

**Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Национальный исследовательский
Нижегородский государственный университет
им. Н.И. Лобачевского
Балахнинский филиал
Кафедра прикладной информатики, информационных технологий,
радио- и электротехники**

Техническая механика

**Тема 1. Теоретическая механика. Векторная статика.
Основные понятия. Преобразование систем сил**

**Рекомендовано методической комиссией Балахнинского филиала ННГУ
студентам, обучающимся по программе бакалавриата по направлению
13.03.02 Электроэнергетика и электротехника**

**Нижний Новгород
2021**

УДК 531

ББК 22.21

Ш95

Ш95 Техническая механика. Тема 1. Теоретическая механика. Векторная статика. Основные понятия. Преобразование систем сил. Учебно-методическое пособие в форме презентации. Составитель – Шуваев Д.Н. – Н.Новгород: ННГУ, 2021. – 49 с.

Пособие содержит методический и теоретический материал первой части курса «Технической механики», посвящённой вопросам векторной статике. Курс входит в обязательную часть учебного плана бакалавриата по направлению «Электроэнергетика и электротехника».

Пособие предназначено для студентов, проходящих подготовку по указанному направлению в подразделениях классического университета, а также может быть использовано студентами, аспирантами и магистрантами, занимающимися по иным направлениям подготовки.

Рецензент – д.ф.-м.н., профессор Д.Т. Чекмарёв

Рекомендовано методической комиссией Балахнинского филиала ННГУ студентам, обучающимся по программе бакалавриата по направлению 13.03.02 Электроэнергетика и электротехника

**© Нижегородский государственный университет
им. Н.И. Лобачевского, 2021**

© Шуваев Д.Н., 2021

Предисловие

Первая часть курса «Техническая механика», в поддержку которого разработаны настоящие учебно-методические материалы, сформирована на основе соответствующих разделов статики классического университетского курса теоретической механики. При этом курс в целом ориентирован на выполнение основных задач бакалавриата по направлению подготовки 13.03.02 Электроэнергетика и электротехника, включая формирование заявленных компетенций.

Изучение курса «Техническая механика» должно позволить студентам:

- систематизировать знания в этой области;
- понимать и оценивать работу реальных машин и механизмов, применяющихся в различных сферах электрорадиотехнических устройств;
- приобрести компетенции, определяющие современного специалиста.

Решая упомянутые задачи, по-видимому, можно приблизиться и к стратегической цели курса: развитию и совершенствованию как *технической*, так и *общей научной культуры* молодых специалистов.

Составитель настоящим уведомляет, что учебно-методическая разработка составлена им и используется при чтении курса лекций и проведении практических занятий.

Ни одна из частей пособия не используется автором в коммерческих целях и не может быть использована в таких целях иными лицами.

Техническая механика

I. Теоретическая механика

II. Сопротивление материалов

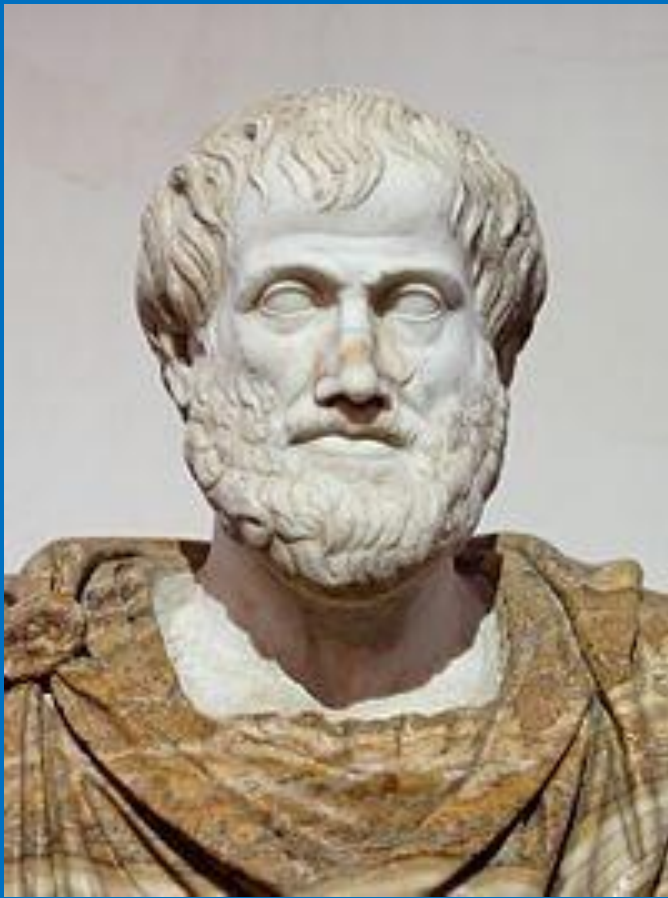
I. Теоретическая механика

Статика, Кинематика, Динамика

**Движение при
материалистическом
подходе**

**Форма бытия и атрибут
материи**

**Движение есть всякое
изменение**



Аристотель

384-322 до н.э.

«Движение
есть любое
изменение»

«Движение – это переход
возможного в действительное»

Пространство

Форма бытия материи

Пространство –
фундаментальное понятие,
отображающее
множественный характер
существования мира,
его неоднородность

Время

**Форма бытия и атрибут материи.
Время – форма протекания физических
и психических процессов – то есть
их движения, – условие возможности
изменения.**

**Мера длительности существования всех
объектов, характеристика последовательной
смены их состояний в процессах изменения
и развития, а также одна из координат
единого пространства-времени**

Виды движения и разделы естествознания

- Механическое
- Химическое
- Физическое
- Биологическое

Также – Психическое
Интеллектуальное, Социальное

Механика



Механика

- **Естественнонаучная дисциплина**
- **Раздел прикладной математики**
 - **Основана**
на материалистической философии
 - **Построена**
на диалектических принципах
 - **Методология механики –**
методология естественнонаучного
познания

Теоретическая механика

Литература

Бутенин Н.Н.

