1-w)}{\Delta_w^2} = \frac{2^2 \cdot 0,25(1-0,25)}{(0,1)^2} = \frac{0,75}{0,01} = 75 \text{ семей}$$

Вывод: чтобы с вероятностью 0,964 предельная ошибка выборки не превысила 10% при повторной выборке необходимо отобрать 75 семей.

Признак альтернативный, выборка бесповторная:

$$n = \frac{t^2 w(1-w)N}{\Delta_{\text{выб}}^2 N + t^2 w(1-w)} = \frac{2^2 \cdot 0,25(1-0,25) \cdot 10000}{(0,1)^2 \cdot 10000 + 2^2 \cdot 0,25(1-0,25)} = \frac{7500}{100,75} = 74$$

семьи

Вывод: чтобы с вероятностью 0,954 предельная ошибка выборки не превысила 10% при бесповторной выборке необходимо отобрать 74 семьи.

Задачи для самостоятельного решения

4.9 На предприятии работает 200 бригад. Необходимо случайно бесповторно отобрать бригады для установления доли рабочих с профессиональными заболеваниями при условии, что дисперсия альтернативного признака будет 0,0225, а ошибка выборки с вероятностью 0,954 не превысит 5%.

Определить, сколько бригад надо отобрать. Сделать выводы.

4.10. Сколько бригад надо отобрать по условиям задачи 4.9, если выборка повторная?

4.11. Число вкладчиков в банке равно 5 тыс. человек. С целью анализа среднего размера вклада необходимо случайно и бесповторно отобрать депозитные счета. Среднее квадратическое отклонение в выборочной совокупности лицевых счетов равно 200 тыс. руб.

Определить с вероятностью 0,683 необходимую численность выборки лицевых счетов. Сделать выводы.

4.3. Расчет ошибок выборочного наблюдения при типическом (стратифицированном) методе отбора.

Типовая задача 1. На предприятии у 400 рабочих стаж до 5 лет и у 600 – свыше 5 лет. С целью анализа средневыводки 1000 рабочих проведена 10%-ная бесповторная типическая выборка с отбором единиц пропорционально численности рабочих в двух группах (внутри групп применялся случайный метод отбора). В результате выборочного наблюдения получен следующий ряд распределения рабочих:

Стаж, лет	Общее число рабочих, чел.	Отобрано рабочих, чел.	Средневыводка, шт.	Внутригрупповая дисперсия выыводки
	N	N	\tilde{x}	$\sigma_{выб}^2$
До 5 лет	400	40	25	81
Свыше 5 лет	600	60	30	64
Итого:	1000	100	-	-

Определить с вероятностью 0,954 границы, в которых будет находиться средневыводка всех рабочих предприятия.

Методика и расчеты

Средняя ошибка типической выборки для количественного признака:

$$\mu_x = \sqrt{\frac{\sigma_{выб}^2}{n}}; \quad \mu_x = \sqrt{\frac{\sigma_{выб}^2}{n} \left(1 - \frac{n}{N}\right)},$$

где $\sigma_{выб}^2$ - средняя из внутригрупповых дисперсий.

Средняя из внутригрупповых выборочных дисперсий:

$$\sigma_{выб}^2 = \frac{\sum \sigma_{выб}^2 n}{\sum n},$$

где $\sigma_{выб}^2$ - внутригрупповая дисперсия; n – число единиц в отобранной группе.

Средняя из внутригрупповых дисперсий:

$$\sigma_{выб}^2 = \frac{\sum \sigma_{выб}^2 n}{\sum n} = \frac{81 \cdot 40 + 64 \cdot 60}{40 + 60} = \frac{7080}{100} = 70,8$$

Средняя ошибка выборки при бесповторном отборе:

$$\mu_x = \sqrt{\frac{\sigma_{выб}^2}{n} \left(1 - \frac{n}{N}\right)} = \sqrt{\frac{70,8}{100} \left(1 - \frac{100}{1000}\right)} = \pm 0,8 \text{ шт.}$$

Вывод: средняя выыводки всех 1000 рабочих предприятия отклоняется от средней выыводки отобранных 100 рабочих в ту и другую сторону в среднем на 0,8 шт.

Среднедневная выработка отобранных 100 рабочих по арифметической взвешенной:

$$\bar{x} = \frac{\sum xf}{\sum f} = \frac{25 \cdot 40 + 30 \cdot 60}{40 + 60} = \frac{2800}{100} = 28 \text{ шт.}$$

Вывод: отобранные рабочие производят в день в среднем 28 шт. изделий.

Предельная ошибка выборки:

$$\Delta_x = t\mu_x = \pm 2 \times 0,8 = \pm 1,6 \text{ шт.}$$

Вывод: с вероятностью 0,954 можно утверждать, что средняя выработка всех рабочих предприятия находится в пределах:

$$\tilde{x} - \Delta_x \leq \bar{x} \leq \tilde{x} + \Delta_x$$

$$28 - 1,6 \leq \bar{x} \leq 28 + 1,6$$

$$26,4 \leq \bar{x} \leq 29,6 \text{ шт.}$$

Типовая задача 2. На предприятии у 400 рабочих стаж до 5 лет и у 600 – свыше 5 лет. С целью анализа доли квалифицированных рабочих в совокупности из 1000 рабочих проведена 10%-ная бесповторная типическая выборка с отбором единиц пропорционально численности рабочих в двух группах (внутри групп применялся случайный метод отбора). В результате выборочного наблюдения получен следующий ряд распределения рабочих:

Стаж, лет	Отобрано рабочих, чел.	Доля квалифицированных рабочих	Дисперсия доли
	n	w	$w(1-w)$
До 5 лет	40	0,8	0,16
Свыше 5 лет	60	0,9	0,09
Итого:	100	-	-

Определить с вероятностью 0,954 границы, в которых будет находиться доля квалифицированных рабочих в общей численности рабочих предприятия.

Методика и расчеты

Средняя ошибка типической выборки для альтернативного признака:

$$\mu_w = \sqrt{\frac{w(1-w)}{n}}; \quad \mu_w = \sqrt{\frac{w(1-w)}{n} \left(1 - \frac{n}{N}\right)},$$

где $\overline{w(1-w)}$ - средняя дисперсия доли.

Средняя дисперсия доли:

$$\overline{w(1-w)} = \frac{\sum w(1-w)n}{\sum n} - \text{средняя арифметическая взвешенная.}$$

Средняя дисперсии доли:

$$\overline{w(1-w)} = \frac{\sum w(1-w)n}{\sum n} = \frac{0,16 \cdot 40 + 0,09 \cdot 60}{100} = \frac{11,8}{100} = 0,118$$

Средняя ошибка выборки:

$$\mu_w = \sqrt{\frac{w(1-w)}{n} \left(1 - \frac{n}{N}\right)} = \sqrt{\frac{0,118}{100} \left(1 - \frac{100}{1000}\right)} = \pm 0,033 \text{ или } 3,3\%.$$

Вывод: доля квалифицированных рабочих в общей численности рабочих предприятия отклоняется от соответствующей доли в численности отобранных рабочих в ту и другую сторону в среднем на 3,3%.

Средняя выборочная доля по средней арифметической взвешенной:

$$\bar{w} = \frac{\sum wn}{\sum n} = \frac{0,8 \cdot 40 + 0,9 \cdot 60}{40 + 60} = \frac{86}{100} = 0,86 \text{ или } 86\%$$

Вывод: в численности отобранных рабочих доля квалифицированных рабочих составляет 86%.

Предельная ошибка выборки:

$$\Delta_w = t \mu_w = \pm 2 \times 0,033 = \pm 0,066 \text{ или } \pm 6,6\%$$

С вероятностью 0,954 можно утверждать, что доля квалифицированных рабочих в общей численности рабочих предприятия находится в пределах:

$$\begin{aligned} w - \Delta_w &\leq p \leq w + \Delta_w \\ 86 - 6,6 &\leq p \leq 86 + 6,6 \\ 79,4\% &\leq p \leq 92,6\% \end{aligned}$$

Задачи для самостоятельного решения

4.12. С целью анализа посещаемости спортивных секций проведена 5%-ная бесповторная типическая выборка студентов вуза. Группы образованы из студентов определенного курса, отбор в группу произведен пропорционально численности студентов на курсе. По результатам выборочного наблюдения получено следующее распределение:

Курс	Всего студентов на курсе, чел.	Отобрано студентов, чел.	Число посещений секций одним студентом в месяц	Внутригрупповая выборочная дисперсия
1	650	33	11	6
2	610	31	8	15
3	580	29	5	18
4	360	18	6	24
5	350	17	10	12
Итого:	2550	128	8	-

С вероятностью 0,954 определить возможные пределы, в которых ожидается среднее посещение спортивных секций одним студентом в месяц всеми студентами вуза.

4.13. С целью анализа доли отличников в общей численности студентов вуза, равной 2,5 тыс. чел., проведена 3%-ная бесповторная типическая выборка студентов с отбором единиц пропорционально численности студентов на курсе. По результатам получены следующие данные.

Курс	Отобрано студентов, чел.	Доля отличников	Дисперсия доли
	n	w	$w(1-w)$

1	33	0,10	0,16
2	31	0,11	0,09
3	29	0,14	0,10
4	18	0,14	0,14
5	17	0,15	0,12
Итого:	128	-	-

Определить с вероятностью 0,997 границы, в которых будет находиться доля отличников в общей численности всех студентов вуза.

4.14. На основании списка имен и адресов 10 тысяч клиентов, имеющих дисконтные скидки, в крупном магазине проводится 5%-ная типическая бесповторная выборка с пропорциональным отбором мужчин и женщин. В результате выборки получены следующие данные:

Группы	Число владельцев дисконта	Планируемый размер покупок тыс. руб.	Среднее квадратическое отклонение тыс. руб.
Женщины	8,5	200	6
Мужчины	1,5	120	2

С вероятностью 0,997 определить пределы планируемого размера покупок всеми владельцами дисконта.

4.4. Расчет необходимой численности выборки при типическом методе отбора.

Типовая задача 1. С целью анализа средней заработной платы трудоустроенных за год лиц служба занятости провела типическую выборку трудоустроенных лиц. Группы отбираемых лиц образованы по видам деятельности, отбор произведен пропорционально численности групп.

№ группы по виду деятельности	Всего трудоустроено, чел.
1	2100
2	1800
3	1200
4	1000
5	900
Итого:	7000

Определить, сколько трудоустроенных всего и по видам деятельности нужно отобрать, чтобы с вероятностью 0,954 средняя величина внутригрупповых дисперсий составила 180, а предельная ошибка выборки не превысила 3 тысяч рублей. Расчеты выполнить для повторной и бесповторной выборки.

Методика и расчеты

Выборка повторная:

$$n = \frac{t^2 \overline{\sigma_{выб}^2}}{\Delta_x^2} = \frac{2^2 \cdot 180}{3^2} = \frac{720}{9} = 80 \text{ чел.}$$

Вывод: чтобы с вероятностью 0,954 предельная ошибка повторной выборки не превысила 3 тыс. руб. необходимо отобрать трудоустроенных по всем видам деятельности 80 человек.

Выборка бесповторная:

$$n = \frac{t^2 \overline{\sigma_{\text{выб}}}^2 N}{\Delta_x^2 N + t^2 \overline{\sigma_{\text{выб}}}^2} = \frac{2^2 \cdot 180 \cdot 7000}{3^2 \cdot 7000 + 2^2 \cdot 180} = \frac{5040000}{63720} = 79 \text{ чел.}$$

Вывод: чтобы с вероятностью 0,954 предельная ошибка бесповторной выборки не превысила 3 тыс. руб. необходимо отобрать трудоустроенных по всем видам деятельности 80 человек.

Процент выборки: $n/N = 80 : 7000 = 0,0114$ или 1,14%

Численность отбираемых трудоустроенных по видам деятельности:

№ группы по виду деятельности	Всего трудоустроено, чел.	Необходимо отобрать, чел.
1	2100	23
2	1800	21
3	1200	14
4	1000	11
5	900	10
Итого:	7000	80

Типовая задача 2. По данным типовой задачи 1 с вероятностью 0,954 определить долю лиц, довольных трудоустройством, если размер предельной ошибки выборки не должен превышать 0,05, а средняя выборочная дисперсия максимальна. Расчеты выполнить для повторной и бесповторной выборки.

Методика и расчеты

Выборка повторная:

$$n = \frac{t^2 \overline{w(1-w)}}{\Delta_w^2} = \frac{2^2 \cdot 0,25}{(0,05^2)} = \frac{1,0}{0,0025} = 400 \text{ чел.}$$

Вывод: чтобы с вероятностью 0,954 предельная ошибка выборки не превысила 5% при повторной выборке необходимо отобрать 400 чел.

Выборка бесповторная:

$$n = \frac{t^2 \overline{w(1-w)} N}{\Delta_{\text{выб}}^2 N + t^2 \overline{w(1-w)}} = \frac{2^2 \cdot 0,25 \cdot 7000}{(0,05)^2 \cdot 7000 + 2^2 \cdot 0,25} = \frac{7000}{18,5} = 378 \text{ чел.}$$

Вывод: чтобы с вероятностью 0,954 предельная ошибка выборки не превысила 5% при бесповторной выборке необходимо отобрать 378 чел.

Процент выборки: $n/N = 400 : 7000 = 0,057$ или 5,7%

Численность отбираемых трудоустроенных по видам деятельности:

№ группы по виду деятельности	Всего трудоустроено, чел.	Необходимо отобрать, чел.
1	2100	120
2	1800	103
3	1200	69

4	1000	57
5	900	51
Итого:	7000	400

Задачи для самостоятельного решения

4.15. В общей численности сотрудников организации 600 чел. старше 40 лет и 1200 моложе этого возраста.

С целью анализа доли курящих определить объем типической бесповторной выборки всех сотрудников и каждой группы, чтобы с вероятностью 0,683 предельная ошибка выборки не превышала 5% при средней групповой дисперсии 0,21.

4.5. Расчет ошибок выборочного наблюдения при серийном (гнездовом) методе отбора

Типовая задача. С целью определения среднего эксплуатационного пробега 10000 шин легковых автомобилей, распределенных на партии по 100 шт., проводится серийная 4%-ная бесповторная выборка. Результаты испытания отобранных шин характеризуются следующими данными:

Показатели	№ отобранной партии			
	1	2	3	4
Средний эксплуатационный пробег шин, тыс. км	40	42	45	48
Доля шин с пробегом не менее 42 тыс. км	0,80	0,85	0,90	0,95

Определить средние ошибки репрезентативности эксплуатационного пробега шин и доли шин с пробегом не менее 42 тыс. км; с вероятностью 0,954 пределы, в которых будет находиться средний эксплуатационный пробег всех обследуемых шин и доля шин, пробег которых не менее 42 тыс. км, в генеральной совокупности.

