

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет
им. Н.И. Лобачевского

**ИССЛЕДОВАНИЕ АКУСТИЧЕСКИХ
ХАРАКТЕРИСТИК РЕЗОНАТОРА ГЕЛЬМГОЛЬЦА**

Практикум

Рекомендовано методической комиссией радиофизического факультета для студентов ННГУ, обучающихся по направлениям подготовки 03.03.03 «Радиофизика», 02.03.02 «Фундаментальная информатика и информационные технологии» и специальности 10.05.02 «Информационная безопасность телекоммуникационных систем»

Нижний Новгород
2022

УДК 534.833.534(076)
ББК 22.32я73-4
И - 88

Рецензент: д.ф.-м.н., профессор В.Г. Гавриленко

И - 88 ИССЛЕДОВАНИЕ АКУСТИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК РЕЗОНАТОРА ГЕЛЬМГОЛЬЦА. Авторы: Бахтин В.К., Гурбатов С.Н., Дерябин М.С., Клемина А.В., Курин В.В., Прончатов-Рубцов Н.В.: Практикум. – Нижний Новгород: Нижегородский госуниверситет, 2022. – 28 с.

В ходе данного практикума проводится ознакомление обучающихся с физическими принципами устройства резонатора Гельмгольца. Проводится экспериментальное исследование амплитудно-частотных характеристик резонатора. Экспериментально измеряются резонансные частоты и добротности в зависимости от объема и других конструкционных элементов резонаторов.

Практикум предназначен для студентов ННГУ, обучающихся по направлениям подготовки 03.03.03 «Радиофизика», 02.03.02 «Фундаментальная информатика и информационные технологии» и специальности 10.05.02 «Информационная безопасность телекоммуникационных систем».

Ответственный за выпуск:

зам. председателя методической комиссии радиофизического факультета ННГУ
д.ф.-м.н., профессор **Е.З. Грибова**

УДК 534.833.534(076)
ББК 22.32я73-4

© Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского, 2022

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ.....	4
1. ИСТОРИЯ АКУСТИЧЕСКИХ РЕЗОНАТОРОВ.....	5
2. СОВРЕМЕННОЕ ПРИМЕНЕНИЕ РЕЗОНАТОРОВ ГЕЛЬМГОЛЬЦА	8
3. КЛАССИЧЕСКАЯ ТЕОРИЯ РЕЗОНАТОРА ГЕЛЬМГОЛЬЦА.....	10
3.1 ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ.....	10
3.2 АКУСТИЧЕСКИЙ ИМПЕДАНС ПОРШНЕВОЙ ДИАФРАГМЫ	12
3.3 УРАВНЕНИЕ КОЛЕБАНИЙ	15
4. ПОСТРОЕНИЕ МОДЕЛИ РЕЗОНАТОРА ГЕЛЬМГОЛЬЦА, УЧИТЫВАЮЩЕЙ ВЯЗКИЕ ПОТЕРИ	17
5. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ УСТАНОВКА	20
5.1 БЛОК-СХЕМА.....	20
5.2 КОНСТРУКЦИЯ РЕЗОНАТОРА.....	21
ЗАДАНИЕ.....	23
ВОПРОСЫ.....	26
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ	27

Целью данного практикума является знакомство с устройством резонатора Гельмгольца. В работе проводится сравнение теоретических оценок акустических характеристик исследуемого резонатора с экспериментальными данными. Добротность резонатора Гельмгольца предлагается оценить как с помощью классического подхода, так и с помощью подхода, учитывающего вязкие потери.

ВВЕДЕНИЕ

Резонатор — колебательная система, в которой происходит накопление энергии колебаний за счёт резонанса с вынуждающей силой.

Явление резонанса оказывает влияние на все колебательные процессы: механические, электрические, звуковые [1]. В акустических процессах влияние резонанса особенно ощутимо, полезные резонансы можно использовать в своих измерениях, а нежелательные максимально ослаблять.

Акустические колебательные системы используются в виде полостей, каналов, объемных резонаторов, деревянных, стеклянных, металлических цилиндров, которые в сочетании могут образовывать сложные устройства, по своему действию аналогичные резонансным контурам, фильтрам и т.д. С их помощью можно выделять или подавлять определенные участки звукового диапазона частот.

Поскольку амплитуда колебательной скорости в «горле» резонатора на частоте резонанса велика, при наличии трения в нём возникает сильное поглощение звука этой частоты. Это свойство акустических резонаторов используется при создании резонансных звукопоглотителей в архитектурной акустике. Акустические резонаторы применяются также как элементы резонансных отражателей для уменьшения передачи низкочастотного шума по звукопроводам.

Актуальность данной работы определяется широким использованием резонаторов Гельмгольца в многочисленных сферах человеческой

деятельности: помимо архитектурной акустики последние применяются в машиностроении, авиастроении и т.д.

1. ИСТОРИЯ АКУСТИЧЕСКИХ РЕЗОНАТОРОВ

В театрах Древней Греции и Древнего Рима устанавливали так называемые "гармоники" — открытые объемы, горловина которых соединялась с окружающим пространством (Рис. 1.1, а). Масса воздуха m в горловине приводилась в колебательное движение внешним звуковым давлением. Резонансная частота f_0 определялась этой массой и гибкостью (сжимаемостью) воздушного объема V резонатора. При резонансе скорость колебаний v в горле резонатора увеличивается, увеличивается и объемный поток vS , где S - площадь поперечного сечения горла. Ввиду того, что колебательная скорость падающей волны остается постоянной, для поддержания возрастающего объемного потока фронт падающей волны деформируется (Рис. 1.1, б). Деформация охватывает тем большую зону, чем больше скорость колебаний в горле. Поэтому резонатор концентрирует значительно большую энергию, чем та, которая содержится в части падающей волны, приходящейся на площадь входного отверстия.