**Курс теоретической механики
(в одной книге)**

Том первый. Статика и кинематика

1.1 Теоретическая механика

Механика абсолютно твёрдого
тела (АТТ), механика Ньютона

Def: АТТ = тело, расстояния между
любыми двумя точками которого
остаются неизменными.

АТТ = тело, деформациями
которого можно пренебречь

Теоретическая механика

Def: *Материальная точка* =
математическая и физическая
модель АТТ; тело, размерами
которого в условиях задачи можно
пренебречь.

МТ = геометрическая точка,
имеющая массу

Теоретическая механика

Def: Система тел = произвольная совокупность материальных тел.

Def: Механическая система = система АТТ, в которой положение и движение каждого тела зависят от положения и движения всех остальных

Теоретическая механика

Def: *Свободное тело* = тело (АТТ),
на положение и перемещение которого
не наложено никаких ограничений.

В противном случае – несвободное.

Def: Ограничение в механике = *связь*.

Def: Любое несвободное тело можно
освободить от наложенных связей,
заменив их действие действием *реакций*
связей, или пассивных сил.

Относительность

движения и равновесия

Def: *Тело отсчёта* = тело,
относительно которого,
рассматриваются равновесия и
движения всех остальных тел.

Математическая модель тела
отсчёта = система координат

Сила

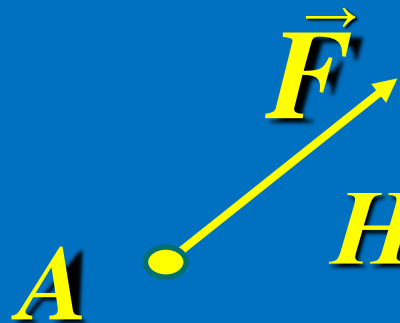
Def: *Сила* = векторная мера
взаимодействия двух
материальных объектов
(тел, тела и поля).

Def: *Вектор* = направленный
отрезок.

Точка приложения. Направление.
Длина (модуль). *Знак?*

Сила

$$[\vec{F}] = N \text{ (Ньюто́н)}$$

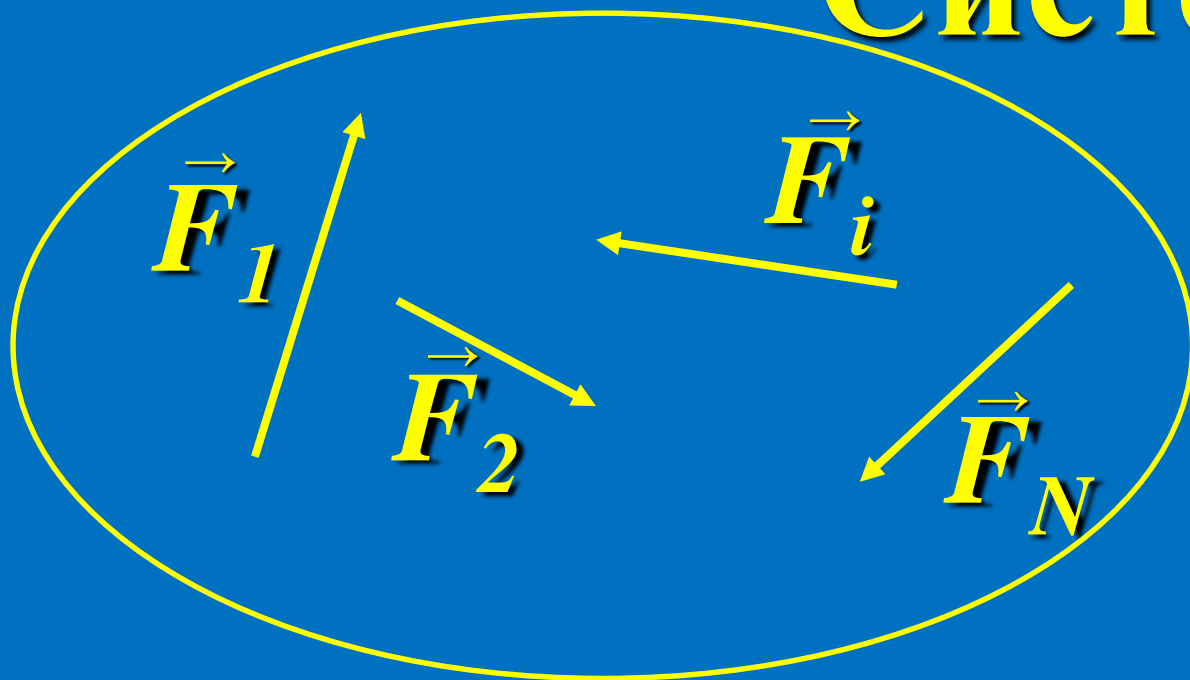


$$m\vec{a} = \vec{F}: 1N = 1\text{кг}\cdot 1\text{м}/\text{с}^2$$

$$N = \text{кг}\cdot\text{м}/\text{с}^2$$

Знак силы?

Система сил



$$\vec{F} = \sum_i \vec{F}_i$$

– главный
вектор

1.2. Начала векторной статистики

Статика

Учение об условиях равновесия сил,
действующих
на механическую систему

Элементарная (геометрическая,
векторная) статика: статика
абсолютно твёрдого тела, силы
заданы.

Аналитическая статика даёт общий
критерий равновесия механической
системы методами МА и ВИ

Статика

Задачи статики:

1. Запись условий (уравнений) равновесия.

Определение неизвестных реакций.

2. Преобразование заданных систем сил к простейшим

Статика

Def: Система сил, не сообщаящая свободному телу никакого движения, называется *эквивалентной нулю*, или находящейся в равновесии: $(S) \sim 0$.

Def: Системой (S') , *противоположной* системе (S) , называется система, в которой направления всех сил изменены на противоположные:
$$(S') = (-S)$$

Статика

Def: Если системы сил (S_1) и (S_2) , действующих одновременно на свободное твёрдое тело, находятся в равновесии: $(S_1) + (S_2) \sim 0$, то (S_2) уравновешивается (S_1) и наоборот.