Методика и расчеты

Межсерийная дисперсия средних по количественному признаку:

$$\overline{\delta_x^2} = \frac{\sum (\tilde{x}_i - \tilde{x})^2}{n}$$

где \tilde{x}_i - средняя из вариантов отобранных серий

Межсерийная дисперсия для доли по альтернативному признаку:

$$\overline{\delta_w^2} = \frac{\sum (w_i - \bar{w})^2}{n}$$

где w_i - средняя доля отобранных серий

Средняя ошибка выборки по количественному признаку:

$$\mu_x = \sqrt{\frac{\overline{\delta_x^2}}{r} \left(1 - \frac{r}{R}\right)},$$

где r - число отобранных серий; R – число серий в генеральной совокупности.

Средняя ошибка выборки по альтернативному признаку:

$$\mu_w = \sqrt{\frac{\delta_w^2}{r} \left(1 - \frac{r}{R}\right)}$$

Средний эксплуатационный пробег шин:

$$\tilde{x}_i = \frac{\sum x_i}{n} = \frac{40 + 42 + 45 + 48}{4} = \frac{175}{4} = 43,75 \text{ тыс. км}$$

Вывод: в отобранных партиях шин средний эксплуатационный пробег шин составляет 43,75 тыс. км.

Средняя доля шин с пробегом не менее 42 тыс. км:

$$\bar{w} = \frac{\sum w_i}{n} = \frac{0,8 + 0,85 + 0,9 + 0,95}{4} = \frac{3,5}{4} = 0,875 \text{ или } 87,5\%$$

Вывод: В отобранных партиях средняя доля шин с пробегом менее 42 тыс. км составляет 87,5%.

№ партии	Средний пробег шин, тыс км	$\tilde{x}_i - \bar{x}$	$(\tilde{x}_i - \bar{x})^2$	Доля шин с пробегом не менее 42 тыс. км	$w - \bar{w}$	$(w_i - \bar{w})^2$
	x_i			w_i		
1	40	-3,75	14,06	0,80	-0,075	0,005625
2	42	-1,75	3,06	0,85	-0,025	0,000625
3	45	1,25	1,56	0,90	0,025	0,000625
4	48	4,25	18,06	0,95	0,075	0,005625
Итого:	-	-	36,74	-	-	0,012500

Межсерийная дисперсия средних по количественному признаку:

$$\overline{\delta_x^2} = \frac{\sum (\tilde{x}_i - \bar{x})^2}{n} = \frac{36,74}{4} = 9,185$$

Межсерийная дисперсия для доли по альтернативному признаку:

$$\overline{\delta_w^2} = \frac{\sum (w_i - \bar{w})^2}{n} = \frac{0,0125}{4} = 0,003125$$

Средняя ошибка выборки по количественному признаку:

$$\mu_x = \sqrt{\frac{\overline{\delta_x^2}}{r} \left(1 - \frac{r}{R}\right)} = \sqrt{\frac{9,185}{4} \left(1 - \frac{4}{100}\right)} = \pm 1,5 \text{ тыс. км}$$

Средний пробег шин во всех партиях отклоняется от среднего пробега шин в отобранных партиях в ту и другую сторону в среднем на 1,5 тыс км.

Средняя ошибка выборки по альтернативному признаку:

$$\mu_w = \sqrt{\frac{\overline{\delta_w^2}}{r} \left(1 - \frac{r}{R}\right)} = \sqrt{\frac{0,003125}{4} \left(1 - \frac{4}{100}\right)} = \pm 0,0274 \text{ или } 2,74\%$$

Вывод: средняя доля шин с пробегом не менее 42 тыс. км во всех партиях отклоняется от средней доли шин с пробегом не менее 42 тыс. км во отобранных партиях в ту и другую сторону в среднем на 2,74%.

С вероятностью 0,954 предельная ошибка репрезентативности для количественного признака:

$$\Delta_x = \pm t\mu_x = \pm 2 \times 1,5 = \pm 3 \text{ тыс.км}$$

Вывод: средний эксплуатационный пробег всех шин с вероятностью 0,954 будет находится в пределах:

$$\bar{x} = \tilde{x} \pm \Delta_x = 43,75 \pm 3$$

$$40,75 \text{ тыс. км} \leq \bar{x} \leq 46,75 \text{ тыс км}$$

С вероятностью 0,954 предельная ошибка репрезентативности для альтернативного признака:

$$\Delta_w = \pm t\mu_w = \pm 2 \times 2,74 = \pm 5,5\%$$

Вывод: средняя доля шин с пробегом не менее 42 тыс км во всех партиях с вероятностью 0,954 будет находится в пределах:

$$p = \bar{w} \pm \Delta_w = 87,5 \pm 5,5$$

$$82,0\% \leq p \leq 93,0\%$$

Задачи для самостоятельного решения

4.16. На стройке работает 100 чел., для серийного бесповторного выборочного обследования квалификации работников отобрано две бригады по 10 человек в каждой:

№ бригады	Количество работников по разрядам, чел.				
	2	3	4	5	6
1	2	-	2	3	3
2	1	1	3	2	3

С вероятностью 0,683 определить пределы, в которых находится средний разряд всех работников стройки.

4.17. Товар поступил на склад, упакованным в 300 коробок по 50 единиц товара в каждом. С целью контроля качества поступившего товара произведен 3%-ный серийный бесповторный отбор коробок. Доля бракованного товара в отобранных коробках составила 2%, межсерийная дисперсия - 0,002.

С вероятностью 0,997 определить пределы, в которых находится доля бракованных товаров во всех коробках.

4.6. Расчет необходимой численности выборки при серийном отборе

Типовая задача 1. Строительная организация получила от поставщиков 500 ящиков керамической плитки по 50 шт. в каждой. С целью анализа качества плиток реализуется серийный бесповторный отбор. Известно, что межсерийная дисперсия равна 5,9 шт.

Определить, сколько нужно проверить ящиков, чтобы с вероятностью 0,997 предельная ошибка среднего количества поврежденных плиток не превысила 1 шт.?

Методика и расчеты

Отбор серийный, признак количественный, выборка бесповторная:

$$r = \frac{t^2 \delta_x^2 R}{\Delta_x^2 R + t^2 \delta_x^2}$$

Отбор серийный, признак альтернативный, выборка бесповторная:

$$r = \frac{t^2 \delta_w^2 R}{\Delta_w^2 R + t^2 \delta_w^2}$$

$$r = \frac{t^2 \delta_x^2 R}{\Delta_x^2 R + t^2 \delta_x^2} = \frac{(3)^2 \cdot 5,9 \cdot 500}{(1)^2 \cdot 500 + (3)^2 \cdot 5,9} = \frac{26550}{553,1} = 48 \text{ ящиков}$$

Вывод: чтобы с вероятностью 0,997 предельная ошибка среднего количества поврежденных плиток не превысила 1 шт., необходимо для проверки качества поставки отобрать 48 ящиков.

Типовая задача 2. Методом бесповторного серийного отбора проверяется качество 300 комплектов бокалов по 6 штук в каждом.

Определить, сколько комплектов необходимо отобрать, чтобы с вероятностью 0,954 ошибка доли битых бокалов не превысила 3%. Межсерийная дисперсия доли составляет 0,02.

Методика и расчеты

$$r = \frac{t^2 \delta_w^2 R}{\Delta_w^2 R + t^2 \delta_w^2} = \frac{2^2 \cdot 0,02 \cdot 300}{(0,03)^2 \cdot 300 + 2^2 \cdot 0,02} = \frac{24}{0,35} = 69 \text{ комплектов}$$

Вывод: чтобы с вероятностью 0,954 предельная ошибка доли битых бокалов не превысила 3%, необходимо для проверки качества поставки отобрать 69 комплектов бокалов.

Задачи для самостоятельного решения

4.18. С целью анализа доли рабочих, выполняющих норму выработки проводится серийный бесповторный отбор строительных бригад из 200 занятых в строительной индустрии города.

Определить необходимую численность выборки, чтобы с вероятностью 0,954 предельная ошибка выборки не превышала 5% при межсерийной дисперсии выборочной доли 2,25.

4.19. В общежитии университета проживает 1000 студентов по 4 человека в комнате. С целью определения среднего возраста студентов проводится бесповторный серийный отбор. Установлено значение межгрупповой дисперсии равно 2,7.

Определить, сколько комнат необходимо отобрать, чтобы с вероятностью 0,683 предельное отклонение среднего возраста всех студентов не превысило 1 год.

4.7. Расчет средней ошибки малой выборки

Типовая задача. Выборочное обследование студентов университета показало, что на подготовку к зачету они тратят следующее время, час:

№ студента	1	2	3	4	5	6	7
------------	---	---	---	---	---	---	---

Час.	8,8	8,3	7,8	8,1	7,3	7,2	8,5
------	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----

С вероятностью 0,953 определить пределы, в которых находится время подготовки к зачету всех студентов.

Методика и расчеты

Средняя ошибка малой выборки:

$$\mu_{м.в.} = \sqrt{\frac{\sigma_{м.в.}^2}{n}}$$

Дисперсия малой выборки:

$$\sigma_{м.в.}^2 = \frac{\sum (x - \bar{x})^2}{n-1},$$

где n – численность единиц малой выборки, не превышающая 20.

В малой выборке коэффициент доверия зависит не только от вероятности, но и объема выборки:

n \ t	5	7	10	12	16	18	20
1,0	0,626	0,644	0,656	0,662	0,666	0,668	0,670
1,5	0,792	0,816	0,832	0,838	0,846	0,848	0,850
2,0	0,884	0,908	0,924	0,930	0,936	0,938	0,940
2,5	0,933	0,953	0,966	0,970	0,975	0,977	0,978
3,0	0,960	0,976	0,984	0,988	0,991	0,992	0,992

Среднее время на подготовку к зачету отобранных студентов:

$$\bar{x} = \frac{\sum x}{n} = \frac{8,8 + 8,3 + 7,8 + 8,1 + 7,3 + 7,2 + 8,5}{7} = \frac{56}{7} = 8 \text{ час.}$$

Вывод: отобранные студенты тратят на подготовку к зачету в среднем 7 час.

Выборочная дисперсия:

$$\sigma_{м.в.}^2 = \frac{\sum (x - \bar{x})^2}{n-1} = \frac{(0,8)^2 + (0,3)^2 + (-0,2)^2 + (0,1)^2 + (-0,7)^2 + (-0,8)^2 + (0,5)^2}{7-1} = 0,3$$

Средняя ошибка выборки:

$$\mu_{м.в.} = \sqrt{\frac{\sigma_{м.в.}^2}{n}} = \sqrt{\frac{0,3}{7}} = \pm 0,2 \text{ часа}$$

Вывод: время подготовки к зачету всех студентов университета отклоняется от времени отобранных 7 человек в ту и другую сторону в среднем на 0,2 часа.

Для $n = 7$ и вероятности 0,953 $t=2,5$

Предельная ошибка выборки:

$$\Delta = t \mu_{м.в.} = \pm 2,5 \times 0,2 = \pm 0,5 \text{ часа}$$

Вывод: с вероятностью 0,953 можно утверждать, что время подготовки к зачету всех студентов университета нахоится в пределах:

$$8 - 0,5 \leq \bar{x} \leq 8 + 0,5$$
$$7,5 \text{ час.} \leq \bar{x} \leq 8,5 \text{ час.}$$

Задачи для самостоятельного решения

4.20. Выборочное обследование рабочих мест малого предприятия показало, что на выполнение операции рабочие затрачивали времени (мин): 3,5; 4,2; 1,8; 3,8; 4,4; 3,2; 2,2; 3,1.

Определить с вероятностью 0,953 пределы, в которых находятся средние затраты времени всех рабочих на эту операцию.

ТЕМА 5. РЯДЫ ДИНАМИКИ

Практические занятия по данной теме предусматривают решение следующих типов задач: 1) смыкание рядов динамики; 2) расчет аналитических показателей ряда динамики; 3) расчет средних показателей ряда динамики; 4) выявление тенденции методом укрупнения интервала и методом скользящей средней; 5) аналитическое выравнивание ряда и прогнозирование на основе теоретической кривой.

5.1. Смыкание рядов динамики

Типовая задача. Имеются данные о розничном товарообороте района, территория которого изменилась в 2019 г., млрд руб.:

Годы	2017	2018	2019	2020	2021
В старых границах	64	67	69	-	-
В новых границах	-	-	75	78	82

Построить ряд с сопоставимыми уровнями.

Методика и расчеты

1. Фиксируется два уровня ряда, например в прежних и новых территориальных границах, ценах, единицах измерения для даты или периода, когда произошло изменение.

2. Рассчитывается коэффициент пересчета делением уровня ряда после изменения на уровень той же даты или периода до изменения.

3. Строится сопоставимый ряд, в котором уровни до даты или периода, в котором произошли изменения, умножаются на коэффициент пересчета.

Коэффициент пересчета: $76 : 69 = 1,087$

Уровни ряда в новых границах:

$$y_{17} = 64 \times 1,087 = 70 \text{ млрд руб.}$$

$$y_{18} = 67 \times 1,087 = 73 \text{ млрд руб.}$$

Сопоставимый ряд:

Годы	2017	2018	2019	2020	2021
Товарооборот, млрд руб.	70	73	75	78	82

Задачи для самостоятельного решения

5.1. Имеются данные на 1 января о численности населения города, территория которого изменилась в 2018 г., тыс. чел.:

Годы	2017	2018	2019	2020	2021
В старых границах	64	67	69	-	-
В новых границах	-	-	75	78	82

Построить ряд с сопоставимыми уровнями.

5.2. Расчет аналитических показателей ряда динамики

Типовая задача 1. Имеются данные о динамике численности безработных одной из стран на начало квартала, млн чел.:

Кварталы	I	II	III	IV
Численность безработных на начало квартала	8,4	8,3	8,3	9,3

Дать характеристику ряда, рассчитать аналитические показатели. Проверить расчеты. Сделать выводы.

Методика и расчеты

Характеристика ряда:

моментный (уровни ряда заданы на дату – начало квартала);

с абсолютными уровнями ряда (имеют единицу измерения млн чел.);

полный расстояние между датами одинаковое – один квартал);

изолированный (показатель один – численность безработных).

Базисные абсолютные изменения уровней ряда:

$$\Delta y^{\bar{}} = y_i - y_1$$

$$\Delta y_{II}^{\bar{}} = 8,3 - 8,4 = -0,1 \text{ млн чел.};$$

$$\Delta y_{III}^{\bar{}} = 8,3 - 8,4 = -0,1 \text{ млн чел.};$$

$$\Delta y_{IV}^{\bar{}} = 9,3 - 8,4 = 0,9 \text{ млн чел.}$$

Вывод: по сравнению с I кварталом численность безработных в данной стране во II и III кварталах уменьшилась на 100 тыс. чел., в IV квартале возросла на 900 тыс. чел.

