

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**Национальный исследовательский Нижегородский государственный  
университет им. Н.И. Лобачевского**

# **ВЕРОЯТНОСТЬ БИТОВОЙ ОШИБКИ В КАНАЛАХ С РАЗЛИЧНЫМИ СТАТИСТИЧЕСКИМИ СВОЙСТВАМИ**

Практикум

Рекомендовано методической комиссией радиофизического факультета для студентов ННГУ, обучающихся по направлению подготовки 02.03.02 «Фундаментальная информатика и информационные технологии» и специальности 10.05.02 «Информационная безопасность телекоммуникационных систем»

Нижний Новгород  
2022

УДК 621.391(075.8)  
ББК 32.88я73-4  
В 35

ВЕРОЯТНОСТЬ БИТОВОЙ ОШИБКИ В КАНАЛАХ С РАЗЛИЧНЫМИ СТАТИСТИЧЕСКИМИ СВОЙСТВАМИ: практикум. Авторы: А.Г. Флакман, И.М. Аверин, А.В. Елохин, А.О. Кокарев. – Нижний Новгород, ННГУ, 2022. – 17 с.

Рецензент: к.ф.-м.н., доцент **В.А. Яшнов**

Приводится описание лабораторной работы, содержащее краткие теоретические сведения по теории систем связи, практическую часть и контрольные вопросы.

Данный практикум предназначен для студентов 4 курса направления «Фундаментальная информатика и информационные технологии» и студентов 4, 5 курсов специальности «Информационная безопасность телекоммуникационных систем».

Ответственный за выпуск:  
Зам. председателя методической комиссии радиофизического факультета  
ННГУ, д.ф.-м.н., профессор **Е.З. Грибова**

УДК 621.391(075.8)  
ББК 32.88я73-4

© Нижегородский государственный  
университет им. Н.И. Лобачевского, 2022

## 1. ЦЕЛЬ РАБОТЫ

Изучение влияния статистических свойств пространственного канала связи на качество передачи информации. Анализ вероятности битовой ошибки в статистическом канале без замираний сигналов, а также в канале с релейскими и райсовскими замираниями сигналов.

## 2. КРАТКИЕ СВЕДЕНИЯ ИЗ ТЕОРИИ

### 2.1. Гауссов шумовой канал без замираний сигналов

Рассмотрим сигналы двоичной фазовой модуляции, когда имеется два сигнала, каждый из которых переносит один бит данных (1 или 0). Такие сигналы являются действительными и имеют вид

$$d_1(t) = g(t) \cos 2\pi f_c t, \quad d_2(t) = -g(t) \cos 2\pi f_c t, \quad (1.1)$$

где  $g(t)$  – узкополосный импульс, который отличен от нуля на интервале  $0 \leq t \leq T_s$  ( $T_s$  – длительность импульса) и равен нулю в остальной области. Отношение сигнал/шум (ОСШ) на выходе оптимального приемника не зависит от формы импульса  $g(t)$ , а зависит только от его энергии. Поэтому импульс удобно считать прямоугольным и функцию  $g(t)$  исключить из (1.1).

Сигналы  $d_1$  и  $d_2$  передаются с одинаковой вероятностью (равной 0.5) и принимаются на фоне шума приемника с нулевым средним и дисперсией (мощностью)  $\sigma_0^2 = 0.5N_0$ . Учтем, что для сигналов двоичной фазовой модуляции энергия  $E_s$  импульса совпадает с энергией  $E_b$  бита. Тогда выходной сигнал согласованного фильтра можно записать как

$$x = d_{1(2)} + z = \pm \sqrt{E_s} + z. \quad (1.2)$$

Условные плотности вероятности для сигнала  $x$  имеют вид

$$f(x/d_{1(2)}) = \frac{1}{\sqrt{\pi N_0}} \exp\left(-\frac{(x \mp \sqrt{E_b})^2}{N_0}\right). \quad (1.3)$$

Условная вероятность  $f(x/d_{1(2)})$  называется правдоподобием  $d_{1(2)}$  при принятом сигнале  $x$ . Функции  $f(x/d_1)$  и  $f(x/d_2)$  показаны на рис. 1.