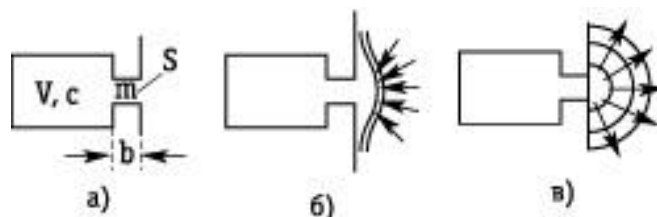


Рис. 1.1. Принцип действия акустического резонатора:

- а) конструкция;
- б) деформация фронта падающей волны;
- в) отдача накопленной энергии в окружающее пространство

После прекращения внешнего воздействия резонатор отдает накопленную энергию в окружающее пространство (Рис. 1.1, в).

Можно экспериментально проверить утверждение, что добиться увеличения интенсивности колебаний можно за счет уменьшения их продолжительности. Свободно подвешенный и возбужденный ударом камертон (Рис. 1.2) звучит 252 с, приложенный к мраморной доске — 115 с, приложенный к деревянной доске — 10 с. Особенно усиливаются колебания, если приложить камертон к ящику-резонатору с той же собственной частотой, что и у камертона. Однако продолжительность колебаний в этом случае еще более сокращается.



Рис. 1.2. Камертон

Звук усиливается, но запасенная энергия исчерпывается быстрее. Степень усиления колебаний определяется добротностью резонатора, а ощущение громкости - интенсивностью колебаний и их продолжительностью. Поэтому не следует преувеличивать эффективность действия "гармоник" древних театров на открытом воздухе или кувшинов-«голосников» древних православных храмов. Эти устройства создавали сравнительно небольшое усиление колебаний. Такие резонаторы иногда используют в современных акустических лабораториях.

Можно предположить, что замкнутые пространства под эстрадой концертных залов и под оркестровой ямой оперных театров также являются

своеобразными резонаторами, усиливающими звучность. Аналогичную роль играют подвесные «мембранные потолки» концертных и театральных залов, разумеется, если они не отягощены помещенным на них грузом-засыпкой из камней и шлака. В отличие от резонаторов-сосудов, представляющих собой системы с сосредоточенными параметрами, пространства под эстрадой или подвесные потолки являются системами с распределенными параметрами, "многочастотными системами". Также используются интерьерные мембранные конструкции — конструкции и системы конструкций для оформления внутренних объемов помещений, выполненные на основе мембранных оболочек и систем их натяжения, акустические ширмы в больших специализированных помещениях.

Самый наглядный пример акустического “усилителя” — фазоинвертор акустической системы, представляющий собой все тот же резонатор Гельмгольца, возбуждаемый “изнутри”. Если резонатор Гельмгольца возбуждать снаружи, он становится режекторным (подавляющим) фильтром, поглощающим энергию внешних колебаний. Глубину режекции можно увеличить за счет потерь в горле резонатора при помощи звукопоглощающего материала.

В акустических системах первой отечественной стереофонической радиолы “Симфония” в качестве низкодобротного двухчастотного режекторного фильтра использовался резонатор Гельмгольца. Он представлял собой отдельный объем в нижней части корпуса с двумя отверстиями диаметрами 23 и 31 мм в горизонтальной перегородке. Частоты настройки составляли 50 и 100 Гц. Фильтр предназначался для частичного подавления 1-й и 2-й гармоник сетевой частоты лампового усилительного тракта, а также устранял неизбежный “горб” на амплитудно-частотной характеристике (АЧХ) в области 60-80 Гц, характерный для обычных в то время высокодобротных динамиков.

Кстати, и сегодня, этот путь можно считать перспективным для использования высокодобротных динамических головок в корпусах

небольшого объема. Это позволяет сохранить высокую чувствительность акустической системы и получить при этом гладкую АЧХ.

2. СОВРЕМЕННОЕ ПРИМЕНЕНИЕ РЕЗОНАТОРОВ ГЕЛЬМГОЛЬЦА

Резонатор Гельмгольца – классический объект, теория которого была разработана еще в 19 веке, однако, к этой задаче исследователи возвращаются и по сей день.

Резонатор Гельмгольца нередко используется при акустической обработке салонов автомобилей для подавления низкочастотных объемных резонансов салона. Однако данный конструктивный прием трудно реализуем на практике ввиду существенных габаритов резонаторной батареи, проблем ее компоновки, уменьшения полезного объема багажного отделения и т.п. С ростом частоты настройки габариты резонаторов существенно уменьшаются, поэтому в области средних частот они используются заметно чаще.

Другой пример применения резонатора Гельмгольца - система впуска современного двигателя легкового автомобиля оборудуется устройствами шумопоглощения. Это или резонаторы Гельмгольца "в чистом виде", подключенные параллельно к участкам впускного трубопровода, или семейство горлышек, образованное отверстиями перфорации трубопровода и охваченное герметичным кожухом.

Акустические резонаторы — “голосовики” —использовались много столетий назад при строительстве соборов и театров. Но и сегодня четвертьволновые резонаторы, как и резонаторы Гельмгольца успешно применяются в качестве элементов акустических студий и концертных залов.

Резонаторы Гельмгольца также нашли свое применение в аппарате Кёнига (Рис. 2.1), целью которого является непосредственно звуковой анализ. На Рис. 2.1 можно увидеть, что аппарат состоит из 10 резонаторов, заключенных в деревянную рамку.