Цепные абсолютные изменения:

$$\Delta y^{\text{ц}} = y_i - y_{i-1}$$

$$\Delta y_{II}^{\text{ц}} = \Delta y_{II}^{\bar{}} = -0,1 \text{ млн чел.};$$

$$\Delta y_{III}^{\text{ц}} = 8,3 - 8,3 = 0 \text{ млн чел.};$$

$$\Delta y_{IV}^{\text{ц}} = 9,3 - 8,3 = 1,0 \text{ млн чел.}$$

Вывод: численность безработных во II квартале по сравнению с I уменьшилась на 100 тыс. чел.; в III квартале по сравнению со II не изменилась, в IV квартале по сравнению с III увеличилась на 1 млн чел.

Проверка расчетов на основании связи базисных и цепных абсолютных изменений:

$$\Delta y_{II}^{\text{ц}} = \Delta y_{II}^{\bar{}} = -0,1 \text{ млн чел.}$$

$$\Delta y_{II}^{\text{ц}} + \Delta y_{III}^{\text{ц}} = -0,1 + 0 = -0,1 \text{ млн чел.} = \Delta y_{III}^{\bar{}}$$

$$\Delta y_{II}^{\text{ц}} + \Delta y_{III}^{\text{ц}} + \Delta y_{IV}^{\text{ц}} = -0,1 + 0 + 1,0 = 0,9 \text{ млн чел.}$$

Базисные темпы роста:

$$T_p^{\bar{}} = \frac{y_i}{y_1}$$

$$T_{pII}^{\delta} = \frac{8,3}{8,4} = 0,9881$$

$$T_{pIII}^{\delta} = \frac{8,3}{8,4} = 0,9881$$

$$T_{pIV}^{\delta} = \frac{9,3}{8,4} = 1,1071$$

Вывод: по сравнению с I кварталом численность безработных в данной стране во II и III кварталах сократилась на 1,19%; в IV квартале возросла в 1,1071 раза. Если темпы роста меньше единицы, принято говорить, не во сколько раз, а насколько процентов уменьшился показатель.

Цепные темпы роста:

$$T_p^u = \frac{y_i}{y_{i-1}}$$

$$T_{pII}^u = T_{pII}^{\delta} = 0,9881$$

$$T_{pIII}^u = \frac{8,3}{8,3} = 1,0;$$

$$T_{pIV}^u = \frac{9,3}{8,3} = 1,1215.$$

Вывод: численность безработных во II квартале по сравнению с I уменьшилась на 1,19%; в III квартале по сравнению со II не изменилась, в IV квартале по сравнению с III возросла в 1,1215 раза.

Проверка расчетов на основании связи базисных и цепных темпов роста.

$$T_{pII}^u T_{pIII}^u T_{pIV}^u = T_{pIV}^{\delta}; \quad 0,9881 \cdot 1 \cdot 1,1215 = 1,1071;$$

$$T_{pII}^u T_{pIII}^u = T_{pIII}^{\delta}; \quad 0,9881 \cdot 1 = 0,9881.$$

Базисные темпы прироста:

$$T_{np}^{\delta} = T_p^{\delta}(\%) - 100(\%)$$

$$T_{npII}^{\delta} = 98,81 - 100 = -1,19\%;$$

$$T_{npIII}^{\delta} = 98,81 - 100 = -1,19\% ;$$

$$T_{npIV}^{\delta} = 110,71 - 100 = 10,71\%.$$

Вывод: по сравнению с I кварталом численность безработных во II и III кварталах сократилась на 1,19%; в IV квартале возросла на 10,71%.

Цепные темпы прироста:

$$T_{np}^u(\%) = T_p^u - 100(\%).$$

$$T_{npII}^u = T_{npII}^{\delta} = -1,19\%;;$$

$$T_{npIII}^u = 100 - 100 = 0\%;$$

$$T_{npIV}^u = 112,15 - 100 = 12,05\%.$$

Вывод: численность безработных во II квартале по сравнению с I уменьшилась на 1,19%; в III квартале по сравнению со II не изменилась; в IV квартале по сравнению с III возросла на 12,05%.

Абсолютное значение одного процента цепного прироста:

I способ:

$$A = \frac{\Delta y^u}{T_{np}^u}$$

$$A_2 = \frac{0,1}{1,19} = 0,084 \text{ млн чел.};$$

$$A_3 = 0;$$

$$A_4 = \frac{0,1}{12,05} = 0,083 \text{ млн чел}$$

Каждый процент сокращения численности безработных во втором квартале означал уменьшение безработных на 84 тыс. чел.; увеличение в четвертом квартале — рост числа безработных на 83 тыс. чел.

II способ:

$$A = 0,01y_{i-1}$$

$$A_2 = 0,01 \times 8,4 = 0,084 \text{ млн чел.}$$

$$A_4 = 0,01 \times 8,3 = 0,083 \text{ млн чел.}$$

Сводная таблица «Аналитические показатели ряда динамики»

Квартал	Численность безработных на начало, млн чел.	Абсолютное изменение уровня ряда млн чел.		Темп роста, раз		Темп прироста, %		Абсолютное значение 1% прироста (уменьшения), млн чел.
		Δy_i^{δ}	Δy_i^u	T_p^{δ}	T_p^u	T_{np}^{δ}	T_{np}^u	
<i>i</i>	y_i							A_i
I	8,4	—	—	—	—	—	—	—
II	8,3	-0,1	-0,1	0,9881	0,9881	-1,19	-1,19	0,084
III	8,3	-0,1	0,0	0,9881	1,0000	-1,19	0,00	0,000
IV	9,3	0,9	1,0	1,1071	1,1215	10,71	12,05	0,083

Типовая задача 2. Имеются данные предприятия о приросте объема производства продукции по отношению к предыдущему году:

од	Прирост объема производства к предшествующему году, млн руб.	<i>Прирост объема производства к базисному году, млн руб.</i>
	+42	+42
	+43	42+43=85
	+43	+128

	-42	42+43+43-42=86
	-41	42+43+43-42-41=85

Определить базисные абсолютные изменения выпуска продукции по годам.

Методика и расчеты

$$\Delta y_1^{\bar{o}} = \Delta y_1^u = +42 \text{ млн руб.}$$

$$\Delta y_2^{\bar{o}} = \Delta y_1^u + \Delta y_2^u = +42 + 43 = +85 \text{ млн руб.}$$

$$\Delta y_3^{\bar{o}} = \Delta y_1^u + \Delta y_2^u + \Delta y_3^u = +42 + 43 + 43 = +128 \text{ млн руб.}$$

$$\Delta y_4^{\bar{o}} = \Delta y_1^u + \Delta y_2^u + \Delta y_3^u + \Delta y_4^u = +42 + 43 + 43 + (-42) = +86 \text{ млн руб.}$$

$$\Delta y_5^{\bar{o}} = \Delta y_1^u + \Delta y_2^u + \Delta y_3^u + \Delta y_4^u + \Delta y_5^u = +42 + 43 + 43 + (-42) + (-41) = +45$$

млн руб.

Вывод: по сравнению с базисным годом объем продукции данного предприятия вырос в первом году на 42, втором – на 85, третьем – на 128, четвертом – на 86 и пятом на 85 млн руб.

Типовая задача 3. По сравнению с предшествующим годом численность работников организации в первом году не изменилась, во втором увеличилась в 1,1 раза, в третьем году уменьшилась на 1,8%, в четвертом – на 8,2%. На сколько процентов изменилась численность работников организации в третьем году по сравнению с базисным?

Методика и расчеты

Произведение цепных темпов дает последний базисный:

Базисный темп роста третьего года:

$$T_{p_3}^{\bar{o}} = T_{p_1}^u \cdot T_{p_2}^u \cdot T_{p_3}^u = 1,0 \times 1,1 \times 0,982 = 1,0802 \text{ или } 108,02\%.$$

Вывод: в третьем году по сравнению с базисным численность работников организации возросла на 8,02%

Задачи для самостоятельного решения

5.2. Среднемесячная начисленная заработная плата работников организаций характеризуется следующими данными, руб.:

Годы	2015	2016	2017	2018	2019
В среднем за год	34030	36709	39167	43724	47867

Дать характеристику ряда; рассчитать аналитические показатели. Выполнить проверку расчетов, используя связь цепных и базисных аналитических показателей. Сделать выводы.

5.3. Имеются данные об изменении объема производства на предприятии:

Год	1	3	3	4	5
Прирост к базисному году	-55	-30	0	+40	+50

Определить цепные абсолютные изменения выпуска продукции предприятия.

5.4. По сравнению с предшествующим годом средняя стоимость основных фондов в первом году возросла на 12 млн руб., во втором не изменилась, в третьем уменьшилась на 3 млн руб., в четвертом увеличилась на 25 млн руб.

Как изменилась средняя стоимость основных фондов в четвертом году по сравнению с базисным?

5.5. По сравнению с базисным годом в первом году производительность труда возросла на 10 тыс. руб./чел.; во втором уменьшилась на 3 тыс. руб./чел., в третьем не изменилась, в четвертом увеличилась на 16 тыс. руб./чел.

Как изменилась производительность труда в четвертом году по сравнению с третьим?

5.6. Имеются данные об изменении объема производства на предприятии по сравнению с базисным годом, млн руб.: первый год – (055); второй год – (-30); третий год – 0; четвертый год – (+40); пятый год (+50).

Определить абсолютные приросты объема производства к предыдущему году.

5.7. По сравнению с предшествующим годом численность работников организации в первом году не изменилась, во втором увеличилась в 1,1 раза, в третьем году уменьшилась на 1,8%, в

На сколько процентов изменилась численность работников организации в третьем году по сравнению с базисным?

5.8. В первом году средняя стоимость запасов материалов равнялась 18 млн руб., в третьем году по сравнению с первым запасы уменьшились на 4%.

Определить уровень запасов в третьем году.

5.9. Имеются данные о капитальных вложениях в одну из отраслей экономики:

Год	Объем вложений, млрд руб.
1	420
2	432
3	432
4	434
5	438

Дать характеристику ряда. Определить базисные и цепные аналитические показатели. Сделать выводы.

5.10. Имеются данные о производстве продукции на предприятии:

Год	Прирост объема производства к предыдущему году, %
1	+3
2	+2,5
3	+1
4	Без изменения

5	-1
---	----

Определить базисные темпы прироста и базисные темпы роста продукции предприятия. Сделать выводы.

5.3. Расчет средних показателей ряда динамики

Типовая задача 1. Рассчитать средний уровень ряда динамики типовой задачи 1 п. 5.2.

Методика и расчеты

Выбор формулы расчета среднего уровня ряда динамики зависит от вида ряда динамики (моментный или интервальный, полный или неполный). Если ряд моментный и полный, применяется средняя хронологическая:

$$\bar{y} = \frac{0,5y_1 + y_2 + \dots + y_{n-1} + 0,5y_n}{n-1} = \frac{0,5 \cdot 8,4 + 8,3 + 8,3 + 0,5 \cdot 9,3}{4-1} = \frac{25,45}{3} = 8,5 \text{ млн. чел.}$$

Вывод: в рассматриваемом году численность безработных данной страны на начало каждого квартала составляла в среднем 8,5 млн. чел.

Типовая задача 2. Имеются данные о динамике вкладов до востребования в банках города, тыс. руб.:

Дата	01.01	01.03	01.09	01.10	01.11
Вклады до востребования	72877	71033	70310	74800	82576

Дать характеристику ряда. Определить средний размер вклада до востребования в банках города на начало месяца. Сделать выводы

Методика и расчеты

Характеристика ряда: ряд моментный, с абсолютными уровнями ряда, неполный (расстояния между датами разные), изолированный.

Средний уровень ряда неполного моментного ряда динамики:

$$\bar{y} = \frac{\sum \bar{y}_{\text{инт}} t}{\sum t} - \text{средняя арифметическая взвешенная,}$$

где $\bar{y}_{\text{инт}}$ — среднее значение уровня для интервала; t — ширина интервала (расстояние между ближайшими датами или периодами).

Средний уровень интервала:

$$\bar{y}_{\text{инт}} = \frac{y_i + y_{i-1}}{2} - \text{средняя арифметическая простая,}$$

где $\bar{y}_{\text{инт}}$ — среднее значение уровня для интервала; y_i — i -й уровень ряда; y_{i-1} — уровень, предшествующий i -му.

Средние значения уровней для каждого временного интервала:

$$\bar{y}_1 = \frac{72877 + 71033}{2} = 71955 \text{ тыс. руб.; } (t_1 = 2 \text{ мес.})$$

$$\bar{y}_2 = \frac{71033 + 74800}{2} = 70761,5 \text{ тыс. руб.}; (t_2 = 6 \text{ мес.})$$

$$\bar{y}_3 = \frac{70310 + 74800}{2} = 72555 \text{ тыс. руб.}; (t_3 = 1 \text{ мес.})$$

$$\bar{y}_4 = \frac{74800 + 82576}{2} = 78688 \text{ тыс. руб.} (t_4 = 1 \text{ мес.})$$

Средний уровень ряда:

$$\bar{y} = \frac{\sum \bar{y}_{\text{инт}} t}{\sum t} = \frac{71955 \cdot 2 + 70671,5 \cdot 6 + 72555 \cdot 1 + 78688 \cdot 1}{2 + 6 + 1 + 1} = 71918,2 \text{ тыс. руб.}$$

Вывод: в период с 1 января по 1 ноября размер банковских вкладов до востребования на начало каждого месяца составлял в среднем 71 918,2 тыс. руб.

Типовая задача 3. Имеются данные о прибыли организации за 5 лет:

Год	1	2	3	4	5
Прибыль, млн руб.	112	115	104	104	116

Дать характеристику ряда. Определить средний годовой размер прибыли организации за пятилетие. Сделать выводы.

Методика и расчеты

Для интервальных рядов с равноотстоящими периодами времени расчет среднего уровня ряда производится по средней арифметической простой:

$$\bar{y} = \frac{\sum y}{n}$$

Если в интервальном ряду отрезки между уровнями имеют неравную длительность, то средний уровень ряда рассчитывается по средней арифметической взвешенной:

$$\bar{y} = \frac{\sum \bar{y}_{\text{инт}} t}{\sum t}$$

Ряд интервальный с равными периодами времени (1 год):

$$\bar{y} = \frac{\sum y}{n} = \frac{112 + 115 + 104 + 104 + 116}{5} = \frac{551}{5} = 110,2 \text{ млн руб.}$$

Вывод: ежегодный размер прибыли организации в данном пятилетии составлял в среднем 110,2 млн руб.