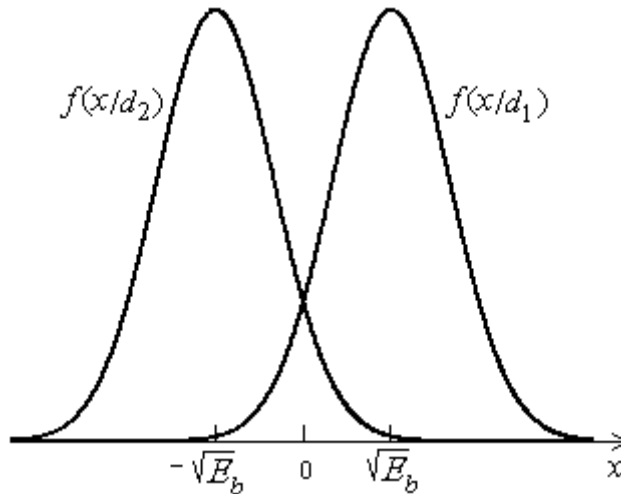


Рис. 1. Условные плотности вероятности

Найдем логарифм отношения  $\Lambda(x)$  правдоподобий. В результате с помощью (1.3) получим, что

$$\ln \Lambda(x) = \ln \frac{f(x/d_1)}{f(x/d_2)} = \frac{2x\sqrt{E_b}}{N_0}. \quad (1.4)$$

Таким образом, правило решения в соответствии с критерием максимума отношения правдоподобий заключается в сравнении выходного сигнала  $x$  оптимального приемника с нулевым порогом. Если  $x > 0$ , то решение принимается в пользу сигнала  $d_1$ , а если  $x < 0$  – в пользу сигнала  $d_2$ .

Найдем среднюю вероятность битовой ошибки (BER), которая определяется отношением среднего числа неправильно принятых бит к общему числу переданных бит. Если передан сигнал  $d_1$ , то вероятность ошибки  $BER_1$  определяется вероятностью того, что  $x < 0$ , то есть

$$BER_1 = \int_{-\infty}^0 f(x/d_1) dx = \frac{1}{\sqrt{\pi N_0}} \int_{-\infty}^0 \exp\left(-\frac{(x - \sqrt{E_b})^2}{N_0}\right) dx = Q(\sqrt{2\rho_0}), \quad (1.5)$$

где  $\rho_0 = E_b/N_0 = E_s/N_0$  – ОСШ,  $Q(x)$  – функция Маркума равная

$$Q(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_x^{\infty} \exp(-0.5t^2) dt. \quad (1.6)$$

Аналогично, если передан сигнал  $d_2$ , то вероятность ошибки  $BER_2$  определяется вероятностью того, что  $x > 0$ , то есть

$$BER_2 = \int_0^{\infty} f(x/d_2) dx = Q(\sqrt{2\rho_0}). \quad (1.7)$$

Поскольку сигналы  $d_1$  и  $d_2$  равновероятны, то средняя вероятность битовой ошибки равна

$$BER = \frac{1}{2}(BER_1 + BER_2) = Q(\sqrt{2\rho_0}). \quad (1.8)$$

В случае больших ОСШ ( $\rho_0 \gg 1$ ) функция

$$Q(x) \approx \frac{1}{x\sqrt{2\pi}} e^{-0.5x^2} \quad (1.9)$$

и (1.8) принимает вид

$$BER \approx \frac{1}{2\sqrt{\pi\rho_0}} e^{-\rho_0}. \quad (1.10)$$

Отсюда следует, что вероятность битовой ошибки уменьшается с ростом ОСШ быстрее экспоненты.

Вместо (1.8) часто используют эквивалентное выражение вида

$$BER = \frac{1}{2} [1 - \Phi(\sqrt{2\rho_0})], \quad (1.11)$$

где  $\Phi(x)$  – интеграл вероятности

$$\Phi(x) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \int_0^x \exp(-0.5t^2) dt. \quad (1.12)$$

Вероятность битовой ошибки в зависимости от ОСШ  $\rho_0 = E_s/N_0$  представлена на рис. 2. Видно, что ОСШ, необходимое для обеспечения заданной вероятности ошибки (например, 0.001), должно быть равно 6.9 дБ. Отметим, что если ОСШ  $\rho_0$  стремится к нулю ( $\rho_0 \rightarrow 0$ ), то вероятность битовой ошибки  $BER \rightarrow 0.5$ . Следовательно, вероятность битовой ошибки никогда не может превышать уровня 0.5 ( $BER \leq 0.5$ ). Этот результат можно пояснить следующим образом. Пусть на выходе демодулятора имеется некоторая последовательность импульсов  $-1$  или  $+1$ , имеющих одинаковую вероятность появления. Предположим, что простейший детектор всегда принимает решение о том, что были переданы импульсы с амплитудой  $+1$ . Очевидно, что половина импульсов будет детектироваться правильно.