Def: Если система (S_1) уравновешивается системой, противоположной системе (S_2) , то (S_1) и (S_2) называются эквивалентными

$$(S_1) + (-S_2) \sim 0 \rightarrow (S_1) \sim (S_2)$$

Статика

Def: Если система сил $(S) \sim \vec{F}$,
то \vec{F} – *равнодействующая*.

Не всякая система сил имеет равнодействующую!

Def: Если существует \vec{F} ,
то (S) уравнивается $-\vec{F}$, которая
называется *уравнивающей силой*.

Def: Если система сил,
приложенных к телу $(S) \sim 0$,
то и тело находится в равновесии

АКСИОМЫ СТАТИКИ

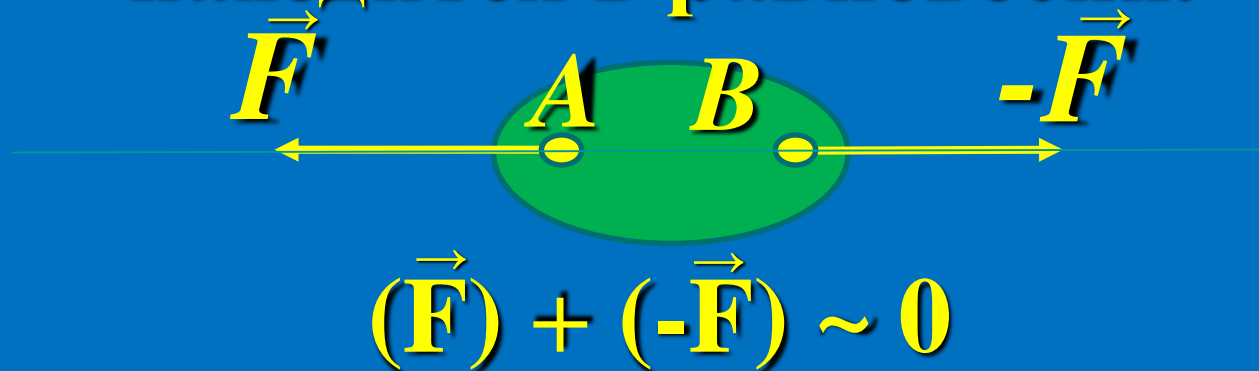
1: Система двух взаимно противоположных сил, равных по величине и приложенных в одной точке, находится в равновесии.

$$(\vec{F}) + (-\vec{F}) \sim 0$$



АКСИОМЫ СТАТИКИ

2: Система двух равных по величине и взаимно противоположных сил, приложенных в двух каких-либо точках абсолютно твёрдого тела и направленных по прямой, которая соединяет их точки приложения, находится в равновесии.



АКСИОМЫ СТАТИКИ

3: Две системы сил, различающихся между собой на систему сил, эквивалентную нулю, эквивалентны:

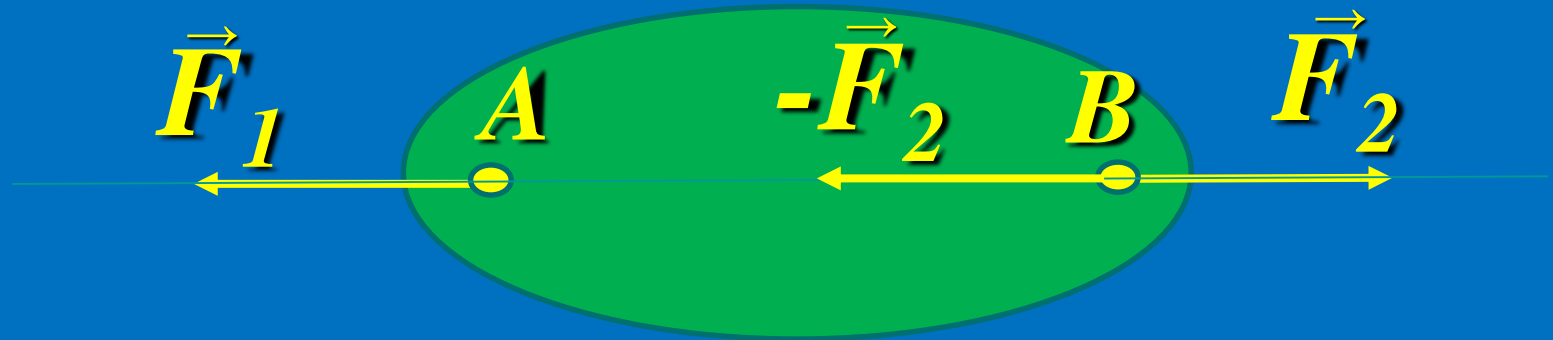
$$\begin{aligned} (\vec{F}_1) - (\vec{F}_2) = \vec{F}_3, & \quad \vec{F}_3 \sim 0 \\ \vec{F}_1 \sim \vec{F}_2 & \end{aligned}$$

АКСИОМЫ СТАТИКИ

4: Всякую систему сил можно, не изменяя оказываемого ею действия, заменить эквивалентной.

Следствие: Сила – вектор скользящий.

$$\vec{F}_1: \quad \vec{F}_1 = -\vec{F}_2, \quad (\vec{F}_1, \vec{F}_2, -\vec{F}_2) \sim \vec{F}_1, \\ (\vec{F}_2, -\vec{F}_2) \sim 0, \quad (\vec{F}_1, \vec{F}_2) \sim 0, \quad \vec{F}_1 \sim -\vec{F}_2 = \vec{F}_1$$



АКСИОМЫ СТАТИКИ

5: Принцип отвердевания

Равновесие механической системы, находящейся в покое, не нарушится от наложения новых связей.