Типовая задача 4. Рассчитать среднее ежегодное абсолютное изменение числа безработных одной из стран по данным типовой задачи 5.2:

Начало квартала	I	II	III	IV
Численность безработных на начало квартала, млн чел.	8,4	8,3	8,3	9,3

Методика и расчеты

Среднее абсолютное изменение, 1 способ:

$$\overline{\Delta y} = \frac{\Delta y_1^u + \Delta y_2^u + \dots + \Delta y_k^u}{k}$$

где $\Delta y_1^u, \Delta y_2^u, \dots, \Delta y_k^u$ — цепные абсолютные приросты; k — число уровней ряда.

Среднее абсолютное изменение, 2 способ:

$$\overline{\Delta y} = \frac{\Delta y_k^{\delta}}{k}$$

где Δy_k^{δ} — последний базисный абсолютный прирост.

Среднее абсолютное изменение, 3 способ:

$$\overline{\Delta y} = \frac{y_n - y_1}{n - 1},$$

где y_1 - первый уровень ряда; y_n - последний уровень ряда; n — число уровней ряда.

1 способ: исходные данные см расчеты типовой задачи 5.2:

$\Delta y_{II}^u = -0,1$ млн чел.; $\Delta y_{III}^u = 0$ млн чел.; $\Delta y_{IV}^u = 1,0$ млн чел.

$$\overline{\Delta y} = \frac{\Delta y_1^u + \Delta y_2^u + \dots + \Delta y_k^u}{k} = \frac{-0,1 + 0 + 1,0}{3} = 0,3 \text{ млн чел.}$$

2 способ: исходные данные см расчеты типовой задачи 5.2: Δy_{IV}^{δ}

$$\overline{\Delta y} = \frac{\Delta y_k^{\delta}}{k} = \frac{0,9}{3} = 0,3 \text{ млн чел.}$$

3 способ:

$$\overline{\Delta y} = \frac{y_n - y_1}{n - 1} = \frac{9,3 - 8,4}{3} = 0,3 \text{ млн чел.}$$

Вывод: в течение года численность безработных на начало каждого квартала возрастала в среднем на 300 тыс. чел.

Типовая задача 5. Рассчитать средний темп ежегодного изменения числа безработных одной из стран по данным типовой задачи 5.2:

Начало квартала	I	II	III	IV
Численность безработных на начало квартала, млн чел.	8,4	8,3	8,3	9,3

Методика и расчеты

Средний темп роста, 1 способ.

$$\bar{T}_p = \sqrt[k]{T_{p_1}^u T_{p_2}^u \dots T_{p_k}^u},$$

где $T_{p_1}^u, T_{p_2}^u, \dots, T_{p_k}^u$ - цепные темпы роста; k — число аналитических показателей ($k = n-1$).

Средний темп роста, 2 способ.

$$\bar{T}_p = \sqrt[k]{T_{p_k}^{\bar{b}}},$$

где $T_{p_k}^{\bar{b}}$ - последний базисный темп роста.

Средний темп роста, 3 способ.

$$\bar{T}_p = \sqrt[n-1]{\frac{y_n}{y_1}},$$

где y_1 - первый уровень ряда; y_n - последний уровень ряда; n - число уровней ряда.

Средний темп прироста:

$$\bar{T}_{np} = \bar{T}_p (\%) - 100 (\%)$$

1 способ: исходные данные см расчетные данные типовой задачи 5.2:
 $T_{pII}^u = 0,9881$; $T_{pIII}^u = 1,0$; $T_{pIV}^u = 1,1215$.

$$\bar{T}_p = \sqrt[k]{T_{p1}^u T_{p2}^u \dots T_{pk}^u} = \sqrt[3]{0,988 \cdot 1 \cdot 1,1205} = \sqrt[3]{1,1071} = 1,024$$

2 способ: исходные данные см расчеты типовой задачи 5.2: $T_{pIV}^{\bar{b}} = 1,1071$

$$\bar{T}_p = \sqrt[k]{T_{p_k}^{\bar{b}}} = \sqrt[3]{1,1071} = 1,024.$$

3 способ:

$$\bar{T}_p = \sqrt[n-1]{\frac{y_n}{y_1}} = \sqrt[3]{\frac{9,3}{8,4}} = \sqrt[3]{1,1071} = 1,024;$$

Вывод: в течение года численность безработных данной страны на начало каждого квартала возрастала в среднем в 1,024 раза.

Средний темп прироста:

$$\bar{T}_{np} = \bar{T}_p (\%) - 100 (\%) = 102,4\% - 100\% = 2,4\%.$$

Вывод: в течение года численность безработных данной страны на начало каждого квартала возрастала в среднем на 2,4%.

Типовая задача 6. По данным типовой задачи 5 спрогнозировать безработицу в третьем квартале следующего года, используя исчисленный средний темп роста.

Методика и расчеты

Прогноз на основании темпа роста:

$$y_k = y_n (\bar{T}_p)^k,$$

где y_k - прогнозируемый уровень; k - длительность периода прогноза;
 y_n - последний известный уровень ряда до момента прогноза.

Прогноз на основании темпа прироста:

$$y_k = y_n (1 + \bar{T}_{np})^k$$

Прогноз на основании темпа роста:

$$y_k = y_n (\bar{T}_p)^k = 9,3(1,024)^3 = 9,9 \text{ млн чел.}$$

Прогноз на основании темпа прироста:

$$y_k = y_n (1 + \bar{T}_{np})^k = 9,3(1 + 0,024)^3 = 9,9 \text{ млн чел.}$$

Вывод: если средний темп роста сохранится то на начало третьего квартала следующего года численность безработных в данной стране достигнет 9,9 млн чел.

Задачи для самостоятельного решения

5.11. По данным задачи 5.2 рассчитать средние показатели ряда динамики. Применить разные методы расчета. Сделать выводы.

5.12. Имеются данные о капитальных вложениях в одну из отраслей экономики:

Год	Рост объема вложений к предыдущему году
2017	0,99
2018	1,00
2019	1,01
2020	1,02
2021	1,03

Каков будет объем вложений в отрасль в 2024 г., если среднегодовой темп роста сохранится на уровне 2017-2021 гг., а объем вложений в 2017 г. составил 450 млрд руб. Сделать выводы.

5.13. Имеются данные о численности работников предприятия:

Дата	Число работников, чел
1.01	850
1.03	840
1.05	835
1.06	838
1.09	844
1.10	852
1.12	854

Дать характеристику ряда динамики, рассчитать базисные и цепные аналитические показатели. Выполнить проверку расчетов. Сделать выводы

Рассчитать средние показатели ряда. Применить разные методы расчета. Сделать выводы.

Спрогнозировать численность работников на 1.12 следующего года.

5.4. Выявление тенденции методом укрупнения интервала ряда динамик и методом скользящей средней

Типовая задача 1. Имеются данные о грузообороте транспортных предприятий города, млрд т-км:

Месяц	Грузооборот	Месяц	Грузооборот	Месяц	Грузооборот
Январь	256,0	Май	253,5	Сентябрь	243,4
Февраль	248,7	Июнь	252,3	Октябрь	251,9
Март	270,2	Июль	248,6	Ноябрь	242,9

Апрель	262,7	Август	254,6	Декабрь	247,7
--------	-------	--------	-------	---------	-------

Определить тенденцию грузооборота предприятий транспорта методом замены месячных уровней квартальными.

Методика и расчеты

Первоначальный ряд динамики заменяется другим, уровни которого относятся к более длительным периодам времени.

Метод применим для абсолютных уровней, поскольку их можно суммировать.

Уровни ряда с укрупненными интервалами:

$$y_j = \sum y_i,$$

где y_j - уровни исходного ряда; y_j - уровни укрупненного ряда.

$$y_I = 256,0 + 248,7 + 270,2 = 774,9 \text{ млрд т-км}$$

$$y_{II} = 262,7 + 253,5 + 252,3 = 768,5 \text{ млрд т-км}$$

$$y_{III} = 248,6 + 254,6 + 243,4 = 746,6 \text{ млрд т-км}$$

$$y_{IV} = 251,9 + 242,9 + 247,7 = 742,5 \text{ млрд т-км}$$

Укрупненный ряд:

Кварталы	I	II	III	IV
Грузооборот, т-км	774,9	768,5	746,6	742,5

Вывод: укрупненный ряд показывает ярко выраженный понижательный тренд грузооборота.

Типовая задача 2. Используя исходные данные задачи 1, выявить основную тенденцию грузооборота предприятий транспорта методом сглаживания ряда с помощью пятичленной скользящей средней.

Методика и расчеты

Методика сглаживания ряда методом скользящей средней.

1. Строится график динамики фактических уровней ряда и делается вывод о наличии или отсутствии тренда и степени его выраженности.

2. Формируются укрупненные интервалы (интервалы сглаживания), включающие одинаковое число уровней исходного ряда динамики (m): три, пять и т.д. уровней. Берется нечетное число уровней

Число уровней называется **членностью скользящей средней** (чаще всего 3, 5, 7). Если при расчете средней учитывается три уровня, скользящая средняя называется трехчленной, пять уровней – пятичленной и т.д.

Если сглаживают мелкие, беспорядочные колебания уровней в ряду динамики, то интервал (число членов скользящей средней) увеличивают. Если волны следует сохранить, число членов уменьшают.

3. Рассчитываются средние уровни нового ряда по арифметической простой (\bar{y}_j):

$$\bar{y}_j = \frac{\sum y_i}{m},$$

где j – порядковый номер средней в новом ряду; y_i i –й уровень исходного ряда; m — членность скользящей средней.

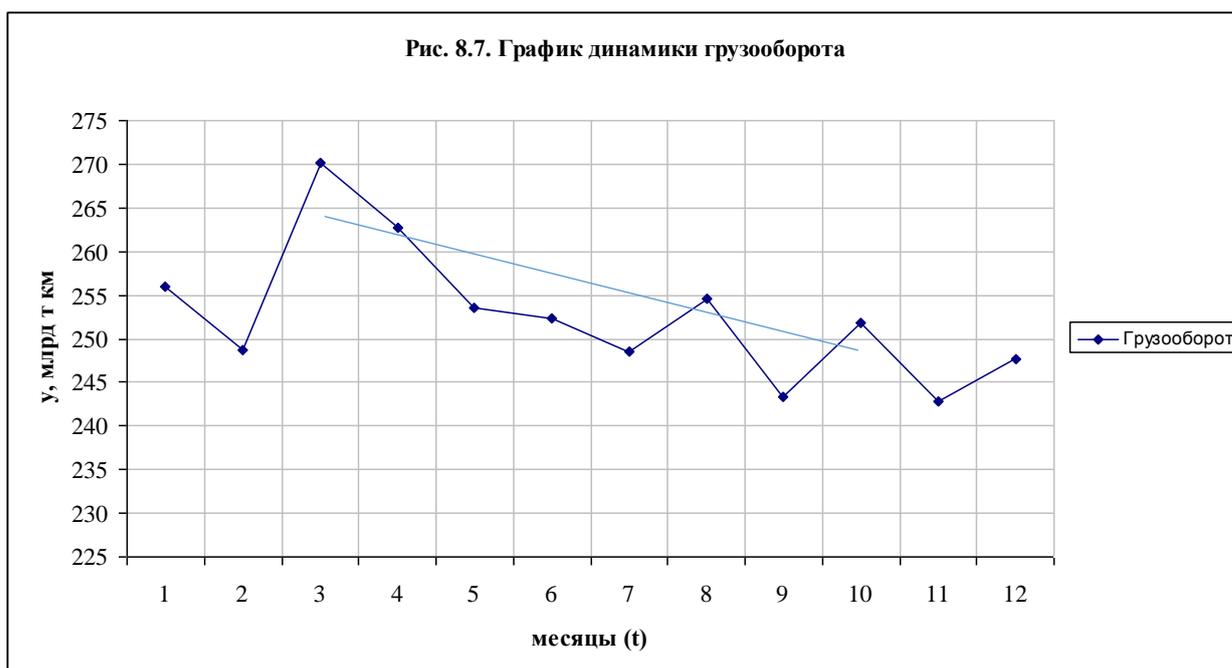
При исчислении средних первый уровень исходного ряда динамики отбрасывают, а в расчет средней включают уровень, следующий за последним уровнем предыдущего расчета. Процесс продолжается до тех пор, пока в расчет y будет включен последний уровень исследуемого ряда динамики y_n .

При использовании приема скользящей средней сглаженный ряд сокращается по сравнению с исходным уровнем на число уровней, равное $(m-1)$.

4. В осях координат графика фактических исходных уровней строится график исчисленных скользящих средних.

5. По ряду динамики, построенному из средних уровней, выявляют общую тенденцию развития явления.

График динамики фактических уровней грузооборота по исходным данным.