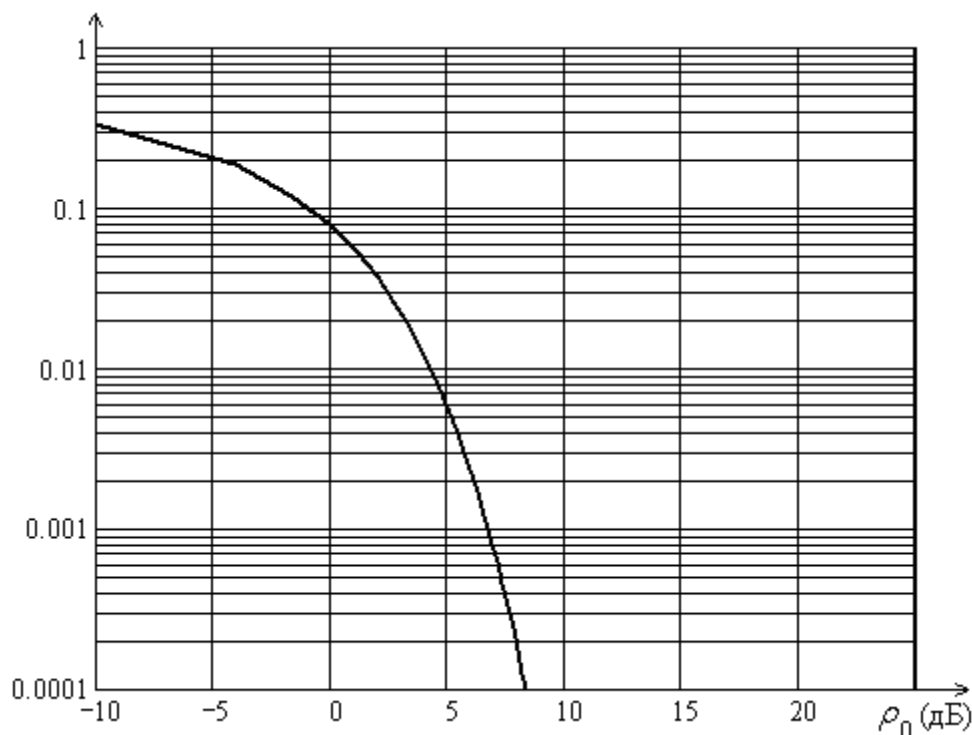


Рис. 2. Вероятность битовой ошибки в зависимости от ОСШ в гауссовом канале

## 2.2. Вероятность битовой ошибки в релейском канале

Если передается символ  $d$  единичной амплитуды, то выражение (1.2) для сигнала на выходе оптимального фильтра принимает вид:

$$x = \sqrt{E_s} h d + z, \quad (2.1)$$

где  $h$  – канальный коэффициент. Без ограничения общности будем предполагать, что дисперсия коэффициента  $h$  равна единице ( $\langle |h|^2 \rangle = 1$ ). Физически это означает, что ослабление сигналов в пространственном канале не учитывается. Очевидно, что в реальной системе наблюдается ослабление сигналов, зависящее от расстояния между передающей и приемной антеннами. Однако, этот фактор можно учесть отдельно.

Из (2.1) получим, что мгновенное ОСШ равно

$$\rho = \rho_0 |h|^2. \quad (2.2)$$

Поясним смысл понятия «мгновенное» в (2.2). Коэффициент передачи  $h$  зависит от времени, например, из-за движения пользователя. Однако время его изменения значительно (на несколько порядков) превышает длительность импульсов. Поэтому достаточно большое число импульсов передается при практически постоянном значении коэффициента  $h$ . Мгновенное ОСШ – это ОСШ, усредненное по собственным шумам приемника при некотором значении  $h$ .

В многолучевом канале амплитуда  $|h|$  коэффициента передачи имеет релеевское распределение, а случайное ОСШ  $\rho$  будет подчиняться экспоненциальной плотности вероятности с параметром  $\rho_0$  вида:

$$f(\rho) = \frac{1}{\rho_0} \exp\left(-\frac{\rho}{\rho_0}\right). \quad (2.3)$$

Найдем среднюю вероятность битовой ошибки ( $BER$ ). Так как ОСШ  $\rho$  является случайной величиной, необходимо выполнить усреднение битовой ошибки, которая возникает из-за шума при некотором ОСШ  $\rho$ . Для этого можно использовать плотность вероятности  $f(\rho)$  в (2.3). Следовательно, чтобы найти битовую ошибку необходимо вычислить интеграл

$$BER = \int_0^{\infty} f(\rho) BER(\rho) d\rho, \quad (2.4)$$

где  $BER(\rho)$  – вероятность битовой ошибки в гауссовом шумовом канале без замираний при некотором ОСШ  $\rho$ .

