

**МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**

**Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования
«Национальный исследовательский
Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского»**

**Сборник задач
по курсу «Математика»**

Задачник

Рекомендовано методической комиссией института информационных технологий,
математики и механики для слушателей центра образовательных программ
для иностранных граждан ННГУ, обучающихся по направлению
982001 «Дополнительная общеобразовательная программа, обеспечивающая подготовку
иностранцев и лиц без гражданства к освоению профессиональных
образовательных программ на русском языке»

Нижегород
2022

УДК 51 (076.1)

ББК В1я73

С 23

С 23 СБОРНИК ЗАДАЧ ПО КУРСУ «МАТЕМАТИКА»: задачник / сост. Е.Б. Титова. – Нижний Новгород: Изд-во ННГУ, 2022. – 21 с. – [Текст электронный]

Рецензент: к. ф.-м. н., доцент **А.А. Тюхтина**

В задачнике предлагаются упражнения по основным разделам курса «Математика»: арифметика, уравнения и неравенства, функции, показательные и логарифмические функции, уравнения и неравенства, тригонометрия.

Задачник предназначен для слушателей центра образовательных программ для иностранных граждан ННГУ, обучающихся по направлению 982001 «Дополнительная общеобразовательная программа, обеспечивающая подготовку иностранных граждан и лиц без гражданства к освоению профессиональных образовательных программ на русском языке», изучающих курс «Математика».

УДК 51 (076.1)

ББК В1я73

© Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского, 2022

Оглавление

1. Арифметика.....	4
2. Уравнения и неравенства.....	6
3. Функции.....	10
4. Показательные и логарифмические функции, уравнения и неравенства...	12
5. Тригонометрия.....	16
6. Повторение.....	18
Список литературы.....	20

1. Задания по теме «Арифметика»

1.1. Найти наибольший общий делитель или наименьшее общее кратное чисел:

- 1) НОД(144, 72)
- 2) НОД(120, 144, 324)
- 3) НОД(121, 60, 72)
- 4) НОК(25, 38)
- 5) НОК(108, 216, 135)
- 6) НОК(70, 35, 280)
- 7) НОК(270, 300, 315)
- 8) НОД(126, 540, 630)

1.2. Выполнить действия:

- 1) $\frac{9}{56} - \left(\frac{7}{15} - \frac{5}{12}\right) \cdot \left(\frac{3}{14} + \frac{1}{2}\right)$
- 2) $\left(\frac{2}{3} + \frac{7}{8} - \frac{5}{6}\right) \cdot \left(1 - \frac{5}{17}\right)$
- 3) $\left(1\frac{4}{9} + 2\frac{5}{6} - 2\frac{3}{4}\right) \cdot \left(2\frac{1}{2} - \frac{11}{14}\right)$
- 4) $\left(\frac{51}{60} \cdot \frac{12}{17}\right) : \frac{3}{10}$
- 5) $\frac{3}{4} : \frac{5}{6} + 2\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} - 1 : 1\frac{1}{9}$
- 6) $2\frac{3}{4} : \left(1\frac{1}{2} - \frac{2}{5}\right) + \left(\frac{3}{4} + \frac{5}{6}\right) : 3\frac{1}{6}$
- 7) $\left(11\frac{5}{11} - 8\frac{21}{22}\right) : 1\frac{2}{3}$
- 8) $\frac{\left(152\frac{3}{4} - 148\frac{3}{8}\right) \cdot 0,3}{0,2}$
- 9) $\frac{\left(6,6 - 3\frac{3}{14}\right) \cdot 5\frac{5}{6}}{(21 - 1,25) : 2,5}$

1.3. Решить задачи:

- 1) В книге 140 страниц. Маша прочитала 80% книги. Сколько страниц прочитала Маша?
- 2) Число жителей города 750000 человек. Каждый год население города увеличивается на 2%. Сколько жителей будет через год? Через 2 года?