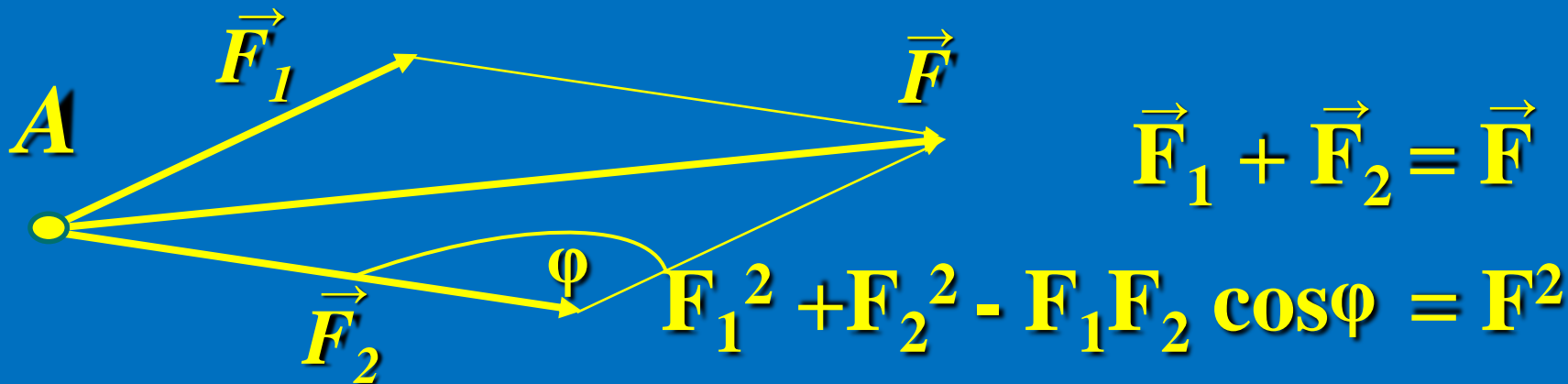
6: Принцип освобождаемости

Любое несвободное тело можно освободить от наложенных связей, заменив их действие действием *реакций связей*, или пассивных сил

АКСИОМЫ СТАТИКИ

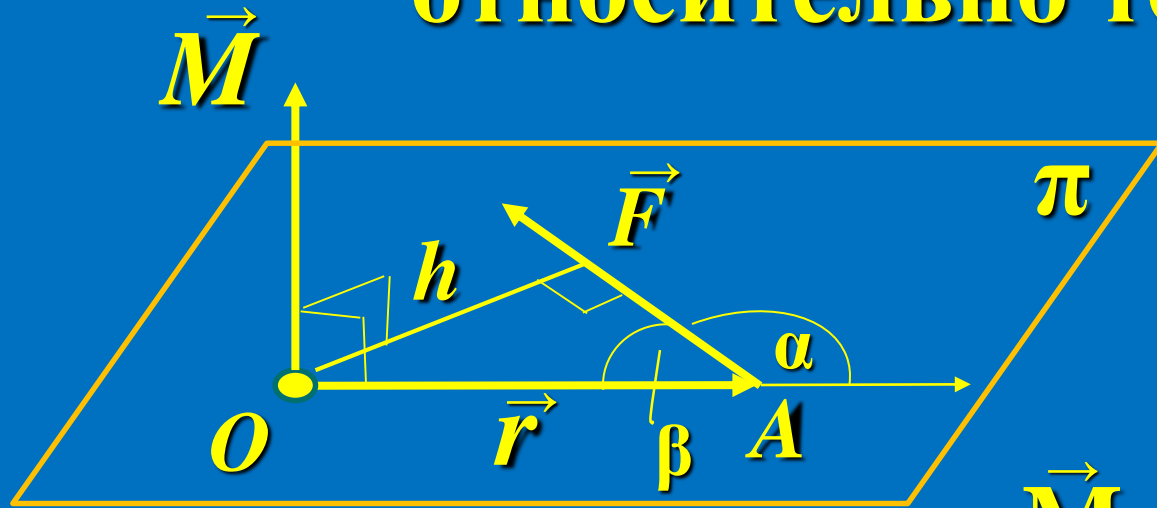
7: Правило параллелограмма

Система двух сил, приложенных в одной точке, эквивалентна одной силе, приложенной в той же точке и равной геометрической (векторной) сумме этих сил (параллелограмм сил).



Момент силы

относительно точки



$$\vec{M} = \text{mom}_O \vec{F}$$

$$\vec{M} = [\vec{r}, \vec{F}] = \vec{r} \times \vec{F}$$

$$|\vec{M}| = |\vec{r}| \cdot |\vec{F}| \cdot \sin \alpha = |\vec{F}| \cdot h \text{ (Н}\cdot\text{м)}$$

$$h = |\vec{r}| \cdot \sin \beta = |\vec{r}| \cdot \sin(180^\circ - \alpha) = |\vec{r}| \cdot \sin \alpha$$

$$[M] = \text{Н}\cdot\text{м} = \text{кг}\cdot\text{м}^2/\text{с}^2$$

$$M = 0?$$

Момент силы

относительно точки

$$\vec{M} = \text{mom}_o \vec{F} = [\vec{r}, \vec{F}] = \vec{r} \times \vec{F}$$

$$\vec{r} = \vec{r}(x, y, z) \quad \vec{F} = \vec{F}(F_x, F_y, F_z)$$

$$\begin{aligned} \vec{M} &= \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ x & y & z \\ F_x & F_y & F_z \end{vmatrix} = M_x \vec{i} + M_y \vec{j} + M_z \vec{k} = \\ &= (F_z y - F_y z) \vec{i} + (F_x z - F_z x) \vec{j} + (F_y x - F_x y) \vec{k} \end{aligned}$$

Главный момент системы сил

$$\vec{M}_0 = \sum_i \text{mom}_0 \vec{F}_i = \sum_i [\vec{r}_i, \vec{F}_i] = \sum_i (\vec{r}_i \times \vec{F}_i)$$

– *главный момент* системы сил

относительно выбранной точки (центра).