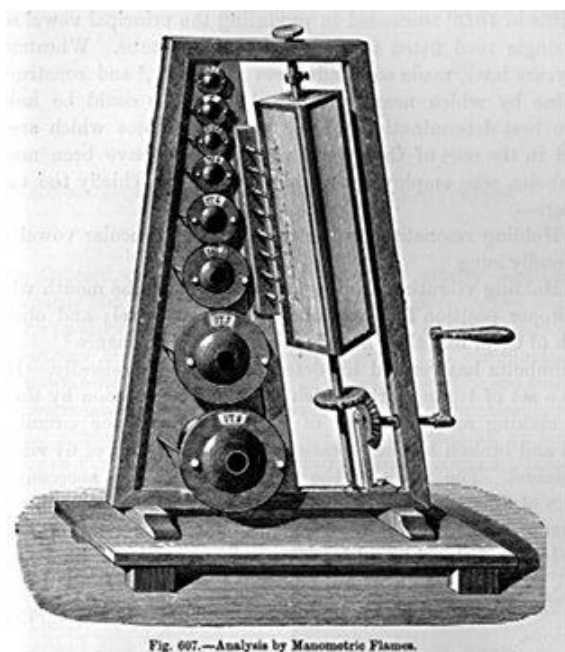


Рис. 2.1. Аппарат Кёнига

Представленные вниманию резонаторы были сделаны самим Рудольфом Кёнигом, в то время как имя изготовителя рамки остается неизвестным. С помощью этого анализирующего устройства ученому удалось создать специфическую композицию звуков как слышимых, так и видимых. Благодаря определенной технологии любой произведенный звук напротив открытого резонатора может быть наблюдаем посредством вибрации пламени, отображающегося в крутящемся зеркале (похожие действия выполняет стробоскоп).

Резонаторы представленного типа являются одним из главных составляющих оборудования музыкальных студий. Одной из проблем таких студий является феномен «бас одного тона»: это ситуация, при которой одна нота в басовом регистре звучит значительно громче, чем все остальные. Это происходит из-за непосредственного отражения звуковых волн от стен, что, в свою очередь, увеличивает объем звучания на данной частоте. В этом случае наиболее распространенным решением является установка широкополосного абсорбционного аппарата. Представленный тип аппарата, поглощающий низкие частоты, являются одним из трех типов так называемых «басовых ловушек».

Отметим, что резонатор Гельмгольца на низких частотах можно рассматривать как систему с сосредоточенными параметрами, что совершенно нетипично для акустики сплошных сред.

3. КЛАССИЧЕСКАЯ ТЕОРИЯ РЕЗОНАТОРА ГЕЛЬМГОЛЬЦА

3.1 ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ

Резонатор Гельмгольца является примером акустической колебательной системы. Своим названием он обязан немецкому физику, математику, физиологу и психологу, положившему начало акустике — Герману Людвигу Фердинанду Гельмгольцу. Резонатор представляет собой сосуд с открытой горловиной (Рис. 3.1).

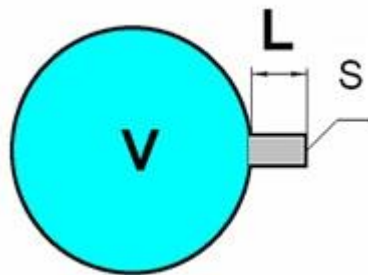


Рис. 3.1. Структурная схема резонатора Гельмгольца

Воздух в горловине является колеблющейся массой, а объем воздуха в сосуде играет роль упругого элемента. Разумеется, такое разделение справедливо лишь приближенно, так как некоторая часть воздуха в полости обладает инерционным сопротивлением. Однако при достаточно большой величине отношения площади отверстия к площади сечения полости точность такого приближения вполне удовлетворительна. Основная часть кинетической энергии колебаний оказывается сосредоточенной в горле резонатора, где колебательная скорость частиц воздуха имеет наибольшую величину. Строго говоря, резонатор представляет собой систему с распределенными параметрами. Если размеры резонатора малы по сравнению с длиной волны

действующих на резонатор колебаний, то практически можно рассматривать такую систему как систему с сосредоточенными параметрами.

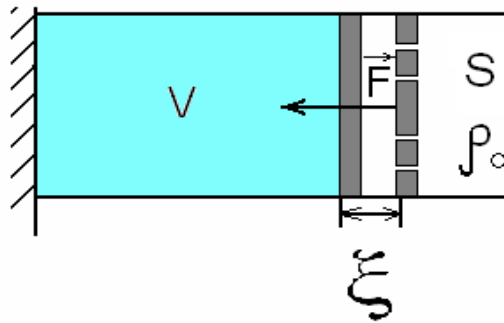


Рис. 3.2. Физическая модель резонатора Гельмгольца

Физической моделью такого резонатора является цилиндр, внутри которого движется поршень (Рис. 3.2). Приведем вывод уравнения, описывающего колебания в резонаторе Гельмгольца. Воздух в горловине является колеблющейся массой. При смещении этой массы на величину ξ воздух в объеме сжимается, и возникающие силы избыточного давления играют роль возвращающей силы. Если площадь горловины сосуда равна S , а её длина — L , то масса колеблющегося столба воздуха определяется выражением:

$$m = \rho_0 SL,$$

где ρ_0 - плотность невозмущенного потока.

Плотность воздуха при этом изменяется на величину $\delta\rho$. Это приведет к возникновению избыточного давления внутри сосуда $\delta p = c^2 \delta\rho$. Возвращающая сила при этом равна:

$$F_{возвр} = S\delta p.$$

Запишем II закон Ньютона для данной массы в проекции на ось цилиндра:

$$m \frac{d^2 \xi}{dt^2} = -F_{возвр} = -S\delta p.$$

Подставляя выражение для массы воздуха в горловине сосуда, получаем:

$$\rho_0 SL \frac{d^2 \xi}{dt^2} = -S \delta p.$$

Воспользовавшись уравнением состояния $c^2 = \frac{\delta p}{\delta \rho}$, получаем:

$$\rho_0 L \frac{d^2 \xi}{dt^2} = -c^2 \delta \rho.$$

Для воздуха внутри сосуда при условии неизменности его массы можно записать следующее соотношение:

$$\rho_0 V_0 = (\rho_0 + \delta \rho)(V_0 - \delta V).$$

Отсюда:

$$\frac{\delta \rho}{\rho_0} = \frac{\delta V}{V_0}.$$

Учитывая выражение выше и то, что $\delta V = \xi S$, получаем:

$$L \frac{d^2 \xi}{dt^2} = -c^2 \frac{\xi S}{V_0}.$$

Данное уравнение описывает колебания гармонического осциллятора с частотой

$$\omega = c \sqrt{\frac{S}{LV_0}}.$$

Следовательно, линейная собственная частота резонатора Гельмгольца будет равна:

$$f_0 = \frac{c}{2\pi} \sqrt{\frac{S}{LV_0}}$$

3.2 АКУСТИЧЕСКИЙ ИМПЕДАНС ПОРШНЕВОЙ ДИАФРАГМЫ

Для определения акустического импеданса поршневой диафрагмы должна быть вычислена действующая на диафрагму полная сила; затем путём деления этой силы на скорость диафрагмы находится акустический импеданс [2,3]. Найдём его, используя теорию потенциала. Согласно этому методу исходить следует из интеграла Гюйгенса:

$$P = j \frac{k \rho c v_0}{2\pi} \int \frac{e^{-jkr}}{r} dS,$$

затем звуковое давление интегрируется по поверхности диафрагмы:

$$\int P dS = j \frac{k \rho c}{2\pi} v_0 \iint \frac{e^{-jkr}}{r} dS dS',$$

половина интеграла по поверхности может быть записана в виде суммы:

$$\frac{1}{2} v_0^2 \iint \frac{e^{-jkr}}{r} dS dS' = \sum_{d\sigma, d\sigma'} \left(\frac{v_0 e^{-jkr}}{r} dS \right) v_0 dS',$$

в которой каждый элемент поверхности нужно брать только один раз. Величина, заключённая в скобках, характеризует с точностью до постоянной потенциал скорости колеблющегося элемента поверхности, то есть импульсную силу давления, необходимую для создания течения. Запишем:

$$\frac{v_0}{2\pi r} e^{-jkr} dS v_0 dS' = -d\Phi \frac{\partial \Phi}{\partial n} dS',$$

где выражение в правой части обозначает работу элемента пластинки dS' , затрачиваемую на преодоление звукового давления, вызванного элементом dS . Эта работа была бы совершена также, если бы поршневая диафрагма постепенно возникала, например, начиная с бесконечно малого круга, с последующим прибавлением бесконечно узких кольцевых элементов вплоть до заданного радиуса.

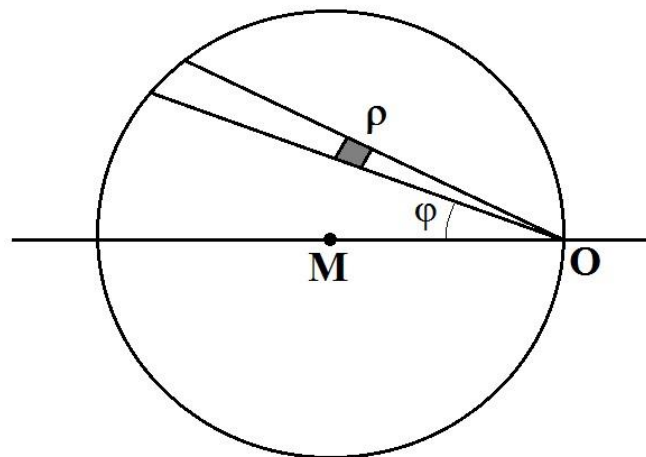


Рис. 3.3. Поршневая диафрагма

Её можно было бы легко вычислить, если бы был известен потенциал на крае малого кругового диска. Чтобы определить этот потенциал, выберем плоскую систему полярных координат с началом на крае диска (рис. 3.3); тогда

$$\Phi = \frac{v_0}{2\pi} \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \int_0^{2a'\cos\varphi} e^{-jk\rho} d\rho d\varphi = \frac{v_0}{jk\pi} \int_0^{\frac{\pi}{2}} (1 - e^{-2jka'\cos\varphi}) d\varphi.$$

Интеграл можно свести к функциям Бесселя:

$$\frac{2}{\pi} \int_0^{2\pi} e^{-2jka'\cos\varphi} d\varphi = J_0(2ka') - jY_0(2ka'),$$

где Y_0 – функция Струве нулевого порядка

$$Y_n(z) = \sum_{\gamma=0}^{\infty} (-1)^\gamma \frac{\left(\frac{1}{2}z\right)^{n+2\gamma+1}}{\left(\gamma + \frac{3}{2}\right)^{\frac{1}{2}} \cdot \left(n + \gamma + \frac{3}{2}\right)^{\frac{1}{2}}}.$$

Находим

$$\Phi = \frac{1}{2k} [Y_0(2ka') - j(1 - J_0(2ka'))] v_0.$$

Таким образом, работа при составлении диска из кольцевых элементов определяется выражением

$$\begin{aligned} \frac{1}{2\pi} \sum \frac{v_0^2}{r} e^{-jkr} dS dS' &= \frac{v_0^2}{2k} \int_0^a [Y_0(2ka') - j(1 - J_0(2ka'))] 2\pi a' da' = \frac{v_0^2 \pi}{4k^3} \int_0^{2ka} [Y_0(z) - j(1 - J_0(z))] z dz = \\ &= \frac{v_0^2 \pi}{4k^3} 2ka Y_1(2ka) - j \frac{\pi a^2}{2k} v_0^2 \left(1 - \frac{J_1(2ka)}{ka}\right), \end{aligned}$$

где

$$zY_1 = \int zY_0(z) dz,$$

$$zJ_1 = \int zJ_0(z) dz.$$

При этом значении интеграла, для силы, действующей на диафрагму, получаем:

$$\int PdS = j \frac{k\rho c v_0}{2\pi} \iint \frac{e^{-jkr}}{r} dS dS' = \rho c \pi a^2 \left[1 - \frac{J_1(2ka)}{ka} + j \frac{Y_1(2ka)}{ka} \right] v_0.$$

Отношение средней силы на единицу площади к скорости диафрагмы, то есть акустический импеданс пластинки, определяется выражением:

$$\wp = \rho c \left[1 - \frac{J_1(2ka)}{ka} + j \frac{Y_1(2ka)}{ka} \right] = r_s + j m_s,$$

где $r_s = \rho c \left[1 - \frac{J_1(2ka)}{ka} \right]$, $m_s = \frac{\rho}{k} \frac{Y_1(2ka)}{ka}$.