- 3) Товар на распродаже уценили на 20%. Он стал стоить 680 руб. Сколько стоил товар до распродажи?
- 4) Вклад 24000 рублей внесен под 8% годовых. Сколько будет на счете через год? Через 2 года?
- 5) В начале учебного года было 1250 учеников, к концу года стало 950. На сколько процентов уменьшилось за год число учеников?
- 6) В магазин привезли 2500 кг помидоров. В первый день продали 30% всех помидоров. Сколько килограммов помидоров осталось продать?
- 7) Масса сушеных груш составляет 20% массы свежих. Сколько сушеных груш получится из: 100 кг; 350 кг; 25 кг свежих? Сколько процентов массы свежих груш теряется при сушке?
- 8) В магазин электротоваров привезли лампочки. Среди них оказалось 16 разбитых лампочек, что составило 2% от их числа. Сколько лампочек привезли в магазин?
- 9) 30% класса и еще 5 человек пошли в кино, а оставшиеся $\frac{3}{8}$ класса и еще 8 человек - на экскурсию. Сколько человек в классе?
- 10) Сколько процентов золота содержит сплав, состоящий из 6г золота и 24г серебра?
- 11) Вася прочитал в газете, что за последние 3 месяца цены на продукты питания росли в среднем на 10 % за каждый месяц. На сколько процентов выросли цены за 3 месяца?
- 12) В автоинспекции города подсчитали, что число легковых автомобилей увеличивалось на 15% ежегодно. Во сколько раз увеличится число легковых автомобилей за пять лет?

1.4. Найти неизвестное x из пропорции:

$$1) \frac{1,2 : 0,375 - 0,2}{6\frac{4}{25} : 15\frac{2}{5} + 0,8} = \frac{0,016 : 0,12 + 0,7}{x}$$

$$2) \frac{0,125 x}{\left(\frac{19}{24} - \frac{21}{40}\right) \cdot 8\frac{7}{16}} = \frac{\left(1\frac{28}{63} - \frac{17}{21}\right) \cdot 0,7}{0,675 \cdot 2,4 - 0,02}$$

$$3) \frac{\left(4 - 3,5 \cdot \left(2\frac{1}{7} - 1\frac{1}{5}\right)\right) : 0,16}{x} = \frac{3\frac{2}{7} - \frac{3}{14} : \frac{1}{6}}{41\frac{23}{84} - 40\frac{49}{60}}$$

2. Задания по теме «Уравнения и неравенства»

2.1. Сократить дробь:

$$1) \frac{a^2-16}{ax+4x}$$

$$2) \frac{x^3+8}{x+2}$$

$$3) \frac{(x+2)^3}{x^2+4x+4}$$

$$4) \frac{3-3x}{x^2-2x+1}$$

$$5) \frac{x^6+x^4}{x^4+x^2}$$

$$6) \frac{x^7-x^{10}}{x^5-x^2}$$

2.2. Упростить выражение:

$$1) \frac{a}{4x} + \frac{5}{12y} - \frac{c}{9xy^2}$$

$$2) \frac{x^2-4xy}{2y^2-xy} - \frac{4y}{x-2y}$$

$$3) \frac{a^2}{ax-x^2} + \frac{x}{x-a}$$

$$4) \frac{x}{2a^2-ax} - \frac{4a}{2ax-x^2}$$

$$5) \frac{x-25}{5x-25} - \frac{3x+5}{5x-x^2}$$

$$6) \frac{12-y}{6y-36} + \frac{6}{6y-y^2}$$

$$7) \frac{4a-4b}{3a+3x} \cdot \frac{(a+x)^2}{a^2-b^2}$$

$$8) \frac{(x+3)^2}{2x-4} : \frac{3x+9}{x^2-4}$$

$$9) \left(\frac{1}{x-y} + \frac{3xy}{y^3-x^3} \right) : \left(\frac{x^2+y^2}{x^2-y^2} - \frac{x+y}{2x-2y} \right)$$

$$10) \left(\frac{25}{a^2+5a+25} - \frac{2a}{5-a} - \frac{a^3+25a^2}{a^3-125} \right) \cdot \left(a - 5 + \frac{15a}{a-5} \right)$$

$$11) \left(\frac{2}{2x+y} - \frac{1}{2x-y} - \frac{3y}{y^2-4x^2} \right) \cdot \left(\frac{y^2}{8x^2} - \frac{1}{2} \right)$$

$$12) \frac{9a^2-16b^2}{7a} \cdot \left(\frac{3b-4a}{4b^2-3ab} - \frac{3b+4a}{4b^2+3ab} \right)$$

$$13) \left(p - q + \frac{4q^2-p^2}{p+q} \right) : \left(\frac{p}{p^2-q^2} + \frac{2}{q-p} + \frac{1}{p+q} \right)$$

$$14) \left(\frac{5x+y}{x^2-5xy} + \frac{5x-y}{x^2+5xy} \right) \cdot \frac{x^2-25y^2}{x^2+y^2}$$