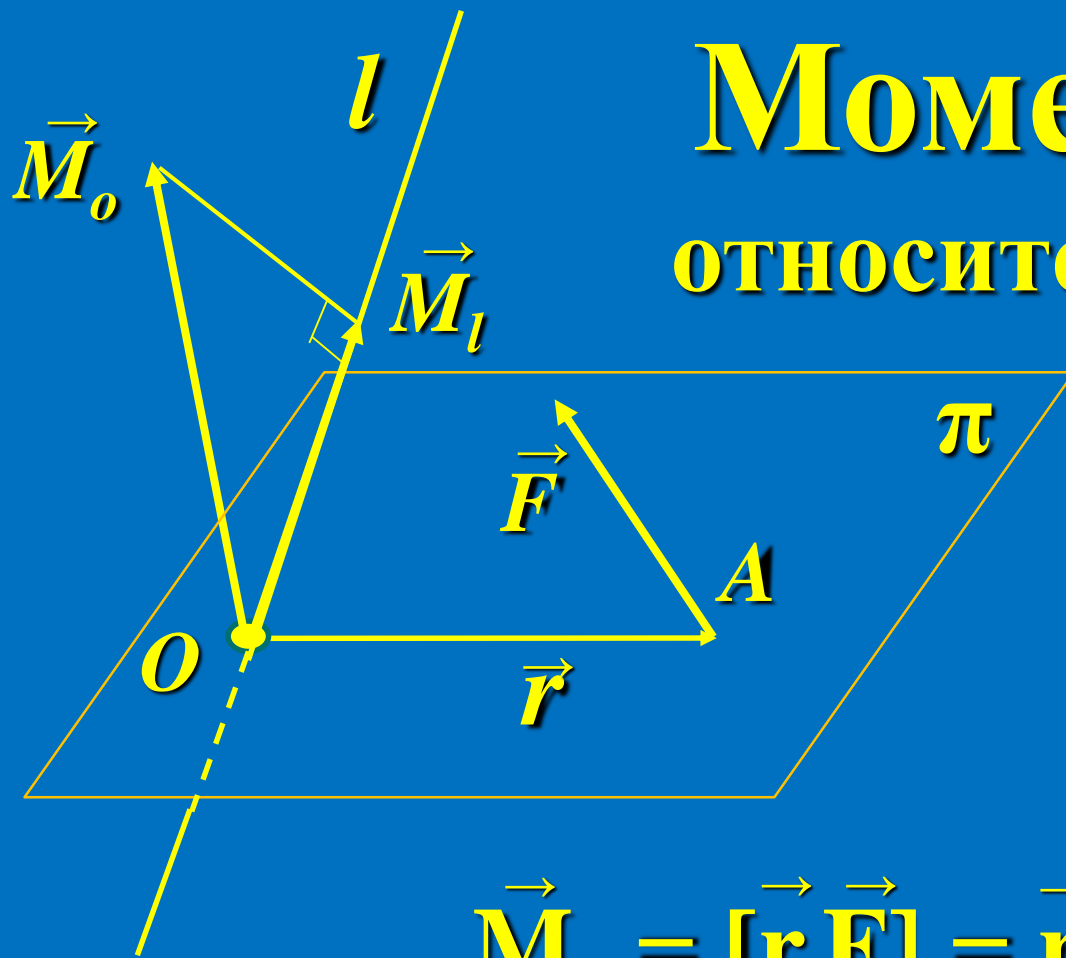
Если все силы приложены в одной точке, то

$$\vec{M}_0 = \sum (\vec{r}_i \times \vec{F}_i) = \vec{r} \times \sum_i \vec{F}_i = \vec{r} \times \vec{F}$$

$$\vec{M}_0 = \vec{r} \times \vec{F} = \text{mom}_0 \vec{F}$$

– *момент равнодействующей*

Момент силы относительно оси (1)



$$\vec{M}_l = \text{mot}_l \vec{F}$$
$$\vec{M}_0 \perp \pi$$

$$\vec{M}_0 = [\vec{r}, \vec{F}] = \vec{r} \times \vec{F}$$

$$\vec{M}_l = \text{pr}_l \vec{M}_0$$

Знак?

Момент силы относительно оси (2)



Момент силы относительно оси Oz

$$\vec{M}_o = \text{mom}_o \vec{F} = [\vec{r}, \vec{F}] = \vec{r} \times \vec{F}$$

$$\vec{M}_o = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ x & y & z \\ F_x & F_y & F_z \end{vmatrix} = M_x \vec{i} + M_y \vec{j} + M_z \vec{k} =$$

$$= (F_z y - F_y z) \vec{i} + (F_x z - F_z x) \vec{j} + (F_y x - F_x y) \vec{k}$$

$$\vec{M}_z = \text{mom}_z \vec{F} = (F_y x - F_x y) \vec{k}$$

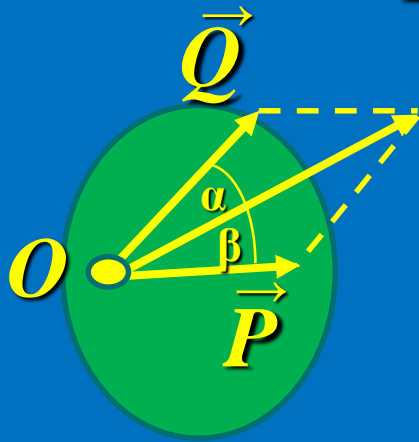
$$\vec{M}_x$$

$$\vec{M}_y$$

1.3. Преобразование систем сил

Преобразование систем сил

Силы, приложенные в одной точке



$$\vec{R} = \vec{P} + \vec{Q}$$

$$R^2 = P^2 + Q^2 + PQ \cdot \cos(\alpha + \beta)$$

Обратная задача имеет бесчисл.