Для низких частот при помощи разложения в ряд получаем

$$\begin{aligned} m_s &= \frac{8a\rho}{3\pi}, & M_s &= \frac{8a^3\rho}{3}, \\ r_s &= \frac{1}{2} \rho c k^2 a^2, & R_s &= \frac{\pi}{2} \rho c k^2 a^4. \end{aligned}$$

3.3 УРАВНЕНИЕ КОЛЕБАНИЙ

Резонатор Гельмгольца представляет собой полость с небольшим круглым отверстием. Полость действует как упругость, а круглое отверстие в первом приближении можно принять за поршневую диафрагму [2-4], которая излучает звук как внутрь резонатора, так и наружу. Вследствие двустороннего излучения звука поршневой диафрагме соответствует соколеблющаяся масса

$$M_s = \frac{8a^3\rho}{3},$$

так как излучаемая внутрь звуковая энергия не теряется, то сопротивление потерь определяется выражением

$$R_s = \frac{\pi}{2} \rho c k^2 a^4.$$

Запишем уравнение колебаний резонатора Гельмгольца под действием внешней вынуждающей силы с учётом потерь на излучение и соколеблющейся массы:

$$M \frac{d^2 \xi}{dt^2} + R_s \frac{d\xi}{dt} + \frac{1}{F} \xi = F_0 e^{-j\omega t},$$

$$F = \frac{V}{\rho c^2},$$

где F — гибкость (сжимаемость) газа, обусловленная воздушным объёмом; возбуждающей силой является звуковое давление падающей волны.

Выразим соколеблющуюся массу через акустическую проводимость отверстия G :

$$M = \frac{1}{G} S^2 \rho = (l + \Delta l) S \rho,$$

где

$$G = \frac{S}{l + \Delta l},$$

l — длина канала, Δl — поправка на устье, равная для круглого отверстия $\frac{\pi a}{2}$.

Тогда для резонансной частоты получаем:

$$f_0 = \frac{c}{2\pi} \sqrt{\frac{G}{V}}. \quad (3.1)$$

Добротность резонатора определяется выражением:

$$Q = \frac{\omega_0 M}{R_s} = \frac{\lambda}{G}. \quad (3.2)$$

Заметим, что добротность зависит лишь только от потерь на излучение и не учитывает вязких потерь. Одной из целей работы является проверка справедливости пренебрежения вязкими потерями, имеющими место в горловине резонатора.

4. ПОСТРОЕНИЕ МОДЕЛИ РЕЗОНАТОРА ГЕЛЬМГОЛЬЦА, УЧИТЫВАЮЩЕЙ ВЯЗКИЕ ПОТЕРИ

Предположим, что вязкие потери [5] в горловине резонатора Гельмгольца существенны и их необходимо учитывать. Рассмотрим модель, учитывающую вязкие потери только в горле резонатора, поскольку амплитуда колебательной скорости там велика, а вязкие потери внутри полости существенно ниже.

Данная физическая модель была получена из рассмотрения задачи на течение Куэтта. Течением Куэтта называется стационарное течение, обуславливаемое перемещением стенок.

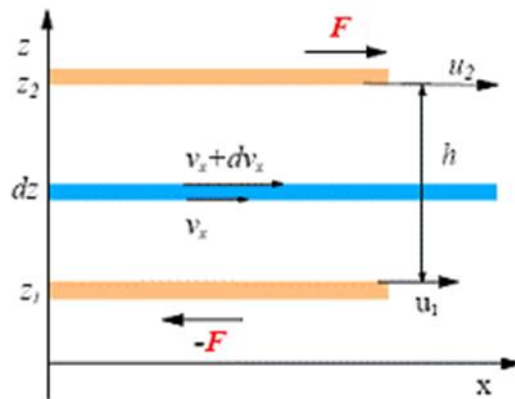


Рис. 4.1. Течение Куэтта

Рассмотрим распределение скоростей и давлений в течении, изображенном на Рис. 4.1. Связав координатную плоскость XU с нижней пластиной, для краевых условий получим: $V_{x(0)} = 0, V_{x(h)} = u$.

Для стационарного течения несжимаемой жидкости уравнение неразрывности примет вид:

$$\nabla \vec{V} = \frac{\partial V_x}{\partial x} + \frac{\partial V_y}{\partial y} + \frac{\partial V_z}{\partial z} = 0,$$

а уравнение Навье-Стокса:

$$(\vec{V} \nabla) \vec{V} = -\frac{1}{\rho} \nabla P + \vec{g} + \nu \Delta \vec{V}.$$

Исходя из симметрии течения, можно утверждать, что отлична от нуля только одна составляющая скорости — V_x . Очевидно также, что скорость,

как и давление не могут зависеть от координаты $y \rightarrow V = V(x, z)$. В этом случае из уравнения неразрывности следует, что $\frac{\partial V}{\partial x} = 0$, то есть V не зависит также от координаты x . Значит, $\vec{V} = \vec{i}V(z)$. При этих условиях:

$$(\vec{V}\nabla)\vec{V} = 0, \quad \Delta\vec{V} = \vec{i}\frac{d^2V}{dz^2}.$$

В проекции на оси X и Z , учитывая, что в течении Куэтта отсутствует падение давления вдоль течения $p = p(z)$, получаем:

$$\frac{d^2V}{dz^2} = 0, \quad \frac{dP}{dz} = -\rho g.$$

Второе уравнение даёт распределение гидростатического давления в жидкости $P = P_0 - \rho g z$, которое не оказывает влияния на динамику течения, а из первого уравнения получаем закон $V(z) = A + Bz$.