2.3. Решить линейные уравнения:

$$1) \frac{5(x-2)}{x+2} - \frac{2(x-3)}{x+3} = 3$$

$$2) \frac{x^2-1}{x} = x^2 - \frac{1}{x}$$

$$3) \frac{y+5}{y^2-5y} - \frac{y-5}{2y^2-10y} = \frac{y+25}{2y^2-50}$$

$$4) \frac{x^2}{x+5} = \frac{25}{x+5}$$

$$5) \frac{0,75 \cdot (8x-12) + x - 5}{4x-8} = 0$$

$$6) \frac{3 \cdot (9x-3)}{9x-6} = 2 + \frac{3x+1}{3x-2}$$

$$7) \frac{3-7x}{2x+4} = \frac{1-3x}{x+2}$$

$$8) \frac{6x+25}{7(x+3)} + \frac{61}{7} = \frac{2x+7}{x+3}$$

2.4. Решить квадратные уравнения:

$$1) x^2 - 7x + 12 = 0$$

$$2) 2x^2 - 3x + 1 = 0$$

$$3) 2x^2 - 3x + 4 = 0$$

$$4) x^2 + 7x - 44 = 0$$

$$5) x^2 - 10x + 24 = 0$$

$$6) x^2 + 3x - 28 = 0$$

$$7) -2x^2 + 5x = 0$$

$$8) 4x^2 + 48 = 0$$

$$9) -x^2 + 2x + 3 = 0$$

$$10) \frac{5+2x}{4x-3} = \frac{3(x+1)}{7-x}$$

$$11) \frac{x+3}{x-3} + \frac{x-3}{x+3} = \frac{10}{3} + \frac{36}{x^2-9}$$

$$12) \frac{30}{x^2-1} - \frac{13}{x^2+x+1} - \frac{18x+7}{x^3-1} = 0$$

$$13) x^2 - \frac{5x}{4} + \frac{3}{8} = 0$$

$$14) x^2 + \frac{1}{3} = \frac{7x}{6}$$

$$15) \frac{3}{x} - \frac{4}{1-x} = \frac{5-x}{x^2-1}$$

2.5. Решить системы уравнений:

а) методом подстановки:

$$1) \begin{cases} 2x - 3y = -3 \\ x + 3y = 21 \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} \frac{x+y}{3} = 2y - 5 \\ 3y - \frac{y-x}{5} = 16 \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} x + 2y = 4 \\ x^2 + xy = y - 5 \end{cases}$$

б) методом сложения:

$$4) \begin{cases} y - 2x - 1 = 0 \\ 7x - y = 9 \end{cases}$$

$$5) \begin{cases} 3(x-5) - 1 = 6 - 2x \\ 3(x-y) - 7y + 4 = 0 \end{cases}$$

$$6) \begin{cases} 2x - 3xy + 4y = 0 \\ x + 3xy - 3x = 1 \end{cases}$$

$$7) \begin{cases} x^2 - y^2 = 7 \\ x^2 + y^2 = 25 \end{cases}$$

2.6. Решить линейные неравенства:

$$1) 3(x+1) \leq x+5$$

$$2) \frac{x-1}{3} \geq \frac{2x-3}{5}$$

$$3) \frac{3x}{2} - \frac{3}{5} < 4x + 3$$

$$4) \frac{x-4}{3} + 3x \geq \frac{x}{3} - \frac{x+1}{4}$$

$$5) 2 - \frac{x-4}{3} \leq 2x - \frac{7x-4}{3}$$

2.7. Решить квадратные неравенства:

$$1) x^2 - 4x > 0$$

$$2) 2x^2 - x - 1 \leq 0$$

$$3) x^2 - 4x + 6 \leq 0$$

$$4) x - x^2 - 2 < 0$$

$$5) x^2 + 2 > 3x - \frac{x^2}{8}$$

2.8. Решить неравенства методом интервалов:

$$1) (x-3)^2(x^2-5) \geq 0$$

$$2) (x^2+1)(x^2+x+1)(x+5)^3 > 0$$

$$3) (x-2)^3(x+1)(x-1)^2(x^2+2x+5) < 0$$

$$4) \frac{x^2-x-12}{x-1} > 0$$

$$5) \frac{x^2-4x-12}{x-2} \geq 0$$

$$6) \frac{(2x-3) \cdot (4-x)^3 \cdot x^2}{(x-6) \cdot (x^2+4x+6)} \leq 0$$

2.9. Решить системы неравенств:

$$1) \begin{cases} \frac{3-2x}{15} \leq \frac{x-2}{3} + \frac{x}{5} \\ \frac{1-3x}{12} \geq \frac{5x-1}{3} - \frac{7x}{4} \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} 3x - 4 < 8x + 6 \\ 2x - 1 > 5x - 4 \\ 11x - 9 \leq 15x + 3 \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} x^2 - 144 > 0 \\ x - 3 < 0 \end{cases}$$

$$4) \begin{cases} x^2 + 4x - 5 > 0 \\ x^2 - 2x - 8 < 0 \end{cases}$$

$$5) \begin{cases} x < 0 \\ 21x^2 + 39x - 6 < 0 \end{cases}$$

$$6) \begin{cases} x^2 + x - 6 > 0 \\ x^2 + x + 6 > 0 \end{cases}$$

3. Задания по теме «Функция»

3.1. Найти область определения функции:

$$1) y = \frac{x}{(x^2+8)(x-4)^2}$$

$$2) y = \sqrt{5x - x^2 - 6}$$

$$3) y = \frac{x-138}{\sqrt{x^2+x-6}}$$

3.2. Выяснить, является ли функция чётной или нечётной:

$$1) y = \frac{x}{x^2-4}$$

$$2) y = \frac{x-3}{x+1}$$

$$3) y = \frac{x-x^3}{1+x^2}$$

3.3. Построить графики функций:

а) линейной

$$1) y = 2x + 5$$

$$2) y = -3$$

$$3) x = -2$$

$$4) y = -\frac{1}{3}x - 2$$

б) квадратичной

$$1) y = x^2 - 6x + 8$$

$$2) y = -3x^2 + 4x - 2$$

$$3) y = 2x^2 + 4x - 12$$

в) дробно-линейной

$$1) y = \frac{2x+3}{4x+1}$$

$$2) y = \frac{5+2x}{4-x}$$

$$3) y = 2 + \frac{3}{x-3}$$

г) содержащей модуль

$$1) y = 3|x + 2| - 1$$

$$2) y = |x^2 - 2x - 8|$$

$$3) y = x^2 + 8|x| + 7$$

$$4) y = \frac{1}{|x-2|}$$

$$5) y = \left| \frac{x}{x-1} \right|$$

д) иррациональной

$$1) y = 2\sqrt{1-x}$$

$$2) y = -\sqrt{2x-6} - 1$$

3.4. Найти область определения функции:

$$1) y = \sqrt{6-x} + \sqrt{3x+9}$$

$$2) y = \sqrt{x^2 - 4x + 5}$$

$$3) y = \frac{1}{\sqrt{144-9x^2}}$$

$$4) y = \sqrt{x+30-x^2}$$

4. Задания по теме «Показательные и логарифмические функции, уравнения и неравенства»

4.1. Построить графики функций

1) $y = 3^x$

2) $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$

4.2. Решить показательные уравнения:

1) $3^{6-x} = 3^{3x-2}$

2) $25^x = \frac{1}{5}$

3) $2^x \cdot 3^x = 36^{x^2}$

4) $3^{2x+6} = 2^{x+3}$

5) $0,5^{x+7} \cdot 0,5^{1-2x} = 2$

6) $2^{x+1} + 2^{x-1} + 2^x = 28$

7) $64^x - 8^x - 56 = 0$

8) $4 \cdot 9^x - 13 \cdot 6^x + 9 \cdot 4^x = 0$

9) $6^{2x+4} = 2^{x+8} \cdot 3^{3x}$

10) $3^{x+1} + 3^{x-1} + 3^{x-2} = 5^x + 5^{x-1} + 5^{x-2}$

11) $\sqrt[x]{4} - 2\sqrt[x]{6} + \sqrt[x]{9} = 0$

12) $3^{2x+4} + 45 \cdot 6^x - 9 \cdot 2^{2x+2} = 0$

13) $3 \cdot 4^x - 5 \cdot 6^x + 2 \cdot 9^x = 0$

4.3. Решить системы показательных уравнений:

1)
$$\begin{cases} 3^x \cdot 5^y = 75 \\ 3^y \cdot 5^x = 45 \end{cases}$$

2)
$$\begin{cases} (x+y)^{\frac{1}{x}} = 2 \\ (x+y) \cdot 4^x = 64 \end{cases}$$

3)
$$\begin{cases} x+y = 6 \\ y^{x^2-7x+12} = 1 \end{cases}$$

4)
$$\begin{cases} 5 \cdot 3^{x-1} - 3 \cdot 2^y = -1 \\ 3^{x+1} + 5 \cdot 2^{y-1} = 14 \end{cases}$$

$$5) \begin{cases} 2^x - 2^y = 1 \\ 2^{3x} - 2^{3y} = 7 \end{cases}$$

4.4. Вычислить:

$$1) 81^{\log_9 2 - 0,25 \log_3 2}$$

$$2) 64^{-\left(\log_{\frac{1}{3}} 2\right) \cdot \left(\log_{\frac{1}{4}} 9\right) + 4}$$

$$3) 10^{2 - \lg 2} - 25^{\log_5 7}$$

$$4) 2 \log_7 32 - \log_7 256 - 2 \log_7 14$$

$$5) 9^{3 - \log_3 54} + 7^{-\log_7 2}$$

$$6) 5^{\frac{3 - \lg 5}{\lg 25}}$$

$$7) a^{\frac{\lg \lg a}{\lg a}}$$

$$8) \left(81^{\frac{1}{4} - \frac{1}{2} \log_9 4} + 25^{\log_{125} 8} \right) \cdot 49^{\log_7 2}$$

4.5. Найти x , если

$$1) \log_{\frac{1}{16}} \frac{x}{5} = -0,25$$

$$2) \log_x \frac{1}{243} = -\frac{5}{3}$$

$$3) \log_x 7\sqrt{7} = -\frac{3}{8}$$

4.6. Построить графики функций:

$$1) y = \log_2(-x)$$

$$2) y = \log_{\frac{1}{2}} |x + 1|$$

$$3) y = \log_3(4 - 2x)$$

4.7. Найти область определения функции:

$$1) y = \log_3(4 - 5x)$$

$$2) y = \log_{0,1}(x^2 - 3x - 4)$$

$$3) y = \log_3(x + 6) + \log_5(6 - x)$$

$$4) y = \log_7 \frac{x^2 + 4x}{x^2 - 3x - 4}$$

4.8. Решить логарифмические уравнения:

- 1) $\log_3 x = \log_3 1,5 + \log_3 8$
- 2) $\log_2 x + \frac{4}{\log_x 2} = 5$
- 3) $\log_3 x + 2 \log_x 3 = 3$
- 4) $(\log_5 x)^2 + \log_{0,2} x = 2$
- 5) $3^{(\log_3 x)^2} + x^{\log_3 x} = 162$
- 6) $\log_3 x \cdot \log_9 x \cdot \log_{27} x \cdot \log_{81} x = \frac{2}{3}$
- 7) $\log_{\frac{1}{3}} x \cdot \log_{\frac{1}{3}}(3x - 2) = \log_{\frac{1}{3}}(3x - 2)$
- 8) $\log_2 \frac{x+4}{x} + \log_2 x^2 = 5$
- 9) $5^{\lg x} = 50 - x^{\lg 5}$
- 10) $\log_2(2x + 1) - \log_2 x = \log_4 64$
- 11) $\log_3^2 x - \log_3 x - 2 = 0$

4.9. Решить системы уравнений

- 1)
$$\begin{cases} \log_2(x^2 + 3x - 2) - \log_2 y = 1 \\ 3x - y = 2 \end{cases}$$
- 2)
$$\begin{cases} 3^{\log_3(3y-x+24)} = 27 \\ \log_2(2x - 2y) - \log_2(5 - y^2) = 1 \end{cases}$$
- 3)
$$\begin{cases} 0,5^{x-2} \cdot 4^{y+1} = 16^{0,75} \\ \log_2(2x - y)^2 = 2 \end{cases}$$
- 4)
$$\begin{cases} 2^{\log_2(3x-4)} = 8 \\ \log_9(x^2 - y^2) - \log_9(x + y) = 0,5 \end{cases}$$