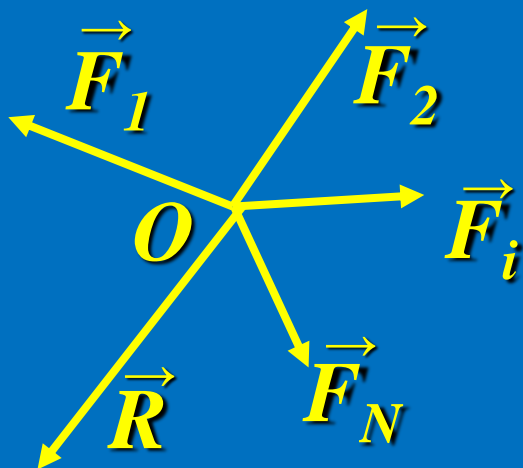
множество решений

$$\vec{R} = \sum \vec{F}_i$$

$$R_x = \sum F_{ix}, \quad R_y, \quad R_z$$

$$R^2 = R_x^2 + R_y^2 + R_z^2$$

Система *сходящихся сил*



Условие равновесия

$$\vec{F} = \Sigma \vec{F}_i = 0$$

$$F_x = \Sigma F_{ix} = 0$$

$$F_y = \Sigma F_{iy} = 0$$

$$F_z = \Sigma F_{iz} = 0$$

Равнодействующая равна нулю.

Не всякая система сил имеет
равнодействующую!

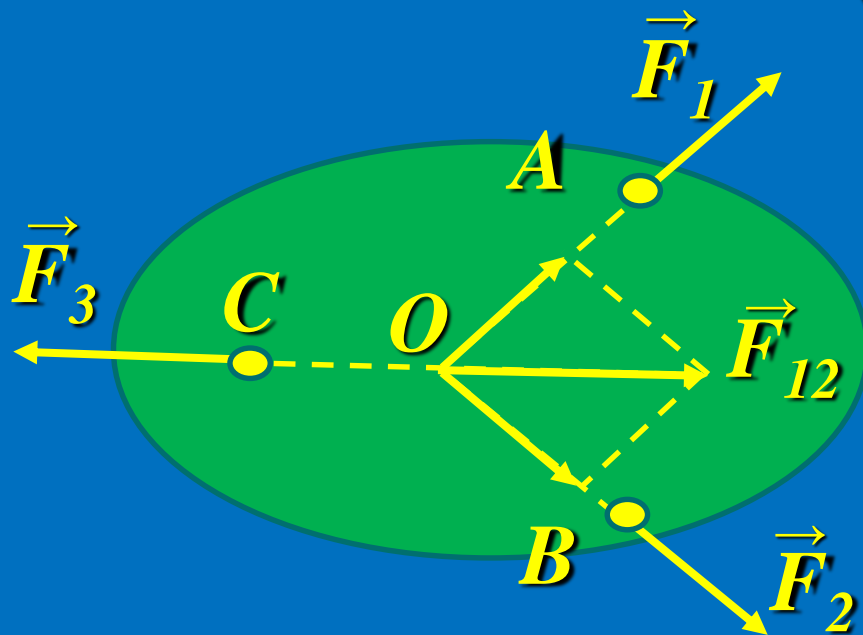
Теорема о трёх силах

$$(\mathbf{F}_1, \mathbf{F}_2, \mathbf{F}_3) \sim \mathbf{0}$$

Сила – вектор скользящий

$$\vec{\mathbf{F}}_1 + \vec{\mathbf{F}}_2 = \vec{\mathbf{F}}_{12}$$

$$(\mathbf{F}_{12}, \mathbf{F}_3) \sim (\mathbf{F}_1, \mathbf{F}_2, \mathbf{F}_3) \sim \mathbf{0}$$



$$(\mathbf{F}_{12}, \mathbf{F}_3) \sim \mathbf{0}$$

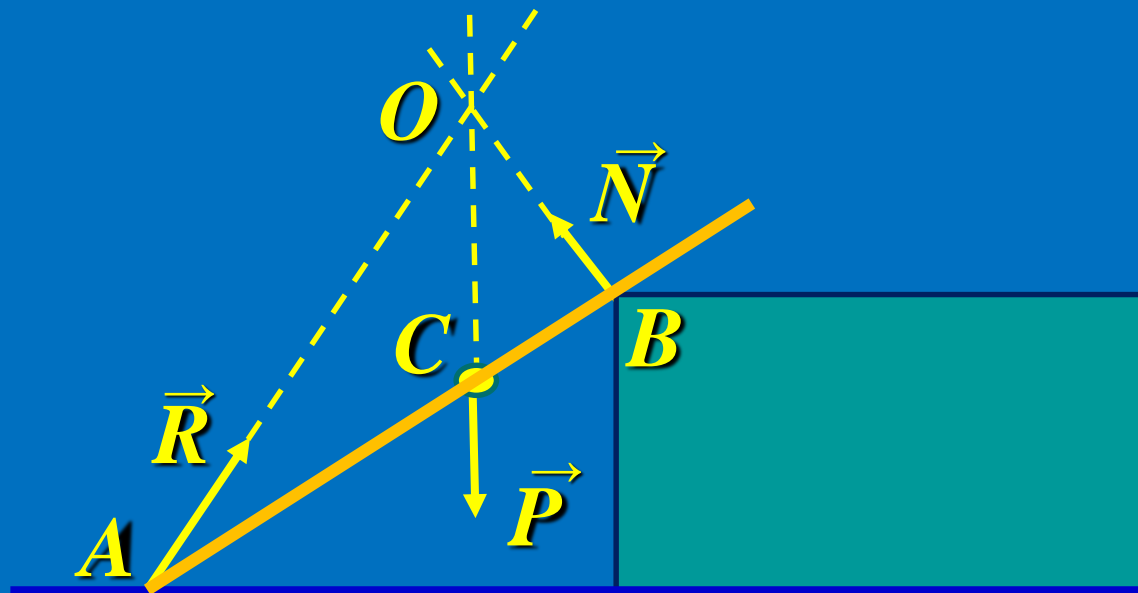
$$\vec{\mathbf{F}}_{12} = -\vec{\mathbf{F}}_3$$