Скользящие средние:

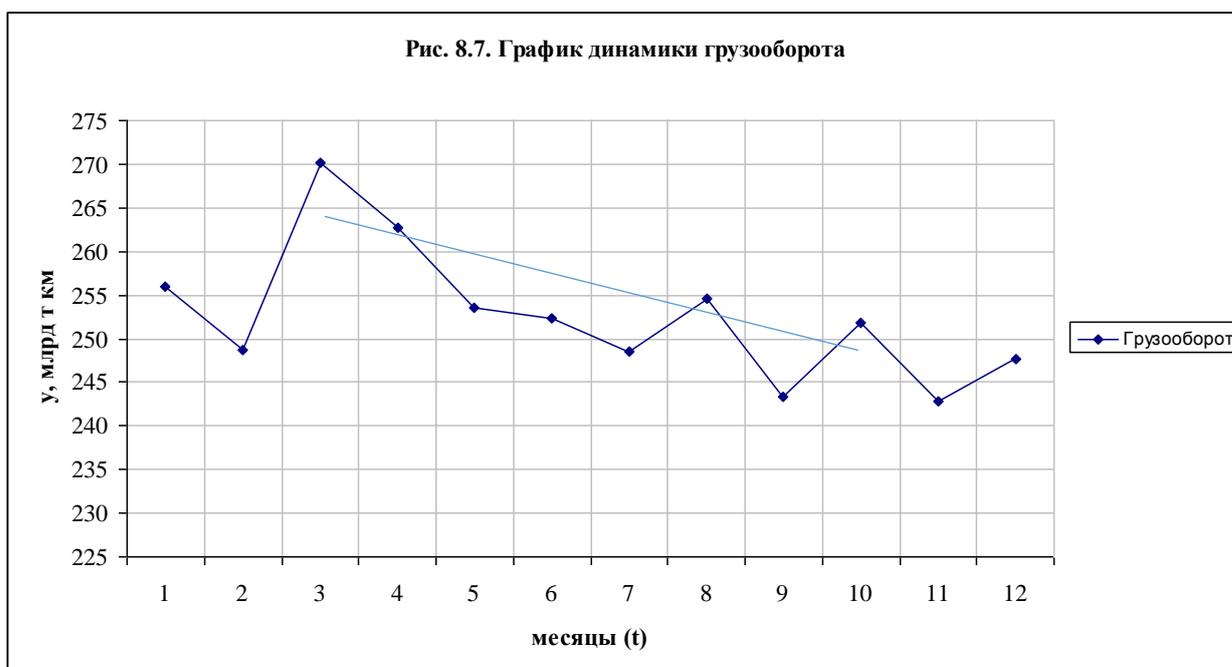
$$\bar{y}_1 = \frac{256,0 + 248,7 + 270,2 + 262,7 + 253,5}{5} = 258,2 \text{ млрд тк-м;}$$

$$\bar{y}_2 = \frac{248,7 + 270,2 + 262,7 + 253,5 + 252,3}{5} = 257,48 \text{ млрд ткм и т.д.}$$

Расчетная таблица:

Месяц i	y_i	\bar{y}_j
Январь	256	—
Февраль	248,7	—
Март	270,2	$(256,0 + 248,7 + 270,2 + 262,7 + 253,5) : 5 = 258,22$
Апрель	262,7	$(248,7 + 270,2 + 262,7 + 253,5 + 252,3) : 5 = 257,48$
Май	253,5	$(270,2 + 262,7 + 253,5 + 252,3 + 248,6) : 5 = 257,46$
Июнь	252,3	$(262,7 + 253,5 + 252,3 + 248,6 + 254,6) : 5 = 254,34$
Июль	248,6	$(253,5 + 252,3 + 248,6 + 254,6 + 243,4) : 5 = 250,48$
Август	254,6	$(252,3 + 248,6 + 254,6 + 243,4 + 251,9) : 5 = 250,16$
Сентябрь	243,4	$(248,6 + 254,6 + 243,4 + 251,9 + 242,9) : 5 = 248,28$
Октябрь	251,9	$(254,6 + 243,4 + 251,9 + 242,9 + 247,7) : 5 = 248,1$
Ноябрь	242,9	—
Декабрь	247,7	—

График скользящих средних в координатах графика фактических исходных уровней.



Вывод: сглаживание ряда динамики показывает устойчивую тенденцию снижения грузооборота предприятий транспорта от января к декабрю: значения средней пятичленной скользящей средней уменьшаются от периода к периоду.

Задачи для самостоятельного решения

5.14. Имеются данные о месячном выпуске продукции предприятия, млн руб.:

Месяц	Выпуск	Месяц	Выпуск	Месяц	Выпуск
-------	--------	-------	--------	-------	--------

Январь	125	Май	125	Сентябрь	152
Февраль	103	Июнь	131	Октябрь	121
Март	135	Июль	140	Ноябрь	160
Апрель	120	Август	107	Декабрь	122

Дать характеристику ряда. Определить тенденцию выпуска предприятия методом укрупнения интервала исходного ряда. Сделать выводы.

5.15. Используя исходные данные задачи 5.14, выявить основную тенденцию выпуска продукции предприятия методом сглаживания ряда с помощью пятичленной скользящей средней. Сделать выводы.

5.16. Имеются данные о дневной цене акции на бирже за месяц:

Дата	Цена, руб.	Дата	Цена, руб.	Дата	Цена, руб.
1	78,9	11	108,6	21	150,7
2	78,1	12	107,9	22	149,6
3	86,0	13	106,8	23	153,6
4	97,5	14	132,1	24	179,4
5	83,3	15	113,0	25	153,7
6	86,0	16	111,8	26	158,6
7	90,6	17	124,4	27	199,2
8	86,1	18	114,1	28	164,3
9	81,3	19	108,4	29	135,3
10	105,1	20	124,0	30	159,3

Дать характеристику ряда. Определить тенденцию цены акции методом укрупнения интервала исходного ряда. Сделать выводы.

5.17. Используя исходные данные задачи 5.16, выявить основную тенденцию выпуска продукции предприятия методом сглаживания ряда с помощью пятичленной скользящей средней. Сделать выводы.

5.5. Аналитическое выравнивание ряда и прогнозирование на основе теоретической кривой

Типовая задача 1. Имеются данные о производстве продукции одним из предприятий города за последние пять лет:

Год	1	2	3	4	5
тысяч штук	12,8	12,6	12,8	12,0	13,0

Выполнить аналитическое выравнивание исходного ряда по прямой.

Методика и расчеты

Методика аналитического выравнивания ряда динамики по прямой.

1. Строится график динамики фактических уровней ряда и делается вывод о наличии линейной зависимости уровней от фактора времени.

2. Для построения теоретической кривой вводятся условные показатели времени t . Если число уровней исходного ряда нечетное, то начало отсчета времени – середина ряда, например, показатели времени при семи уровнях:

-3 -2 -1 0 +1 +2 +3

$$\sum t = 0$$

Если число уровней ряда нечетное, то нулевого t нет, например при шести, уровнях:

$$-3 \quad -2 \quad -1 \quad +1 \quad +2 \quad +3$$

$$\sum t = 0$$

3. Находятся параметры теоретической кривой a_0 и a_1 :

$$a_0 = \frac{\sum y}{n}; \quad a_1 = \frac{\sum yt}{\sum t^2}.$$

4. Задается теоретическая прямая:

$$y_t = a_0 + a_1 t$$

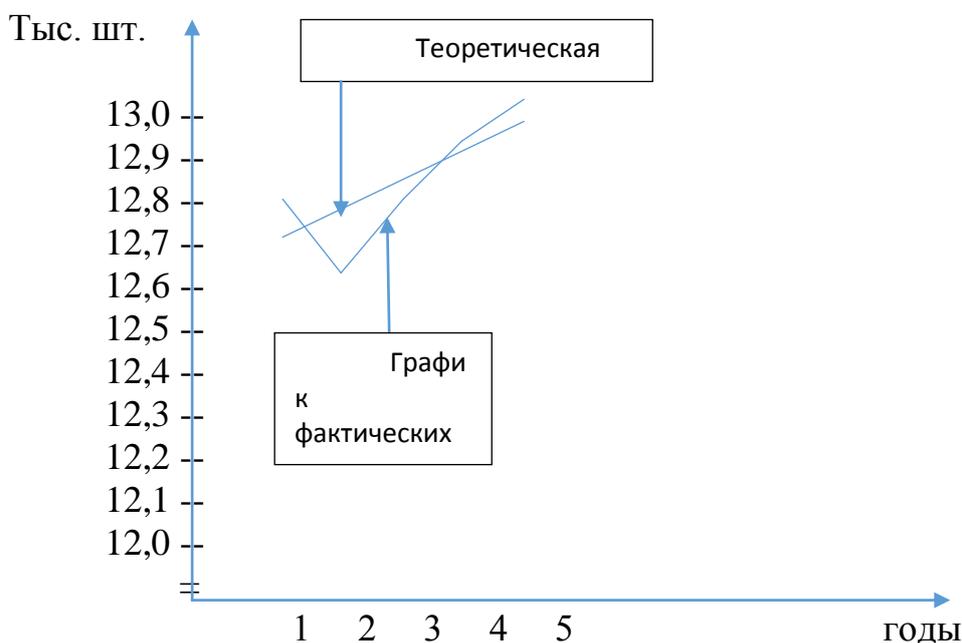
где y_t — уровни ряда, которые нужно вычислить (теоретические уровни); a_0 и a_1 — параметры прямой; t — показатели времени (дни, месяцы, годы и т.д.).

5. Проверка расчетов: $\sum y = \sum y_t$.

Сумма значений эмпирического ряда должна совпадать с суммой вычисленных уровней выравненного ряда

6. Строится график выравненного ряда динамики и анализируется тенденция.

График фактических уровней.



На графике тенденция не явно выражена, но видно, что она повышательная по прямой.

$$y_t = a_0 + a_1 t$$

Условные t : число уровней нечетное, точка отсчета 3-й год, находящийся в середине ряда.

Условные годы:

Годы	1	2	3	4	5
t	-2	-1	0	1	2

Параметры линейного уравнения:

$$a_0 = \frac{\sum y}{n}; \quad a_1 = \frac{\sum yt}{\sum t^2}$$

Расчетная таблица для определения параметров уравнения a_0 и a_1

Годы	Объем производства, тыс. ед.	Условные годы t	t^2	yt	y_t	$y - y_t$	$(y - y_t)^2$
1	2	3	4	5	6	7	8
1	12,8	-2	4	-25,6	12,68	0,12	0,0144
2	12,6	-1	1	-12,6	12,75	-0,15	0,0225
3	12,8	0	0	0	12,82	-0,02	0,0004
4	12,9	1	1	12,9	12,89	0,01	0,0001
5	13,0	2	4	26,0	12,96	0,04	0,0016
<i>Итого</i>	$\sum y = 64,1$	$\sum t = 0$	$\sum t^2 = 10$	$\sum yt = 0,7$	$\sum y_t = 64,1$	-	$\sum (y - y_t)^2 = 0,039$

$$a_0 = \frac{\sum y}{n} = \frac{64,1}{5} = 12,82$$

$$a_1 = \frac{\sum yt}{\sum t^2} = \frac{0,7}{10} = 0,07$$

Уравнение прямой:

$$y_t = 12,82 + 0,07t.$$

Теоретические значения уровней ряда y_t (графа б) находятся подстановкой значений t в уравнение прямой.

Проверка правильности расчетов:

$$\sum y = \sum y_t$$

$$64,1 = 64,1$$

Вывод: теоретическая прямая (см рисунок) показывает ярко выраженную повышательную тенденцию производства продукции на предприятии.

Типовая задача 2. Дать прогноз на основе экстраполяции теоретической кривой типовой задачи 1 на три года.

Методика и расчеты

Продление в будущее тенденции, наблюдавшейся в прошлом, носит название экстраполяции. Для расчета прогнозных данных в теоретическую кривую подставляются значения t , равные последнему фактическому t плюс период прогноза.

Ошибки прогноза.

Абсолютная ошибка:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum (y - y_t)^2}{n - m}}, \text{ для уравнения прямой } m = 2$$

Относительная ошибка:

$$V = \frac{|\sigma|}{\bar{y}} \cdot 100\% \quad \bar{y} = \frac{\sum y}{n}$$

В первый прогнозный год $t = 3$: $y_t = 12,82 + 0,07x3 = 13,03$ тыс. шт.

Во второй прогнозный год $t = 4$: $y_t = 12,82 + 0,07x4 = 13,1$ тыс. шт.

В третий прогнозный год $t = 4$: $y_t = 12,82 + 0,07x5 = 13,17$ тыс. шт.

Вывод: если тенденция наращивания объема продукции не изменится, то в первый год прогноза объем продукции составит 13,03 тыс. шт., второй – 13,1 тыс. шт., третий – 13,17 тыс. шт.

Ошибки прогноза.

Абсолютная ошибка (графы 7-8):

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum (y - y_t)^2}{n - m}} = \sqrt{\frac{0,039}{5 - 2}} = \pm 0,013 \text{ тыс. шт.}$$

Вывод: теоретические уровни ряда отклоняются от фактических уровней в ту и другую сторону в среднем на 13 штук.

Относительная ошибка:

$$V = \frac{|\sigma|}{\bar{y}} \cdot 100\% = 0,013 / 12,82 \times 100\% = 0,1\% < 33\%, \text{ следовательно,}$$

прогноз достоверен.

Задачи для самостоятельного решения

5.18. Имеются данные о трудоемкости производства изделия на предприятии за 9 лет.

Год	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Трудоемкость, чел.-час.	8,1	8,0	8,2	7,2	7,3	6,6	6,7	6,0	5,9

Дать характеристику ряда. Определить тенденцию трудоемкости изделия методом аналитического выравнивания ряда. Дать прогноз на три и пять лет. Рассчитать ошибки прогноза. Сделать выводы.

5.19. Имеются данные о производстве продукции на предприятии за 9 лет:

Год	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Объем производства, тыс. шт.	10,2	10,6	11,9	10,4	12,5	14,8	15,3	16,7	17,6

Дать характеристику ряда. Определить тенденцию объема производства на предприятии методом аналитического выравнивания ряда. Дать прогноз на три и пять лет. Рассчитать ошибки прогноза. Сделать выводы.

5.20. Имеются данные Всемирного банка о реальном ВВП на душу

населения, долл/чел:

№	Страна	2013	2014	2015	2016	2017	2018	2019
1	Люксембург	113625	119225	101447	100739	104103	114340	114705
2	США	52782	54697	56444	57589	59532	62641	65281
3	Германия	46531	48043	41524	42233	44470	48196	46259
4	Франция	42593	43009	36613	36870	38477	41464	40494
5	Россия	16007	14126	9347	8759	10743	11289	11589

Дать характеристику ряда, рассчитать базисные и цепные аналитические показатели. Сделать выводы.

Определить средние показатели ряда. Дать прогноз ВВП на душу населения на 5 лет. Сделать выводы.

Выполнить сглаживание ряда динамики разными методами.

Дать прогноз по аналитической прямой на 5 лет. Рассчитать ошибки прогноза. Сделать выводы.

5.21. Имеются данные о количестве банков в Российской Федерации на 1 января года

Год	2016	2017	2018	2019	2020	2021
Число банков, единиц	733	623	561	484	442	364

Дать характеристику ряда. Определить аналитические и средние показатели динамики числа банков и число банков на 1.01.2025. Сделать выводы.

Выполнить сглаживание ряда динамики разными методами.

Дать прогноз по аналитической прямой на 5 лет. Рассчитать ошибки прогноза. Сделать выводы.

Задача 5.22. Имеются данные о динамике налогов, поступивших в консолидированный бюджет Российской Федерации, млрд руб.:

№	Налог	2014	2015	2016	2017	2018	2019
1	на прибыль	2372,8	2598,8	2770,2	2850,6	4954,4	3473,9
2	на доходы физических лиц	2688,7	2806,5	3017,3	2530,5	2976,4	3955,0
3	на добавленную стоимость	3711,9	2448,3	2657,4	2607,9	2847,6	3160,0
4	на добычу полезных ископаемых	2904,2	5226,8	2929,4	4130,0	6127,0	6106,0
5	акцизы	664,9	1014,4	1293,9	1259,0	1262,2	355,0

Дать характеристику ряда, рассчитать базисные и цепные аналитические показатели. Сделать выводы.

Определить средние показатели ряда.

Выполнить сглаживание ряда динамики разными методами.

Дать прогноз по аналитической прямой на 5 лет. Рассчитать ошибки прогноза. Сделать выводы.