4.10. Решить показательные неравенства:

- 1) $4^x \geq 64$
- 2) $25^{-x} > \frac{1}{5}$
- 3) $3^{6-x} > 3^{3x-2}$
- 4) $2^{9x-x^3} < 1$
- 5) $0,4^{x^2-x-20} > 1$

$$6) (x^2 - 8x + 15)^{x-6} < 1$$

$$7) 13 \cdot 2^{2x+3} - 208 \cdot 2^{-2x-3} < 0$$

4.11. Решить логарифмические неравенства:

$$1) \log_5(x - 3) < 2$$

$$2) \log_4(x + 1) + \log_4 x < \log_4 2$$

$$3) \log_{\frac{1}{3}} x + \log_{\frac{1}{3}}(4 - x) > -1$$

$$4) \log_2(x^2 - 6x + 24) < 0$$

$$5) \log_{6,7} \frac{x}{x+3} > 0$$

$$6) \log_{\frac{1}{3}} \log_2 x^2 > 0$$

$$7) 3^{\log_2 \frac{3x-1}{x}} < 1$$

$$8) \log_{0,5} \log_8 \frac{x^2+8x}{x-3} < 0$$

$$9) \log_{0,3}(2x + 5) \geq \log_{0,3}(x + 1)$$

5. Задания по теме «Тригонометрия»

5.1. Выразить в радианах 3030° , 45° , 120° , 160° .

5.2. Найти угол в градусах, если в радианах он равен: $\frac{\pi}{3}$, $\frac{2}{3}\pi$, $\frac{\pi}{9}$.

5.3. Определить знак произведения:

1) $\sin 50^\circ \cdot \cos 60^\circ \cdot \sin 188^\circ \cdot \cos 189^\circ$

2) $\sin 100^\circ \cdot \cos(-100^\circ) \cdot \operatorname{tg}(230^\circ) \cdot \operatorname{ctg}(320^\circ)$

5.4. Найти значения синуса, косинуса, тангенса и котангенса угла α , если угол равен 810° , 540° , 1260° , $(-780)^\circ$, $(-900)^\circ$

5.5. Вычислить:

1) $\sin \frac{\pi}{2} + \sin \frac{3}{2}\pi$

2) $\sin\left(-\frac{\pi}{2}\right) + \cos \frac{\pi}{2}$

3) $\sin 150^\circ \sin 240^\circ - \operatorname{tg}360^\circ \cos 315^\circ - \operatorname{ctg}(-30^\circ)\sin^2 330^\circ + 3\operatorname{tg}^2 30^\circ$

5.6. Вычислить значения остальных тригонометрических функций, если известно

1) $\sin \alpha = -\frac{1}{3}$ ($-\frac{\pi}{2} < \alpha < 0$)

2) $\cos \alpha = 0,6$ ($0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$)

3) $\operatorname{tg} \alpha = 2$ ($\pi < \alpha < \frac{3}{2}\pi$)

5.7. Вычислить $\cos 2\alpha$, если $\cos \alpha = 0,3$

5.8. Вычислить:

1) $2 \sin 15^\circ \cos 15^\circ$

2) $\frac{\sqrt{2}}{2} - \left(\cos \frac{\pi}{8} + \sin \frac{\pi}{8}\right)^2$

5.9. Доказать тождество:

1) $1 + \sin 2x = (\cos x + \sin x)^2$

2) $\frac{\sin \alpha + \sin 2\alpha}{1 + \cos \alpha + \cos 2\alpha} = \operatorname{tg} \alpha$

3) $\frac{1 - \operatorname{tg}^2 \alpha}{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha} = \cos^4 \alpha - \sin^4 \alpha$

5.10. Построить график функции:

1) $y = \sin(2x)$

2) $y = |\cos x|$

3) $y = \operatorname{tg}\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$

4) $y = \operatorname{tg} x \cdot \operatorname{ctg} x$

5.11. Решить простейшие тригонометрические уравнения:

1) $2 \cos 4x = 2$

2) $\cos \frac{x}{2} = 1,5$

3) $\cos 2x = \frac{\sqrt{3}}{2}$

4) $\sin 4x = -1$

5) $2 \sin 3x = -1$

6) $\cos^2 3x = 1$

5.12. Решить тригонометрические уравнения:

1) $4 \sin^2 x + 11 \sin x - 3 = 0$

2) $2 \cos^2 3x - 5 \cos 3x - 3 = 0$

3) $5 \cos^2 x + 6 \sin x - 6 = 0$

4) $5 \operatorname{tg}^2 x + 4 \operatorname{tg} x - 1 = 0$

5) $\operatorname{tg} x + 3 \operatorname{ctg} x = 4$

6) $3 \cos^2 6x + 8 \sin 3x \cos 3x - 4 = 0$

7) $\cos 4x + \cos 2x = 0$

8) $2 \sin x \cos 5x - \cos 5x = 0$

9) $\sin 2x + \sqrt{2} \sin x = 2 \cos x + \sqrt{2}$

6. Повторение

6.1. Решить уравнения:

1) $3^{2x} - 2 \cdot 3^{2x-1} - 2 \cdot 3^{2x-2} = 1$

2) $4^x - 2^{x+1} = 48$

3) $\log_3^2 x + 5 = 2 \log_3 x^3$

4) $\ln \frac{2}{x+1} = \ln(x+2)$

5) $4^{\log_2(x-2)} = 9$

6) $5^{\lg x} = 10 - x^{\lg 5}$

7) $\log_{\frac{1}{x+2}}(2x^2 + 6x - 4) = -2$

8) $9^{(x-2) \cdot \log_9 5} \cdot 5^{x^2+3x} = 125$

9) $((0,25)^{\sin x})^{\cos x} = 2^{-\sqrt{2} \sin x}$

10) $125 \cdot 625^{\sin x} - 30 \cdot 25^{\sin x} + 1 = 0$

11) $6 \cos^2 2x + 5 \sin 2x - 2 = 0$

12) $\cos^2 x - \cos 2x = 0,5$

13) $\sqrt{2} \cos x - 2 \sin x = 0$

14) $(\sqrt{3} - 2 \sin 2x) \cdot (\sqrt{3} + 2 \cos 2x) = 0$

15) $2 \sin^2 x + \cos^2 x = 2,5 \sin 2x$

16) $\frac{2}{\operatorname{tg}^2 x} + \frac{7}{\operatorname{tg} x} + 5 = 0$

6.2. Решить неравенства:

1) $8^{x-3} \leq 0,125^{2x}$

2) $\log_{0,5}(1+2x) > -1$

3) $\log_8(x^2 - 4x + 3) \leq 1$

4) $\lg(x^2 - 5x + 7) > 0$

5) $2^{2x+1} - 21 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{2x+3} + 2 \geq 0$

6) $\log_{0,8} \log_{15}(x^2 - 1) \geq 0$

$$7) \log_{\frac{1}{3}} \left(\frac{2-3x}{x} \right) \geq -1$$

6.3. Решить системы уравнений:

$$1) \begin{cases} \frac{1-3y}{3} - \frac{1-2x}{2} = \frac{5}{6} \\ \frac{x}{2} + \frac{2y}{3} = 4 \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} x + y^2 = 7 \\ x \cdot y^2 = 12 \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} \log_4 x - \log_2 y = 0 \\ x^2 - 5y^2 + 4 = 0 \end{cases}$$

$$4) \begin{cases} 3^x \cdot 2^y = 972 \\ \log_{\sqrt{3}}(x - y) = 2 \end{cases}$$

Список литературы

1. Алимов Ш.А., Колягин Ю.М. и др. Алгебра и начала анализа: Учеб. для 10 – 11 кл. общеобразоват. учреждений – 15-е изд. – М.: Просвещение, 2007. – 384 с.
2. Кочагин В.В., Кочагина М.Н. ЕГЭ2020. Математика: Сборник заданий: 500 заданий с ответами. – Москва: Эксмо, 2019. – 256 с.
3. Крамор В.С. Повторяем и систематизируем школьный курс алгебры и начал анализа. – М.: Просвещение, 1990. – 416 с.

СБОРНИК ЗАДАЧ ПО КУРСУ «МАТЕМАТИКА»

Составитель:

Елена Борисовна Титова

Задачник

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования «Национальный исследовательский Нижегородский
государственный университет им. Н.И. Лобачевского»
603022, Нижний Новгород, пр. Гагарина, 23.