Постоянные интегрирования A и B определяется из краевых условий: $A = 0, B = \frac{u}{h}$. Следовательно, в плоскопараллельном течении Куэтта скорость имеет следующее распределение (Рис. 4.2):

$$V(z) = u \frac{z}{h}.$$

Напряжение трения в жидкости везде одинаково и равно по величине $f_{xz} = \eta \frac{dV}{dz} = \eta \frac{u}{h}$, причем на нижней пластине оно имеет направление течения, а на верхней – противоположное направление.

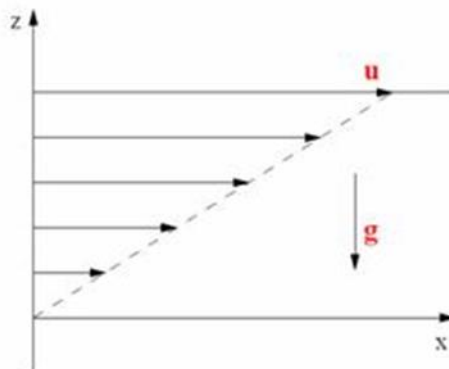


Рис. 4.2. Профиль распределения скорости в течении Куэтта

Силу, которую нужно приложить к нижней пластинке, чтобы сдвинуть её с места:

$$F_{xz} = \eta \frac{u}{h} S_{\text{пов.пл.}}$$

Рассмотрим задачу с цилиндрической симметрией. Тогда профиль скорости будет иметь вид, представленный на Рис. 4.3. С учётом краевых условий $\frac{\partial v}{\partial r} \approx \frac{u}{h}$, получаем $f_x = \eta \frac{\partial v}{\partial r} \Big|_{r=R} = \eta \frac{u}{R} \alpha$. Тогда сила будет равна: $F_x = \eta \frac{u}{h} \alpha 2\pi RL$.

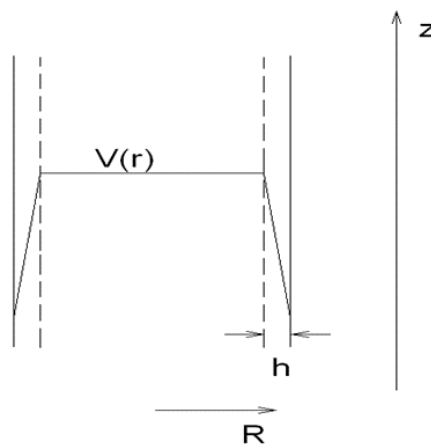


Рис. 4.3. Профиль распределения скорости в течении Куэтта

Для таких условий уравнение, описывающее колебания в резонаторе Гельмгольца под действием внешней вынуждающей силы F_0 с учётом потерь на излучение и вязких потерь, примет вид:

$$M \frac{d^2 x}{dt^2} + R_{\text{изл}} \frac{dx}{dt} + \alpha \eta \frac{dv}{dr} \Big|_{r=R} \cdot 2\pi RL + \frac{\rho c^2}{V} x = p_0 \pi R^2 e^{-j\omega t},$$

где M – полная масса (включая соколеблющуюся) воздуха внутри горловины; $R_{\text{изл}}$ – радиационные потери; p_0 – амплитудное значение давления; R – радиус горловины; η – динамический коэффициент вязкости; ρ – плотность; α – безразмерный коэффициент (отражающий отношение радиуса горловины к размеру области, где вязкие потери существенны), определяемый эмпирически по значению числа Рейнольдса Re равного 0.047:

$$Re = \frac{vD}{\alpha\eta},$$

где v – амплитуда колебательной скорости внутри горловины резонатора (она была найдена экспериментально с помощью пьезоэлектрического преобразователя давления, используя соотношение $p = \rho cv$ и составила 5 мм/с); D – характерный масштаб (в качестве которого мы использовали радиус горловины R); η – динамический коэффициент вязкости.

При этом, добротность резонатора зависит от вязкости следующим образом:

$$Q = \frac{2\pi fM}{R_{изл} + 2\pi L\eta\alpha}. \quad (4.1)$$

5. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ УСТАНОВКА

5.1 БЛОК-СХЕМА

Блок-схема лабораторной экспериментальной установки представлена на Рис. 5.1.