ТЕМА 6. ИНДЕКСЫ

Практические занятия по данной теме предусматривают решение следующих типов задач: 1) расчет индивидуальных индексов; 2) расчет общих индексов по агрегатной формуле; 3) расчет средних из индивидуальных индексов; 4) расчет индексов переменного, постоянного состава и структурных сдвигов; 5) расчеты факторного анализа связей на основе индексного метода.

6.1. Расчет индивидуальных индексов

Типовая задача 1. Цена определенного товара в марте 12 руб., в январе 11 руб. Объем продаж этого товара 5 тыс. и 5,2 тыс. единиц соответственно.

Определить индивидуальные индексы цены товара, объема продаж, товарооборота в фактических ценах

Методика и расчеты

Методика расчетов индексов определяется особенностями изучаемой совокупности, имеющимися данными, целями исследования.

Индивидуальный индекс рассчитывается по одноименной единице. Методика построения индивидуальных индексов включает следующие шаги:

1. Индивидуальный индекс обозначается буквой i со знаком индексируемого показателя. Индивидуальный индекс цены, например, записывается i_p (от англ. price – цена), индивидуальный индекс количества (физического объема) - i_q (от англ. quantity - количество).

2. Индекс — относительный показатель, поэтому всегда представлен дробью.

3. В числителе индекса записывается значение индексируемого показателя в отчетном периоде (p_1, q_1) в знаменателе — значение базисного (предшествующего) периода (p_0, q_0).

4. Индекс представляется в виде коэффициента или в процентах. Коэффициент исчисляется с точностью до тысячных.

5. Значение индекса отражает, во сколько раз, на сколько процентов и на сколько единиц изменилось значение индексируемого показателя в отчетном (данном) периоде по сравнению с прошлым.

Индекс цены определенного товара:

$$i_p = \frac{p_1}{p_0},$$

где p_1 — цена отчетного периода; p_0 — цена базисного (предшествующего) периода.

Индекс физического объема (продукции определенного вида, товарооборота определенного товара):

$$i_q = \frac{q_1}{q_0},$$

где q_1 — количество продукции, товара в отчетном периоде; q_0 — количество в базисном (предшествующем) периоде.

Индекс себестоимости изделия:

$$i_z = \frac{z_1}{z_0},$$

где z_1 - себестоимость единицы продукции в отчетном периоде; z_0 - себестоимость единицы изделия в базисном (предшествующем) периоде.

Индекс трудоемкости изделия:

$$i_t = \frac{t_1}{t_0}$$

где t_1 - затраты труда на изготовление единицы изделия в отчетном периоде; t_0 - затраты на изготовление единицы изделия в базисном (предшествующем) периоде.

Индекс производительности труда:

$$i_w = \frac{w_1}{w_0}, \quad i_w = \frac{t_0}{t_1}$$

где w_1 - производительность труда в отчетном периоде; w_0 - производительность труда в базисном (предшествующем) периоде.

Индекс фондоотдачи:

$$i_f = \frac{f_1}{f_0},$$

где f_1 - фондоотдача в отчетном периоде; f_0 - фондоотдача в базисном (предшествующем) периоде.

Индекс оплаты труда:

$$i_l = \frac{l_1}{l_0},$$

где l_1 - оплата труда в отчетном периоде; l_0 - оплата труда в базисном (предшествующем) периоде.

Если индексируемый показатель стоимостный (например, произведение цены на количество), то алгоритм расчета индивидуального индекса остается прежним, но в числителе и знаменателе указываются произведения отчетных и базисных показателей.

Индекс стоимости продаж определенного товара (товарооборота в фактических ценах):

$$i_{pq} = \frac{p_1 q_1}{p_0 q_0},$$

где $p_1 q_1$ — товарооборот одноименного товара в стоимостном выражении в

отчетном периоде; p_0q_0 — товарооборот в стоимостном выражении в базисном периоде.

Индекс затрат на производство продукции:

$$i_{zq} = \frac{z_1q_1}{z_0q_0},$$

где z_1q_1 - все затраты на выпуск одноименной продукции в отчетном периоде; z_0q_0 - все затраты труда на выпуск продукции в базисном (предшествующем) периоде.

Индекс трудовых затрат на производство продукции:

$$i_{tq} = \frac{t_1q_1}{t_0q_0},$$

где t_1q_1 - затраты труда на выпуск одноименной продукции в отчетном периоде; t_0q_0 - затраты труда на выпуск продукции в базисном (предшествующем) периоде.

Между индивидуальными индексами существует та же связь, что и между индексируемыми показателями:

$$\begin{aligned}i_{pq} &= i_p \cdot i_q \\i_{zq} &= i_z \cdot i_q \\i_{tq} &= i_t \cdot i_q\end{aligned}$$

Связь индексов используется для проверки выполненных расчетов и приближенного расчета любого третьего индекса по известным двум.

Индивидуальный индекс цены:

$$i_p = \frac{p_1}{p_0} = \frac{12}{11} = 1,091 \text{ или } 109,1\%.$$

Вывод: в марте по сравнению с январем цена товара возросла в 1,091 раза, на 9,1% (109,1 – 100), или на 1 руб. (12 – 11).

Индивидуальный индекс физического объема товарооборота (физического объема продаж) рассматриваемого товара:

$$i_q = \frac{q_1}{q_0} = \frac{5,0}{5,2} = 0,962 \text{ или } 96,2\%.$$

Вывод: в марте по сравнению с январем объем продаж товара уменьшился на 3,8% (96,2 – 100), или на 0,2 тыс. единиц (5,0 – 5,2). Отрицательный знак результатов в скобках свидетельствует об уменьшении значения индексируемого показателя.

Индекс стоимости продаж (товарооборота в фактических ценах):

$$i_{pq} = \frac{p_1q_1}{p_0q_0} = \frac{12 \cdot 5,5}{11 \cdot 5,2} = \frac{60}{57,2} = 1,05 \text{ или } 105\%.$$

Вывод: в марте по сравнению с январем товарооборот исследуемого товара в фактических ценах увеличился в 1,05 раза, на 5%, или на 2,8 тыс. руб. (60 – 57,2). При сокращении объема продаж на 3,8% увеличение стоимости проданного товара обусловлено ростом цены на 9,1%.

Проверка расчетов:

$$i_{pq} = i_p \cdot i_q$$

$$1,05 = 1,091 \cdot 0,962$$

Типовая задача 2. Затраты на производство всего выпуска некоторого изделия zq в отчетном периоде по сравнению с базисным возросли в 1,03 раза, а себестоимость одного изделия z увеличилась на 12%.

Определить изменение объема выпуска этого изделия.

Методика и расчеты

$$i_{zq} = i_z \cdot i_q, \text{ откуда } i_q = \frac{i_{zq}}{i_z} = 0,92 \text{ или } 92\%.$$

Вывод: в отчетном периоде по сравнению с базисным объем выпуска данного изделия сократился на 8%.

Задание для самостоятельной работы

6.1. Себестоимость единицы определенной продукции в отчетном году 18 тыс. руб., в предыдущем году 20 тыс. руб. Объем производства этой продукции 1,7 тыс. и 1,8 тыс. единиц соответственно. Как изменилась себестоимость единицы изделия, объем производства и затраты на выпуск одноименной продукции в отчетном году по сравнению с предыдущим?

6.2. Трудоемкость единицы одноименного изделия в отчетном году – 7,2 чел.-час., в базисном – 7,1 чел.-час. Объем производства соответственно 12,4 и 12,7 тыс. единиц. Как изменилась трудоемкость единицы изделия, объем производства и затраты труда на выпуск одноименной продукции в отчетном году по сравнению с предыдущим?

6.3. Как изменилась цена одноименного товара, если товарооборот в фактических ценах возрос на 3%, а объем продаж снизился на 1%.

6.4. Как изменились затраты на выпуск одноименной продукции, если себестоимость единицы продукции увеличилась на 0,5%, а объем выпуска снизился на 0,1%.

6.2. Расчет общих индексов по агрегатной формуле

Типовая задача. Имются данные о продажах двух товаров в магазине:

Товар	Базисный период		Отчетный период	
	цена за единицу, тыс.руб.	объем продаж, тыс. шт.	цена за единицу, тыс. руб.	объем продаж, тыс. шт.
	p_0	q_0	p_1	q_1
<i>A</i>	1,2	80	1,3	75
<i>B</i>	1,4	90	1,1	100

Определить индивидуальные и общие индексы физического объема продаж, цен, товарооборота в фактических ценах.

Методика и расчеты

Общий индекс рассчитывается по разноименным единицам (разным товарам, разной продукции, разным предприятиям). Основной формой общего индекса являются агрегатные индексы, характеризующие не отдельные единицы, а их группы (агрегаты).

Методика включает следующие шаги:

1. Общие индексы обозначаются буквой I со знаком индексируемого показателя.

2. Агрегатные общие индексы - дробь, в числителе и знаменателе которой производится суммирование произведений.

Произведений столько, сколько разноименных единиц входит в изучаемый агрегат.

3. Первый множитель каждого произведения - индексируемый показатель: в числителе — отчетного периода, в знаменателе — базисного.

4. Второй множитель — вес индексируемого показателя конкретной единицы (соизмеритель).

Он одинаков для числителя и знаменателя и определяется видом индексируемого показателя (количественный или качественный).

5. Как и индивидуальный, общий индекс представляется в виде коэффициента или в процентах. Индекс показывает, как в среднем изменился индексируемый показатель по разноименным единицам исследуемой совокупности.

Выбор соизмерителя определяется видом индексируемого показателя - количественный или качественный.

Если индексируется количественный показатель (q), то весом выступает базисная цена или себестоимость (p_0, z_0). Базисная цена в качестве соизмерителя была предложена немецким экономистом Э. Ласпейресом в 1864 г.

Общий индекс физического объема (индекс количественного показателя – количества продукции, товара) в отечественной и зарубежной практике чаще всего исчисляется по формуле Ласпейреса:

$$I_q = \frac{\sum q_1 p_0}{\sum q_0 p_0} \quad \text{или} \quad I_q = \frac{\sum q_1 z_0}{\sum q_0 z_0},$$

где q_1 — количество одноименных единиц продукции (объем продаж одноименного товара) в отчетном периоде; q_0 — количество одноименных единиц продукции (объем продаж одноименного товара) в базисном периоде; p_0 — цена одноименной единицы продукции (товара) в базисном периоде; z_0 — себестоимость одноименной единицы продукции в базисном периоде; $q_1 p_0$ - стоимость выпуска одноименной продукции отчетного периода в ценах базисного периода; $q_0 p_0$ - стоимость выпуска одноименной продукции в базисном периоде (товарооборот одноименного товара в базисном периоде);

$\sum q_1 p_0$ - стоимость выпуска разноименной продукции отчетного периода в ценах базисного периода (товарооборот разноименного товара отчетного периода в ценах базисного периода); $\sum q_0 p_0$ - стоимость выпуска разноименной продукции в базисном периоде (товарооборот разноименных товаров в базисном периоде); $q_1 z_0$ - затраты на выпуск одноименной продукции в отчетном периоде по себестоимости базисного периода; $\sum q_1 z_0$ - затраты на выпуск разноименной продукции отчетного периода по себестоимости базисного периода; $q_0 z_0$ - затраты на выпуск одноименной продукции в базисном периоде; $\sum z_0 q_0$ - затраты на выпуск разноименной продукции в базисном периоде.

Общий индекс Ласпейреса является индексом с постоянными весами.

В общем агрегатном индексе качественного показателя весом чаще всего является количество единиц каждого вида отчетного периода (q_1). Эта формула введена в 1874 г. немецким экономистом Г. Пааше.

Общий индекс цен:

$$I_p = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_1}$$

Индексы Пааше имеют переменные веса.

Для расчета индексов качественных показателей может использоваться и формула Ласпейреса, в которой соизмерителем выступает продукция отчетного периода.

В агрегатной формуле общих индексов стоимостных показателей соизмерители (веса) отсутствуют, производится суммирование произведений качественного и количественного показателей по разноименным единицам.

Общий индекс стоимости продукции, т.е. товарооборота в фактических ценах:

$$I_{pq} = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_0}$$

Индивидуальные индексы цен: $i_p = \frac{p_1}{p_0}$

А: $1,3 : 1,2 = 1,083$ или 108,3%

Б: $1,1 : 1,4 = 0,786$ или 78,6%

Вывод: в отчетном периоде по сравнению с базисным цена товара А возросла в 1,083 раза, на 0,1 тыс. руб. (1,3 - 1,2) или на 8,3% (108,3 - 100).

Цена товара Б снизилась на 0,3 тыс. руб. (1,1 - 1,4 = -0,3) или на 21,4% (78,6 - 100 = - 21,4).

Если коэффициент меньше 1, не говорим – во сколько раз снижение.

Общий индекс цен.

$$I_p = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_1} = \frac{1,3 \times 75 + 1,1 \times 100}{1,2 \times 75 + 1,4 \times 100} = \frac{97,5 + 110}{90 + 140} = \frac{207,5}{230} = 0,902 \text{ или } 90,2\%.$$

Вывод: в отчетном периоде по сравнению с базисным цена товаров А и

Б снизилась на 9,8%. Вследствие снижения цены стоимость проданных товаров уменьшилась на 22,5 млн руб. (207,5 - 230).

Индивидуальные индексы физического объема продаж (физического объема товарооборота): $i_q = \frac{q_1}{q_0}$

$$A: 75 : 80 = 0,938 \text{ или } 93,8\%$$

$$B: 100 : 90 = 1,111 \text{ или } 111,1\%$$

Вывод: в отчетном периоде по сравнению с базисным объемом продаж товара А снизился на 5 тыс. шт. или на 6,2%.

Объем продаж товара Б увеличился в 1,11 раза, на 10 тыс шт. или на 11,1%.

Общий индекс физического объема продаж.

$$I_q = \frac{\sum q_1 p_0}{\sum q_0 p_0} = \frac{230}{80 \times 1,2 + 90 \times 1,4} = \frac{230}{96 + 126} = \frac{230}{222} = 1,036 \text{ или } 103,6\%$$

Вывод: в отчетном периоде по сравнению с базисным объемом продаж товаров А и Б увеличился в 1,036 раза или на 3,6%. Вследствие роста объема продаж стоимость проданных товаров возросла на 8 млн руб. (230 – 222).

Индивидуальные индексы товарооборота в фактических ценах (стоимости продаж): $i_{pq} = \frac{p_1 q_1}{p_0 q_0}$

$$A: (1,3 \times 75) : (1,2 \times 80) = 97,5 : 96 = 1,016 \text{ или } 101,6\%$$

$$B: (1,1 \times 100) : (1,4 \times 90) = 110 : 126 = 0,873 \text{ или } 87,3 \%$$

Вывод: в отчетном периоде по сравнению с базисным стоимость продаж товара А возросла в 1,016 раза, на 1,5 млн руб. или на 1,6%.