Теорема о трёх силах

$$(\mathbf{F}_1, \mathbf{F}_2, \mathbf{F}_3) \sim 0$$

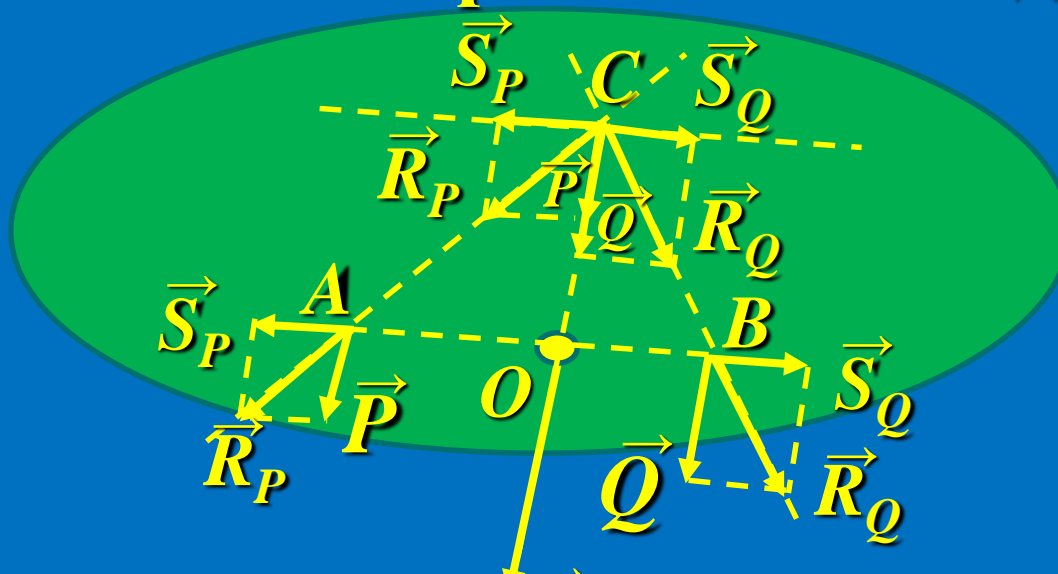
Сила – вектор скользящий

$$\vec{\mathbf{R}} = ?$$



Параллельные силы

Система двух параллельных сил,
направленных в одну сторону



$$P \neq Q$$

$$\vec{P} \parallel \vec{Q}$$

$$(P, Q)$$

$$(S_P, S_Q) \sim 0$$

$$(P, Q) \sim$$

$$\sim (P, Q, S_P, S_Q) \sim (\vec{R}_P, \vec{R}_Q). \quad \vec{R}_P, \vec{R}_Q \rightarrow \text{в т.с}$$

$$\text{В т.с: } (\vec{R}_P, \vec{R}_Q) \sim (P, Q, S_P, S_Q) \sim (P, Q): (S_P, S_Q) \sim 0.$$

$$\text{Подобие: } P/OC = S_P/AO, Q/OC = S_Q/BO: P \cdot AO = OC \cdot S_P,$$

$$Q \cdot BO = OC \cdot S_Q \rightarrow P/OB = Q/AO. \text{ Обратная задача } = \infty$$

Параллельные силы

Система двух параллельных сил,
направленных в противоположные

стороны:

$$\underline{F_1} \geq \underline{F_2}$$

$$(\underline{F_1}, \underline{F_2}) \sim (\underline{F}, -F_2, F_2) \sim (\underline{F})$$

$$(\underline{F}) = \underline{\vec{F}},$$

$$(\underline{F_1}) \sim (\underline{F}, -F_2), \quad |-\vec{F}_2| = |\vec{F}_2|$$