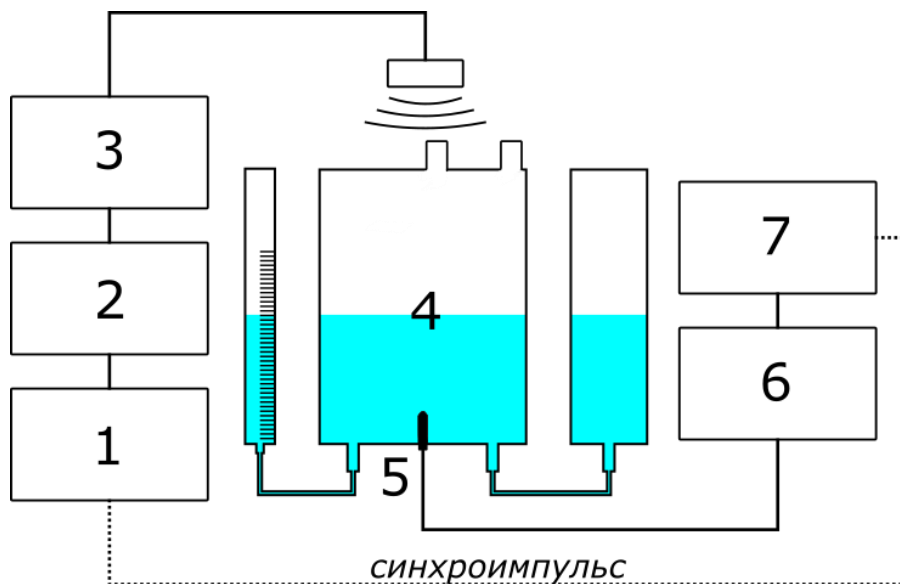


Рис. 5.1 Блок-схема экспериментальной установки

1 – генератор ГЗ-110, 2 – усилитель У7-5, 3 – источник акустических волн МАС 10, 4 – резонатор Гельмгольца, 5 – гидрофон Brüel&Кjær Type 8103, 6 – предварительный усилитель Brüel&Кjær Type Nexus 2692, 7 – цифровой осциллограф Tektronix 3032

Созданная таким образом звуковая волна возбуждает колебания в резонаторе Гельмгольца (4). Использованный в исследованиях калиброванный пьезоэлектрический преобразователь (гидрофон) Brüel&Kjær Type 8103 (5) и предварительный (кондиционирующий) усилитель Brüel&Kjær Type Nexus 2692 (6) позволяют получить абсолютные значения давления и колебательной скорости внутри резонатора. Анализ получаемых сигналов производится с помощью цифрового осциллографа Tektronix 3032 (7). При необходимости допускается замена приборов на аналогичные с характеристиками не хуже, чем у приведенных на Рис. 5.1.

5.2 КОНСТРУКЦИЯ РЕЗОНАТОРА

Более подробно конструкция резонатора изображена на Рис. 5.2. Он представляет собой стальной цилиндр (2), имеющий два идентичных отверстия в верхнем торце. В эти отверстия могут вставляться насадки различных геометрических размеров (S , L), тем самым, изменяя характеристики колебаний резонатора. В нижний торец вмонтированы три трубки, две из которых позволяют изменять объём резонатора путём наполнения части его полости дегазированной водой из резервуара (3), а третья соединена с измерительной стеклянной трубкой (1), позволяющей наблюдать за уровнем воды внутри резонатора и тем самым определять его объём) и пьезоэлектрический преобразователь давления. Следует отметить, что изменение объёма резонатора путём заполнения части его полости водой не приводит к изменению граничных условий, так как на используемых в исследованиях частотах (до 500 Гц) вода является практически несжимаемой средой.

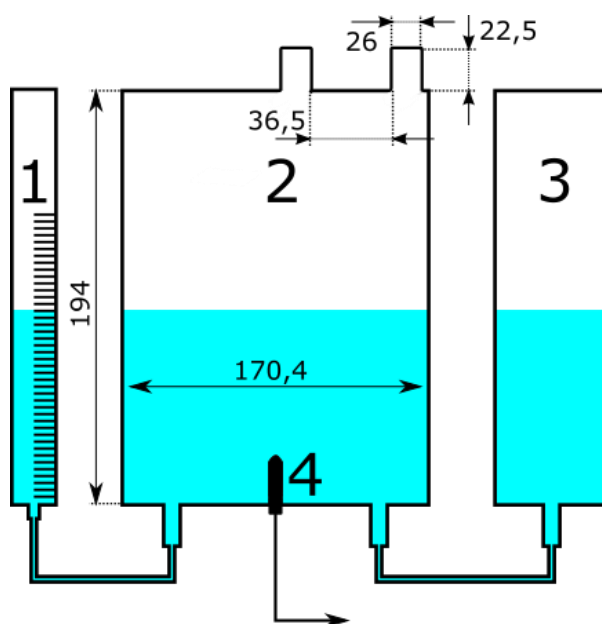


Рис. 5.2 Схема резонатора

Некоторые размеры резонатора приведены на Рис. 5.2 (значения указаны в миллиметрах). Объем полости резонатора изменяется в интервале $V = 0.5 \div 4.35$ л. Для дополнительного изменения параметров резонатора в комплекте экспериментальной установки имеются насадки (непонятно, что за насадки) с длиной $l = 2,25 \div 15,0$ см и диаметром $d = 14 \div 24$ мм. При указанных параметрах, резонансные частоты резонатора находятся в интервале $f = 50 \div 500$ Гц. Внешний вид исследуемого резонатора приведен на Рис. 5.3.



Рис. 5.3 Внешний вид исследуемого резонатора

ЗАДАНИЕ

1) Подготовить лабораторную экспериментальную установку к работе. Проверить подсоединение всех приборов согласно Рис. 5.1. Включить все используемые в установке приборы. Проверить герметичность всех трубчатых соединений, связанных с подачей жидкости в резонатор.

2) Провести настройку измерительных приборов:

Провести настройку предварительного усилителя Brüel&Kjær Nexus Type 2692. В меню настроек преобразователя с помощью кнопок управления на лицевой панели выставить чувствительность по заряду гидрофона Brüel&Kjær Type 8103 согласно его паспортным данным (данная величина составляет примерно 0.095 пКл/Па). В основном меню настроек предварительного усилителя установить коэффициент усиления равный 100 мВ/Па, и диапазон полосового фильтра от 10 Гц до 1 кГц.

Установить рабочую частоту генератора ГЗ-110 равную 250 Гц используя переключатели на передней панели прибора.

Настроить осциллограф Tektronix 3032. Выставить величину временной развертки таким образом, чтобы на экране осциллографа отображалось около 10 периодов измеряемого сигнала (при изменении частоты необходимо подбирать временную развертку следуя тому же правилу). Амплитудную развертку осциллографа следует настраивать таким образом, чтобы исследуемый сигнал занимал примерно половину экрана осциллографа. Для достижения оптимального соотношения сигнал/шум можно использовать регулятор усиления МАС 10, при этом необходимо следить за тем, чтобы не происходило перегрузки в приемном канале предварительного усилителя Brüel&Kjær Type Nexus 2692 (при перегрузке загорается красная лампа на передней панели прибора). Настройка МАС 10 проводится один раз: перед основными измерениями. Необходимо убедиться, что входное сопротивление используемого канала осциллографа составляет 1 МОм, и полоса пропускания канала ограничена 20 МГц.