Вероятность битовой ошибки  $BER(\rho)$  при некотором ОСШ  $\rho$  определяется выражением (1.9). Подставляя (1.11) и (2.3) в (2.4), получим, что

$$BER = \int_0^{\infty} \frac{1}{\rho_0} \exp\left(-\frac{\rho}{\rho_0}\right) \frac{1}{2} [1 - \Phi(\sqrt{2\rho})] d\rho. \quad (2.5)$$

Этот интеграл вычисляется и равен

$$BER = \frac{1}{2} \left( 1 - \sqrt{\frac{\rho_0}{\rho_0 + 1}} \right). \quad (2.6)$$

При больших ОСШ ( $\rho_0 \gg 1$ ) формулу (2.6) можно упростить с помощью приближенного равенства  $(1+x)^{-0.5} \approx 1 - 0.5x$ , где  $x=1/\rho_0$  – малый параметр. Тогда из (2.6) получим, что

$$BER \approx \frac{1}{4\rho_0}. \quad (2.7)$$

Таким образом, при больших ОСШ вероятность битовой ошибки в релеевском канале обратно пропорциональна среднему ОСШ.

Сравним вероятность битовой ошибки для в гауссова шумового и релеевского каналов. Результаты сравнения показаны на рис. 3. Видно, что передача информации с одинаковой ошибкой через релеевский канал требует значительно большего ОСШ, чем передача через гауссов шумовой канал. В логарифмическом масштабе при больших ОСШ кривые для вероятности битовой ошибки переходят в прямые. При этом наклон прямой значительно больше для гауссова

канала, чем для релейского. Чтобы, например, уменьшить вероятность ошибки в  $\approx 10$  раз в условиях релейских замираний сигналов мощность должна быть увеличена также в  $\approx 10$  раз (на  $\approx 10$  дБ). Аналогичное увеличение мощности для гауссова канала составляет всего  $1 \div 2$  дБ.

Оценим требуемое увеличение ОСШ для обеспечения заданной величины вероятности битовой ошибки. Например, для вероятности равной 1%, необходимо увеличить мощность передатчика с 4.3 дБ до 13.8 дБ (то есть примерно в 10 раз), чтобы скомпенсировать потери, обусловленные релейскими замираниями сигнала.

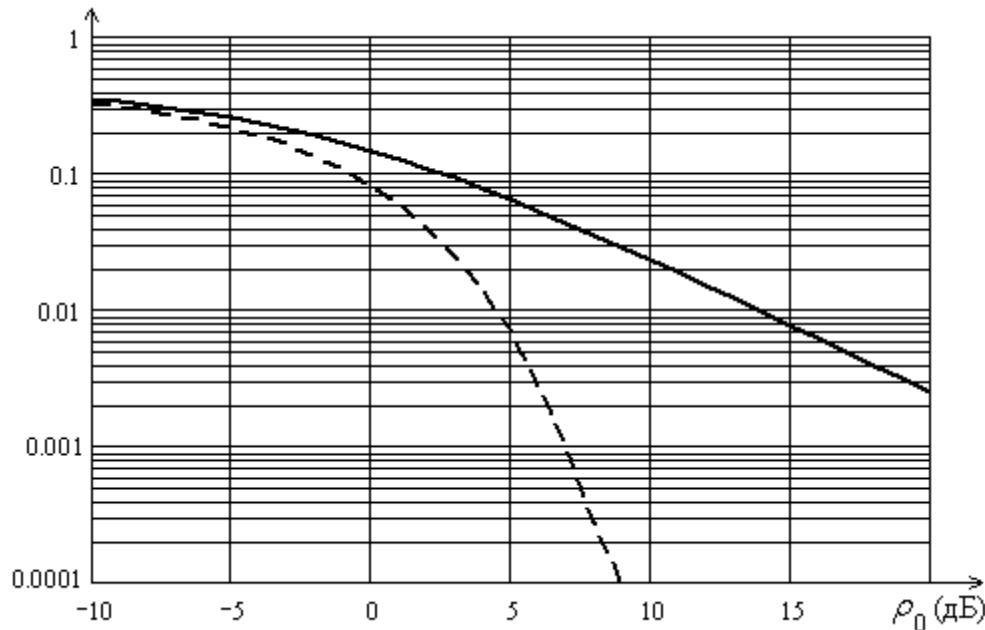


Рис. 3. Вероятность битовой ошибки в зависимости от ОСШ в релейском (сплошная кривая) и в гауссовом каналах (пунктирная кривая)