Стоимость продаж товара Б снизилась на 16 млн руб или 12,7%.

Общий индекс товарооборота в фактических ценах.

$$I_{pq} = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_0} = \frac{207,5}{222} = 0,935 \text{ или } 93,5\%.$$

Вывод: в отчетном периоде по сравнению с базисным стоимость продаж товаров А и Б уменьшилась на 14,5 млн руб. (207,5 - 222) или на 6,5% вследствие снижения цен по двум товарам на 9,8% при увеличении объема продаж на 3,6%.

Проверка расчетов.

$$A: 1,083 \times 0,938 = 1,016$$

$$B: 0,786 \times 1,111 = 0,873$$

$$A \text{ и } B: 0,902 \times 1,036 = 0,935$$

По общим индексам можно проверить расчеты в абсолютном выражении.

1 способ: изменение стоимости продаж под влиянием двух факторов (изменения цены и изменения количества) равно сумме изменений стоимости продаж под влиянием каждого фактора:

$$- 14,5 \text{ млн руб.} = (- 22,5 + 8) \text{ млн руб.}$$

2 способ: общее изменение стоимости под влиянием двух факторов

разноименной продукции равно сумме изменений стоимостей разноименных единиц:

$$-14,5 \text{ млн руб.} = (+1,5 - 16) \text{ млн руб.}$$

Задание для самостоятельной работы

6.5. Имеются данные о производстве двух видов продукции на предприятии:

Вид продукции	Базисный период		Отчетный период	
	себестоимость единицы, тыс.руб.	объем выпуска, тыс. шт.	себестоимость единицы, тыс. руб.	объем выпуска, тыс. шт.
А	1,2	8,3	1,3	7,5
Б	1,4	9,5	1,1	10,0

Определить индивидуальные и общие индексы себестоимости, физического объема выпуска, затрат на весь выпуск. Выполнить проверку расчетов.

6.6. Имеются данные о затратах труда на производство двух видов продукции на предприятии:

Вид продукции	Базисный период		Отчетный период	
	трудоемкость единицы, чел.-час	объем выпуска, тыс. шт.	трудоемкость единицы, чел.-час	объем выпуска, тыс. шт.
А	15,9	12,1	15,6	13,5
Б	11,4	19,5	11,7	19,2

Определить индивидуальные и общие индексы трудоемкости единицы продукции, объема выпуска продукции, трудовых затрат на весь выпуск. Выполнить проверку расчетов.

6.7. По данным предыдущей задачи определить индивидуальные и общий индекс производительности труда.

6.3. Расчет средних из индивидуальных индексов

Типовая задача 1. Имеются данные о товарообороте овощного магазина:

Овощи	Продано в базисном периоде, тыс. руб.	Изменение количества продаж в отчетном периоде по сравнению с базисным, %	Индивидуальный индекс физического объема товарооборота
-	$q_0 p_0$	-	i_q
Картофель	16000	+20	1,20
Морковь	7000	+10	1,10
Свекла	26000	-5	0,95
Лук	56000	Без изменения	1,00

Определить общий индекс физического объема товарооборота по всем наименованиям овощей.

Методика и расчеты

Иногда исходные данные не позволяют рассчитать общий агрегатный индекс. В этом случае применяются средние индексы: арифметический взвешенный и гармонический взвешенный.

Эти расчеты менее точные, чем расчет по агрегатной формуле.

Средний арифметический взвешенный индекс из индивидуальных индексов применяется для расчета общего индекса физического объема продукции, если в исходных данных имеется знаменатель агрегатной формулы, но вместо числителя заданы индивидуальные индексы физического объема продукции

Методика расчета среднего арифметического взвешенного индекса из индивидуальных индексов:

1. Исходной является агрегатная формула общего индекса физического объема продукции по формуле Ласпейреса:

$$I_q = \frac{\sum q_1 p_0}{\sum q_0 p_0}$$

В исходных данных имеется знаменатель агрегатной формулы, но нет числителя.

2. Находится q_1 из формулы индивидуального индекса физического объема продукции:

$$i_q = \frac{q_1}{q_0}, \text{ откуда } q_1 = i_q q_0$$

3. Подставляется полученное выражение в числитель формулы расчета I_q :

$$I_q = \frac{\sum i_q q_0 p_0}{\sum q_0 p_0}.$$

Если i_q обозначить через x , а $q_0 p_0$ через f , получим формулу средней арифметической взвешенной $\frac{\sum xf}{\sum f}$, поэтому полученный индекс называется средним арифметическим взвешенным индексом.

Средний гармонический взвешенный индекс из индивидуальных индексов применяется для расчета общего индекса качественных показателей, если в исходных данных имеется числитель агрегатной формулы, но вместо знаменателя заданы индивидуальные индексы качественного показателя.

Методика расчета среднего гармонического взвешенного индекса из индивидуальных индексов.

1. Исходной является агрегатная формула общего индекса цен по методу Пааше:

$$I_p = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_1}$$

В исходных данных имеется числитель агрегатной формулы, но нет знаменателя.

2. Находится p_0 из формулы индивидуального индекса цен:

$$i_p = \frac{p_1}{p_0}, \text{ откуда } p_0 = \frac{p_1}{i_p}$$

3. Подставляется полученное выражение в числитель формулы I_p :

$$I_p = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum \frac{p_1 q_1}{i_p}}$$

Если i_p обозначить через x , а $p_1 q_1$ через w , получим формулу средней гармонической взвешенной $\frac{\sum w}{\sum \frac{w}{x}}$, поэтому полученный индекс называется

средним гармоническим взвешенным индексом.

В исходных данных типовой задачи 1 имеется знаменатель агрегатной формулы, но нет числителя. Для расчета общего индекса физического объема применяем средний арифметический взвешенный индекс из индивидуальных индексов:

$$I_q = \frac{\sum i_q q_0 p_0}{\sum q_0 p_0} = \frac{1,2 \cdot 16000 + 1,1 \cdot 7000 + 0,95 \cdot 26000 + 1,0 \cdot 56000}{16000 + 7000 + 26000 + 56000} = \frac{107600}{105000} =$$

1,0248, или 102,5%.

Вывод: в отчетном периоде по сравнению с базисным объем продаж картофеля, моркови, свеклы и лука возрос в среднем на 2,5%. Это увеличение связано с ростом объема продаж картофеля и моркови при уменьшении количества проданной свеклы и неизменном объеме продаж лука. В результате роста объема продаж стоимость проданных товаров увеличилась на 2600 тыс. руб.

Типовая задача 2. Имеются следующие данные о розничном товарообороте государственной и кооперативной торговли:

Товарные группы	Розничный товарооборот в отчетном периоде, млн руб.	Индексы цен
	$p_1 q_1$	i_p
Продовольственные товары	173	1,03
Непродовольственные товары	193	1,05

Определить общий индекс цен по продовольственным и непродовольственным товарам. Сделать выводы.

Методика и расчеты

В исходных данных типовой задачи 2.1 имеется числитель агрегатной формулы, но нет знаменателя. Для расчета общего индекса физического объема применяем средний гармонический взвешенный индекс из индивидуальных индексов:

$$I_p = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum \frac{p_1 q_1}{i_p}} = \frac{173 + 193}{\frac{173}{1,03} + \frac{193}{1,05}} = \frac{366}{168 + 184} = \frac{366}{352} = 1,04, \text{ или } 104\%.$$

Вывод: в отчетном периоде по сравнению с базисным цена продовольственных и непродовольственных товаров возросла в среднем на 4% в результате роста цен по продовольственным товарам на 3% и по непродовольственным на 5%. Вследствие роста цен стоимость проданных товаров возросла на 14 млн руб.

Задание для самостоятельной работы

6.8. Имеются данные о производстве продукции на предприятии:

Виды продукции	Произведено в базисном периоде, млн. руб.	Изменение объема производств в отчетном периоде по сравнению с базисным, %
А	112,7	+3
Б	101,2	+12
В	98,6	+10
Г	114,0	-2
Д	106,3	Без изменения

Определить общий индекс объема производства по всем видам продукции. Сделать выводы.

6.9. Имеются данные о затратах труда на предприятии.

Виды продукции	Затраты труда на выпуск продукции в отчетном периоде, тыс. чел.-час.	Индексы трудоемкости
А	153	1,03
Б	162	1,05
В	158	0,91
Г	156	1,00

Определить общий индекс трудоемкости по всем видам продукции. Сделать выводы.

6.4. Расчет индексов переменного, постоянного состава и структурных сдвигов

Типовая задача. Известна динамика цен и объема продажи одноименного товара в торговых сетях двух городов:

Город	Цена единицы товара, тыс. руб.	Продано, тыс. шт.
-------	--------------------------------	-------------------

	Базисный период	Отчетный период	Базисный период	Отчетный период
	p_0	p_1	q_0	q_1
А	5	6	60	100
Б	3	4	50	60

Определить общие индексы цены переменного, постоянного состава и структурных сдвигов. Сделать выводы.

Методика и расчеты

Индексы переменного, постоянного состава и структурных сдвигов являются общими индексами, показывают изменение среднего значения индексируемого показателя. Индексы применяются для анализа совокупности однородных единиц (одноименной продукции, товаров, материалов), распределенных на группы с разными значениями индексируемого показателя.

Исчисляются только для качественных показателей.

Область применения – выявление влияния на динамику среднего значения индексируемого показателя следующих факторов:

изменения только индексируемого показателя;

изменения только структуры исследуемой совокупности единиц, т.е. соотношения доли каждой группы в общей численности совокупности;

изменения двух факторов вместе.

Индекс, значение которого определяется влиянием двух факторов, называется индексом переменного состава, только первого фактора – индексом постоянного состава, только второго фактора – индексом структурных сдвигов.

Индекс переменного состава показывает изменение среднего значения индексируемого показателя.

Методика (на примере индексов себестоимости).

$$I_z = \bar{Z}_1 : \bar{Z}_0$$

По формуле средней арифметической взвешенной:

$$\bar{Z}_1 = \frac{\sum z_1 q_1}{\sum q_1} - \text{средняя себестоимость одноименной продукции всех}$$

предприятий в данном (отчетном) периоде);

$$\bar{Z}_0 = \frac{\sum z_0 q_0}{\sum q_0} - \text{средняя себестоимость одноименной продукции всех}$$

предприятий в базисном (предыдущем) периоде.

1 способ расчета:

$$I_z = \frac{\sum z_1 q_1}{\sum q_1} : \frac{\sum z_0 q_0}{\sum q_0}$$

$$\frac{q_1}{\sum q_1} = d_1 - \text{доля одельного предприятия в общем выпуске одноименной}$$

продукции всеми предприятиями в данном (отчетном) периоде;

$\frac{q_0}{\sum q_0} = d_0$ - доля отдельного предприятия в общем выпуске одноименной продукции всеми предприятиями в базисном (предыдущем) периоде.

2 способ расчета:

$$I_z = \frac{\sum z_1 d_1}{\sum z_0 d_0}$$

В формуле изменяется как значение уровня себестоимости (от Z_0 к Z_1), так и доли производства (от d_0 к d_1).

Индекс показывает изменение средней себестоимости в зависимости от двух факторов:

изменения уровня себестоимости на каждом предприятии;

изменения структуры производства, т.е. долей предприятий с разными уровнями себестоимости.

Индекс постоянного состава показывает изменение средней себестоимости всех предприятий в зависимости только от одного фактора – изменения уровня себестоимости на каждом предприятии:

$$I_z = \frac{\sum z_1 q_1}{\sum q_1} : \frac{\sum z_0 q_1}{\sum q_1}; \quad I_z = \frac{\sum z_1 d_1}{\sum z_0 d_1}$$

В формулах изменяется только значение уровня себестоимости (от Z_0 к Z_1), доли производства не меняются и берутся как d_1 (структура отчетного периода).

Индекс структурных сдвигов показывает изменение средней себестоимости всех предприятий в зависимости только от одного фактора – изменения структуры производства, т.е. долей предприятий в общем объеме производства:

$$I_{z\text{cmp}} = \frac{\sum z_0 q_1}{\sum q_1} : \frac{\sum z_0 q_0}{\sum q_0}; \quad I_{z\text{cmp}} = \frac{\sum z_0 d_1}{\sum z_0 d_0}$$

В формулах изменяется только значение долей предприятий в суммарном объеме продукции (от d_0 к d_1), уровни себестоимости не меняются и берутся как Z_0 (уровни базисного периода).

Связь индексов переменного, постоянного состава и структурных сдвигов: индекс переменного состава, зависящий от двух факторов, равен произведению индексов, на каждый из которых влияет один фактор:

$$I_z = I_z \times I_{z\text{cmp}}$$

Связь индексов используется для проверки расчетов и для расчета любого третьего индекса по известным двум.

Второй способ проверки расчетов: прирост средней себестоимости за счет двух факторов равен сумме приростов средней себестоимости за счет каждого фактора.

Индексы цены.

Индекс переменного состава:

$$I_{\bar{p}} = \frac{\sum p_1 d_1}{\sum p_0 d_0},$$

где d – доля продаж по каждой совокупности единиц.

Показывает изменение средней цены за счет двух факторов: изменения цены в каждой совокупности (магазине, городе) и изменения структуры продаж.

Индекс постоянного состава:

$$I_p = \frac{\sum p_1 d_1}{\sum p_0 d_1}$$

Показывает изменение средней цены только за счет изменения цены по каждой совокупности единиц.

Индекс структурных сдвигов:

$$I_{p \text{ cmp}} = \frac{\sum p_0 d_1}{\sum p_0 d_0}$$

Показывает изменение средней цены только за счет изменения структуры продаж.

Связь индексов:

$$I_{\bar{p}} = I_p \cdot I_{p \text{ cmp}}$$

Структура продаж в базисном и отчетном периоде:

$$d_{0A} = \frac{60}{60 + 50} = 0,545; \quad d_{0B} = 1 - 0,545 = 0,455;$$

$$d_{1A} = \frac{100}{100 + 60} = 0,625; \quad d_{1B} = 1 - 0,625 = 0,375.$$

Вывод: в отчетном периоде по сравнению с базисным в общем объеме продаж данного товара в двух городах возросла доля города A с 54,5 до 62,5%. В городе A уровень цены выше, чем в городе B , следовательно, в структуре продаж произошли отрицательные изменения.

Индекс цены переменного состава.

$$I_{\bar{p}} = \frac{\sum p_1 d_1}{\sum p_0 d_0} = \frac{6 \cdot 0,625 + 4 \cdot 0,375}{5 \cdot 0,545 + 3 \cdot 0,455} = \frac{5,25}{4,09} = 1,283, \text{ или } 128,3\%.$$

Вывод: в отчетном периоде по сравнению с базисным средняя цена товара в городах A и B возросла на 28,3%, или на 1,16 тыс. руб., вследствие:

- 1) повышения цены в каждом городе;
- 2) отрицательных изменений в структуре продаж, т.е. возрастания доли продаж городом A , где уровень цены выше и в отчетном, и в базисном периодах.