Занести в протокол измерений все основные настройки приборов.

Рекомендации:

при проведении измерений допускается применять режим работы осциллографа, реализующий возможность усреднять принимаемый сигнал по нескольким реализациям. Для этого необходимо обеспечить синхронизацию осциллографа с генератором сигналов. Настроить канал синхронизации можно в меню синхронизации осциллографа;

измерение амплитуды сигнала следует проводить с помощью системы курсоров осциллографа. Необходимо один из курсоров навести к нижнему уровню сигнала, а верхний к верхнему уровню. В правом углу экрана осциллографа отобразится величина размаха сигнала которую следует занести в протокол, а затем рассчитать амплитуду сигнала. Данный способ измерений уменьшит ошибку при измерениях, связанную с возможным наличием постоянной составляющей в исследуемом сигнале.

при возникновении трудностей с настройкой и работой приборов, входящих в состав лабораторной установки, следует воспользоваться инструкциями по эксплуатации к приборам.

3) Измерения необходимо проводить при открытом центральном и закрытых остальных отверстиях. Заполнить резонатор водой таким образом, чтобы объем резонатора составлял около 1.1 л. Объем резонатора следует рассчитать, исходя из геометрических размеров резервуара и уровня жидкости. Занести в протокол измерений полученный объем резонатора.

Переключая частоту генератора, определить резонансную частоту резонатора по максимуму амплитуды регистрируемого сигнала. Занести в протокол величину резонансной частоты. Провести измерения АЧХ резонатора, для этого необходимо измерить амплитуду сигнала на разных частотах (не менее 10 измерений, по которым можно будет определить добротность резонатора). Занести в протокол измеренные амплитуды и соответствующие им частоты.

4) Установить насадку из комплекта лабораторной установки на центральное отверстие. Измерить с помощью линейки основные геометрические размеры насадки и занести их в протокол. Повторить измерения аналогично пункту 3) задания. Повторить измерения аналогично пункту 3) задания для всех имеющихся насадок из комплекта лабораторной установки.

5) Провести измерения аналогично пунктам 3) и 4) задания, но для других объемов резонатора, составляющих приблизительно 1.4 л, 0.9 л и 1.8 л.

6) После проведения измерений необходимо рассчитать резонансные частоты резонатора по формуле (3.1), добротности резонатора по формулам (3.1) и (4.1).

7) После проведения измерений необходимо подготовить и оформить отчет по результатам работы. Отчет должен содержать титульный лист, подписной лист (указывается кто выполнил работу и кто проверил) и разделы:

Цель работы

Объект исследования

Экспериментальная установка

Методика проводимых измерений

Результаты исследований

Выводы

В разделе «цель работы» должна быть сформулирована цель проводимых исследований.

В разделе «объект исследований» должно быть сформулировано, что исследуется в работе.

В разделе «экспериментальная установка» должна быть подробно описана используемая экспериментальная установка, должна быть приведена таблица с содержанием используемых приборов и приспособлений: их марки, типа и серийного номера.

В разделе «методика проводимых измерений» должна быть подробно описана методика проводимых измерений. Должна быть описана последовательность действий при проведении измерений.

В разделе «результаты исследований» должны быть приведены результаты измерений. Должны быть приведены экспериментальная и теоретическая зависимость резонансной частоты резонатора от параметров резонатора (объема резонатора при разных насадках), экспериментальная АЧХ резонатора в зависимости от параметров резонатора (объема резонатора при разных насадках, зависимости экспериментально измеренной добротности резонаторов от параметров резонатора (объема резонатора при разных насадках). Теоретические зависимости на основе формул (3.1) и (4.1) добротности резонаторов от параметров резонатора. Должна быть приведена оценка погрешности проводимых измерений, выявлены основные источники погрешности.

В разделе «выводы» должны быть сформулированы выводы по результатам работы. Должно быть сделано заключение о том насколько теоретическая модель адекватно соответствует результатам экспериментов.

ВОПРОСЫ

1. Как устроен резонатор Гельмгольца? Чем он отличается от обычного акустического резонатора?
2. Как на практике применяется резонатор Гельмгольца?
3. Чем определяется резонансная частота и добротность резонатора Гельмгольца?
4. На Рисунке 5.3 изображен внешний вид резонатора Гельмгольца. Как вы думаете, для чего служат шпильки с резьбой, припаянные к корпусу резонатора?
5. Сделайте оценку на частотный диапазон резонатора Гельмгольца, который сделан из стандартной стеклянной пол-литровой бутылки.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Горелик Г.С. Колебания и волны. Введение в акустику, радиофизику и оптику. М.: ФИЗМАТЛИТ. 2008. 656 с.
2. Скучик Е. Основы акустики. Том 1. М.: Мир. 1976. 519 с.
3. Скучик Е. Основы акустики. Том 2. М.: Мир. 1976. 541 с.
4. Исакович М.А. Общая акустика. Учеб. пособие. М.: Наука. 1973. 502 с.
5. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теоретическая физика Т. IV. М.: Наука, 2020. 728 с.

ИССЛЕДОВАНИЕ АКУСТИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК РЕЗОНАТОРА ГЕЛЬМГОЛЬЦА

Авторы:

Владимир Константинович Бахтин
Сергей Николаевич Гурбатов
Михаил Сергеевич Дерябин и др.

Практикум

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования
«Национальный исследовательский Нижегородский государственный
университет им. Н.И. Лобачевского»
603950, Нижний Новгород, пр. Гагарина, 23.