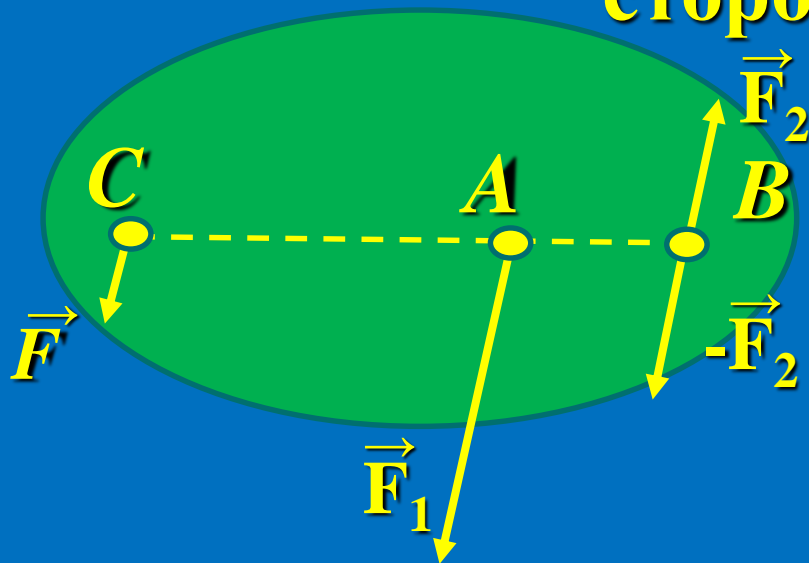
$$(\underline{F_2}, -F_2) \sim 0$$

$$F/AB = F_2/AC = F_1/BC$$

Равнодействующая: $|\vec{F}| = |-\vec{F}_1| - |\vec{F}_2|$

Обратная задача

имеет бесчисленное множество решений



Параллельные силы

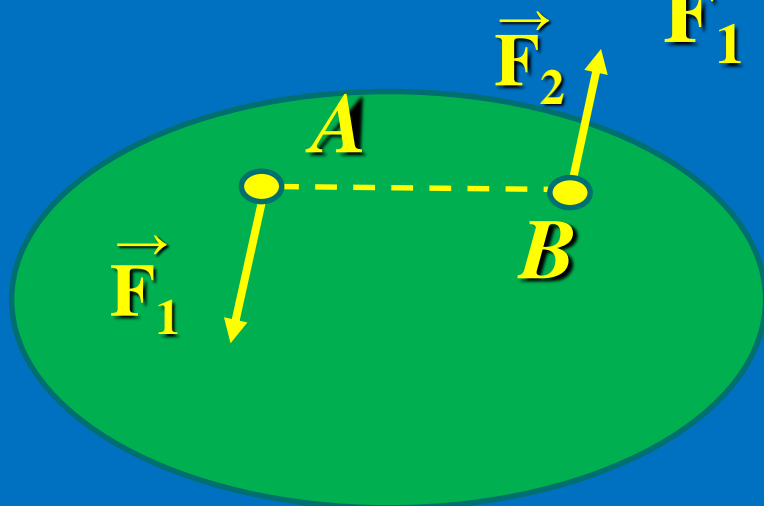
Пара сил: $|\vec{F}_1| = |\vec{F}_2|$

$\vec{F}_1 \parallel \vec{F}_2$ - антипараллельны

См. предыдущий
случай:

$$F = 0$$

$$AC = BC = \infty$$



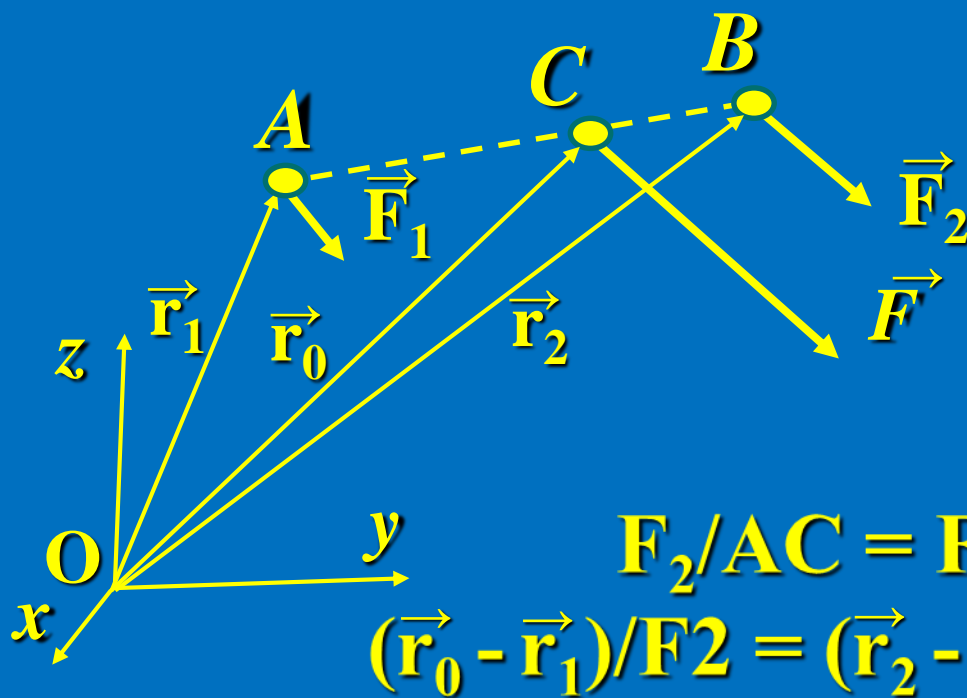
Пара сил не сводится к одной силе.

Пара сил не имеет равнодействующей.

Пара сил – самостоятельный объект статики,
как и сама сила

Параллельные силы

Система нескольких параллельных сил



$$\begin{aligned} \vec{r}_1 + \overrightarrow{AC} &= \vec{r}_0 \\ \vec{r}_0 + \overrightarrow{CB} &= \vec{r}_2 \\ \overrightarrow{AC} &= \vec{r}_0 - \vec{r}_1 \\ \overrightarrow{CB} &= \vec{r}_2 - \vec{r}_0 \\ \frac{F_2}{AC} &= \frac{F_1}{CB}, \quad \frac{AC}{F_2} = \frac{CB}{F_1} \end{aligned}$$

$$\frac{(\vec{r}_0 - \vec{r}_1)}{F_2} = \frac{(\vec{r}_2 - \vec{r}_0)}{F_1}$$

$$\vec{r}_0 = \frac{F_1 \vec{r}_1 + F_2 \vec{r}_2}{F_1 + F_2}$$

$$x_0 = \frac{F_1 x_1 + F_2 x_2}{F_1 + F_2}; \quad y_0 = \frac{F_1 y_1 + F_2 y_2}{F_1 + F_2}; \quad z_0 = \frac{F_1 z_1 + F_2 z_2}{F_1 + F_2}$$

Параллельные силы

Система N параллельных сил

$$\vec{r}_0 = \frac{\sum_{i=1}^N F_i \vec{r}_i}{\sum_{i=1}^N F_i}$$

\vec{r}_0 – определяет *центр параллельных сил ЦПС*

- 1) ЦПС не зависит от направления \parallel сил.
- 2) система антипараллельных сил сводится к двум антипараллельным силам, а те – либо к равнодействующей, либо к паре сил.
- 3) ЦПС тяжести частиц АТТ = *центр тяжести*

Статические моменты

Система N параллельных сил

$$\vec{r}_0 = \frac{\sum_{i=1}^N F_i \vec{r}_i}{\sum_{i=1}^N F_i}$$

\vec{r}_0 – определяет центр параллельных сил

Def: $\vec{S} = \sum_{i=1}^N F_i \vec{r}_i = \vec{r}_0 \cdot \sum_i F_i$ – статический момент относительно точки O .

Def: $S_{yz} = \sum_i F_i x_i$ – статический момент относительно плоскости Oyz

Техническая механика

Тема 1. Теоретическая механика.

Векторная статика. Основные понятия. Преобразование систем сил

**Учебно-методическое пособие
в форме презентации**

**Нижний Новгород
2021**