Индекс цены постоянного состава:

$$I_p = \frac{\sum p_1 d_1}{\sum p_0 d_1} = \frac{5,25}{5 \cdot 0,625 + 3 \cdot 0,375} = \frac{5,25}{4,25} = 1,235, \text{ или } 123,5\%.$$

Вывод: в отчетном периоде по сравнению с базисным средняя цена товара в городах *A* и *B* возросла на 23,5%, или на 1 тыс. руб. за счет роста цены в каждом городе. Данный прирост составляет 86,2% роста средней цены.

Индекс структурных сдвигов:

$$I_{p \text{ стр}} = \frac{\sum p_0 d_1}{\sum p_0 d_0} = \frac{4,25}{4,09} = 1,039, \text{ или } 103,9\%.$$

Вывод: в отчетном периоде по сравнению с базисным средняя цена товара в городах *A* и *B* возросла на 3,9%, или на 0,16 тыс. руб., за счет отрицательных изменений в структуре продаж. Данный прирост составляет 13,8% роста средней цены.

Проверка расчетов:

$$1,283 = 1,235 \cdot 1,039;$$

$$1,16 \text{ тыс. руб.} = (1 + 0,16) \text{ тыс. руб.}$$

$$86,2\% + 13,8\% = 100\%$$

Задание для самостоятельной работы

6.10. Имеются данные двух цехов, производящих однородную продукцию:

№ цеха	Базисный период		Отчетный период	
	Выработка работающего, тыс. руб.	Численность работающих, чел.	Выработка работающего, тыс. руб.	Численность работающих, чел.
1	4,0	500	4,8	500
2	10,0	500	15,0	600

Определить индексы производительности труда переменного, постоянного состава и структурных сдвигов. Сделать выводы.

6.11. Имеются данные об основных фондах предприятий одного вида деятельности:

Предприятия	Фондоотдача, руб.		Стоимость фондов, млн руб.	
	Базисный период	Отчетный период	Базисный период	Отчетный период
1	1,03	0,96	630	700
2	0,80	0,76	770	700

Определить индексы фондоотдачи переменного, постоянного состава и структурных сдвигов. Сделать выводы.

6.5. Расчеты факторного анализа связей на основе индексного метода.

Типовая задача. Определить влияние факторов на изменение объема продукции на основании следующих данных:

Показатели	Отчетный период	Базисный период
Объем продукции, млн руб. (П)	3657	3120
Численность работников, чел. (Т)	2650	2600

Методика и расчеты

Методика факторного анализа.

1. Устанавливается функциональная связь, выражаемая формулой расчета результативного (зависимого) показателя на основе факторных показателей, влияющих на значение результата.

2. Определяется общее изменение результативного показателя ($\Delta\Pi$):

$$\Delta\Pi = \Pi_1 - \Pi_0,$$

где Π_1 - результативный показатель отчетного (рассматриваемого) периода;
 Π_0 - результативный показатель базисного (предшествующего) периода.

3. Рассчитывается изменение результативного показателя под влиянием экстенсивного фактора ($\Delta\Pi_1$), т.е. обусловленного увеличением ресурсов (численности работников, стоимости фондов и т.д.):

$$(\Delta\Pi_1) = \Pi_0(I_{э.ф.} - 1),$$

где $I_{э.ф.}$ - индекс экстенсивного фактора (коэффициент).

4. Исчисляется изменение результативного показателя под влиянием интенсивного фактора ($\Delta\Pi_2$), т.е. связанного с повышением эффективности использования ресурсов (ростом производительности труда, фондоотдачи и т.д.):

$$(\Delta\Pi_2) = (\Pi_0 + \Delta\Pi_1)(I_{и.ф.} - 1),$$

где $I_{и.ф.}$ - индекс интенсивного фактора (коэффициент).

5. Определяется доля вклада каждого фактора в общее изменение результативного показателя:

$$d_{э.ф.} = \frac{\Delta\Pi_1}{\Delta\Pi} \cdot 100 (\%); \quad d_{и.ф.} = \frac{\Delta\Pi_2}{\Delta\Pi} \cdot 100(\%)$$

6. Проводится проверка расчетов:

1) сумма изменений результативного показателя под влиянием отдельных факторов равна общему изменению результативного показателя:

$$\Delta\Pi_1 + \Delta\Pi_2 = \Delta\Pi$$

2) устанавливается связь индексов – произведение индексов факторов равно индексу результата:

$$I_{э.ф.} \cdot I_{и.ф.} = I_p$$

где I_p - индекс результативного показателя.

3) Сумма вкладов в общее изменение результативного показателя равна 100%:

$$d_{э.ф.} + d_{и.ф.} = 100\%$$

Анализ изменения объема продукции под влиянием изменения стоимости фондов (экстенсивный фактор) и фондоотдачи (интенсивный фактор) осуществляется по формуле:

Объем продукции = фондоотдача x стоимость фондов.

Влияние изменения численности работников (экстенсивный фактор) и уровня заработной платы (интенсивный фактор) на фонд оплаты труда определяется по формуле:

Фонд оплаты труда – заработная плата x численность работников.

Факторный анализ выручки от реализации проводится по формуле:

Выручка от реализации = количество продукции (экстенсивный фактор) x цена (интенсивный фактор).

Индексный метод факторного анализа применяется а экономическом анализе прибыли, себестоимости продукции, рентабельности организации.

Формула связи показателей.

Объем продукции (П) = производительность труда одного работника (w) x численность работников (Т): $P = w \times T$

Объем продукции – результативный показатель.

Производительность труда – интенсивный фактор.

Численность работников – экстенсивный фактор.

По данным типовой задачи общее изменение объема продукции в отчетном периоде по сравнению с базисным:

$$\Delta P = P_1 - P_0 = 3657 - 3120 = 537 \text{ млн руб.}$$

Вывод: под влиянием изменения численности работников и производительности их труда объем продукции увеличился на 537 млн руб.

Изменение объема продукции под влиянием экстенсивного фактора – изменения численности работников:

$$(\Delta P_1) = P_0 (I_{э.ф.} - 1)$$

$$I_{э.ф.} = I_T = \frac{T_1}{T_0} = \frac{2600}{2650} = 1,019, \text{ или } 101,9\%.$$

Вывод: в отчетном периоде по сравнению с базисным численность работающих возросла в 1,019 раза, на 1,9%, или на 50 чел. (2650 – 2600).

$$(\Delta P_1) = P_0 (I_T - 1) = 3120(1,019 - 1) = 60 \text{ млн руб.}$$

Вывод: вследствие увеличения численности работающих на 50 чел или 1,9% объем продукции возрос на 60 млн. руб.

Изменение объема продукции под влиянием интенсивного фактора – изменений производительности труда:

$$(\Delta P_2) = (P_0 + \Delta P_1)(I_{и.ф.} - 1)$$

$$I_{и.ф.} = I_w = \frac{w_1}{w_0}; \quad w = \frac{P}{T}$$

$$w_1 = \frac{3657}{2650} = 1,38 \text{ тыс. млн/чел.};$$

$$w_0 = \frac{3120}{2600} = 1,2 \text{ тыс. млн/чел.}$$

$$I_w = \frac{w_1}{w_0} = \frac{1,38}{1,2} = 1,15, \text{ или } 115\%.$$

Вывод: в отчетном периоде по сравнению с базисным производительность труда работающего возросла в 1,15 раза, на 15%, или на 0,18 млн. руб.

$$\Delta\Pi_2 = (\Pi_0 + \Delta\Pi_1) (I_w - 1) = (3120 + 60)(1,15 - 1) = 3180 \cdot 0,15 = 477 \text{ тыс. руб.}$$

Вывод: за счет роста производительности труда на 15% объем продукции увеличился на 477 млн руб.,

Доля вклада каждого фактора в общее изменение результативного показателя:

$$d_{\text{э.ф.}} = \frac{\Delta\Pi_1}{\Delta\Pi} \cdot 100 (\%) = \left(\frac{60}{537} \cdot 100\% \right) = 11\%$$

$$d_{\text{п.ф.}} = \frac{\Delta\Pi_2}{\Delta\Pi} \cdot 100(\%) = \left(\frac{477}{537} \cdot 100\% \right) = 89\%$$

Вывод: большая часть прироста продукции (89%) получена за счет экстенсивного фактора – роста производительности труда и меньшая часть (11%) – за счет экстенсивного фактора – роста числа работников.

Проверка расчетов:

$$1) 60 + 477 = 537 \text{ млн руб.};$$

$$2) I_n = \frac{3657}{3120} = 1,172 - \text{индекс объема продукции};$$

$$1,172 = 1,15 \cdot 1,019;$$

$$3) 11\% + 89\% = 100\%.$$

Задания для самостоятельной работы

6.12. Определить влияние факторов на изменение объема продукции на основании следующих данных:

Показатели	Отчетный период	Базисный период
Объем продукции, млн руб.	153	128
Стоимость фондов, млн руб.	85	80

6.13. Определить влияние факторов на изменение фонда оплаты труда на основании следующих данных:

Показатели	Отчетный период	Базисный период
Фонд заработной платы, тыс. руб.	4370	3885
Численность работников	115	111

Заключение

Освоение статистических методов количественной оценки массовых социально-экономических явлений, решение экономических задач позволяет студентам освоить навыки обоснованного выбора инструментария оценки и анализа полученных результатов, применять приобретенные навыки в отношении все уровней национальной экономики: федерального, регионального, субъекта хозяйственной деятельности. Методами статистики оценка дается всем составным элементам деятельности (основные средства, материалы, труд, производство, продукция и услуги, финансовые результаты).

Приобретаются важнейшие компетенции профессиональной деятельности экономиста и менеджера – умение давать оценку состояния изучаемого объекта в конкретный момент времени или за определенный период; выявлять динамику и тенденции развития, прогнозировать будущее.

В целом работа с практикумом направлена на формирование важнейших общепрофессиональных компетенций: способность осуществлять сбор, анализ и обработку данных, необходимых для решения профессиональных задач, выбрать инструментальные средства для обработки экономических данных, выполнить расчеты, проанализировать полученные результаты и содержательно их интерпретировать, сделать выводы; а также способность анализировать и интерпретировать данные отечественной и зарубежной статистики о социально-экономических явлениях и процессах, выявлять тенденции и факторы изменения социально-экономических показателей; способность в целом оценивать состояние уровня социально-экономического развития страны, региона, хозяйствующего субъекта, выявлять динамику развития, тенденции и связи социально-экономических явлений, давать прогноз на будущее.

Пособие может быть полезно не только студентам специальности «Экономика» и «Менеджмент», но и студентам многих направлений и специальностей бакалавриата и специалитета, реализуемых в институте экономики и предпринимательства ННГУ: прикладная информатики, торговое дело, таможенное дело, государственное и муниципальное управление.

Литература

Годин, А. М. Статистика: учебник / А. М. Годин. – Москва: Дашков и К°, 2016. – 451 с.

Глаубер, Р. Оптическая когерентность и статистика фотонов / Р. Глаубер. - М.: [не указано], 2015. - 291 с.

Гореева, Н. М. Статистика в схемах и таблицах /. – Москва: Эксмо, 2017. – 414 с.

Едророва В.Н. Общая теория статистики / Едророва, В.Н; Едророва, М.В.. - М.: ЮРИСТЪ, 2017. - 511 с.

Едророва В.Н., Овчаров А.О. Статистическая методология в системе научных методов финансовых и экономических исследований / под ред проф. В.Н. Едророва. – М.: Магистр: ИНФРА-М, 2015. – 464 с.

Елисеева, И. И. Статистика: [углубленный курс]: учебник для бакалавров / И. И. Елисеева и др.]. – Москва: Юрайт: ИД Юрайт, 2016. – 565 с.

Зинченко, А. П. Статистика: учебник / А. П. Зинченко. – Москва: КолосС, 2016. – 566 с.

Ивченко, Г.И. Математическая статистика / Г.И. Ивченко, Ю.И. Медведев. - М.: [не указано], 2016. - 329 с.

Лексин, В. Н. Муниципальная Россия. Социально-экономическая ситуация, право, статистика. Том 3 / В.Н. Лексин, А.Н. Швецов. - Москва: СИНТЕГ, 2017. - 992 с.

Ниворожкина, Л. И. Статистика: учебник для бакалавров: учебник /. – Москва: Дашков и К°: Наука–Спектр, 2015. – 415 с.

Рейтлингер, Л.Р. Материалы для статистики глазных болезней, господствующих в войсках русской армии / Л.Р. Рейтлингер. - М.: С-Пб.: Богельман, 2017.- 128 с.

Романовский, В.И. Избранные труды, том 2. Теория вероятностей, статистика и анализ / В.И., Романовский. - М.: [не указано], 2017. - 145 с.

Статистика: учебник / [И. И. Елисеева и др.]. – Москва: Проспект, 2015. – 443 с.

Статистика и бухгалтерский учет / [А. П. Зинченко и др.]. – Москва: КолосС, 2018. – 436 с.

Статистика: учебно–практическое пособие / [М. Г. Назаров и др.]. – Москва: КноРус, 2018. – 479 с.

Статистика: учебное пособие для высших учебных заведений по экономическим специальностям / В. М. Гусаров, Е. И. Кузнецова. – Москва: ЮНИТИ–ДАНА, 2016. – 479 с.

Статистика: теория и практика в Excel: учебное / В. С. Лялин, И. Г. Зверева, Н. Г. Никифорова. – Москва: Финансы и статистика: Инфра–М, 2016. – 446,

Статистика финансов: учебник / [М. Г. Назаров и др.]. – Москва: Омега–Л, 2018. – 460 с.

Тумасян, А. А. Статистика промышленности: учебное пособие / А. А. Тумасян, Л. И. Василевская. – Минск: Новое знание. – Москва: Инфра–М, 2017. – 429 с.

Тюрин, Ю.Н. Лекции по математической статистике / Ю.Н. Тюрин. - М.: [не указано], 2017. - 992 с.

Харченко, Н. М. Экономическая статистика: учебник / Н. М. Харченко. – Москва: Дашков и К°, 2016. – 365 с.

Экономическая статистика: учебник / [А. Р. Алексеев и др.]. – Москва: Инфра–М, 2016. – 666 с.

Валентина Николаевна **Едронова**
Татьяна Викторовна **Савицкая**

ПРАКТИКУМ ПО СТАТИСТИКЕ

Учебно-методическое пособие

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования «Национальный исследовательский
Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского»
603022, Нижний Новгород, пр. Гагарина, 23.