### 2.3. Вероятность битовой ошибки в райсовском канале

В случае райсовских замираний сигнала коэффициент передачи  $h$  можно представить в виде суммы регулярной (статической)  $h^{(st)}$  и случайной  $h^{(rl)}$  (релейской) компонент, то есть  $h = h^{(st)} + h^{(rl)}$ . Фаза коэффициента  $h^{(rl)}$  равновероятна в пределах  $[0 \div 2\pi]$ , а реальная и мнимая части имеют гауссово распределение с нулевым средним и с суммарной дисперсией равной единице.

Учитывая (2.1), получим, что выходной сигнал оптимального фильтра

$$x = \sqrt{E_s} h^{(st)} d + \sqrt{E_s} h^{(rl)} d + z. \quad (3.1)$$

Первое слагаемое описывает постоянную составляющую принимаемого сигнала, которую можно трактовать как прямой луч. Ее средняя мощность в  $\rho_0^{(st)} = \rho_0 |h^{(st)}|^2$  раз больше мощности собственного шума. Второе слагаемое  $h^{(rl)}$



представляет собой случайную (рассеянную) составляющую с нулевым средним и дисперсией в  $\rho_0^{(RI)} = \rho_0 |h^{(RI)}|^2$  раз больше мощности шума.

В райсовском канале случайное ОСШ  $\rho$  подчиняется плотности вероятности вида

$$f(\rho) = \frac{1}{\rho_0^{(RI)}} \exp\left(-\frac{\rho_0^{(st)} + \rho}{\rho_0^{(RI)}}\right) I_0\left(\frac{\sqrt{\rho \rho_0^{(st)}}}{0,5\rho_0^{(RI)}}\right). \quad (3.2)$$

где  $I_0(x)$  – функция Бесселя нулевого порядка от мнимого аргумента.

Чтобы найти вероятность битовой ошибки в райсовском канале подставим функцию  $f(\rho)$  из (3.2) в (2.4). В результате получим, что

$$BER = \int_0^{\infty} \frac{1}{2} [1 - \Phi(\sqrt{\rho})] \frac{1}{\rho_0^{(RI)}} \exp\left(-\frac{\rho_0^{(st)} + \rho}{\rho_0^{(RI)}}\right) I_0\left(\frac{\sqrt{\rho \rho_0^{(st)}}}{0,5\rho_0^{(RI)}}\right) d\rho. \quad (3.3)$$

Упростим это выражение, учитывая, что интеграл вероятности в (1.12) при  $Re(y^2) > 0$  можно представить в виде

$$\Phi(xy) = 1 - \frac{2x}{\pi} \exp(-x^2 y^2) \int_0^{\infty} \frac{\exp(-t^2 y^2)}{t^2 + x^2} dt. \quad (3.4)$$

Подставляя в (3.4) значения  $x=1$  и  $y = \sqrt{\rho}$ , будем иметь, что

$$\frac{1}{2} [1 - \Phi(\sqrt{\rho})] = \frac{1}{\pi} \exp(-\rho) \int_0^{\infty} \frac{1}{(t^2 + 1)} \exp(-\rho t^2) dt. \quad (3.5)$$

С помощью (3.3) и (3.5) получим для вероятности битовой ошибки

$$BER = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{1}{(t^2 + 1)} \left( \int_0^{\infty} \exp[-\rho(t^2 + 1)] f(\rho) d\rho \right) dt, \quad (3.6)$$

Учитывая (3.2), найдем, что внутренний интеграл в (3.6) равен

$$\int_0^{\infty} \exp[-\rho(t^2 + 1)] f(\rho) d\rho = \frac{1}{1 + \rho_0^{(RI)}(t^2 + 1)} \exp\left[-\frac{\rho_0^{(st)}(t^2 + 1)}{1 + \rho_0^{(RI)}(t^2 + 1)}\right]. \quad (3.7)$$

Теперь с помощью (3.6) и (3.7), будем иметь, что

$$BER = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{1}{(t^2 + 1)} \frac{1}{[1 + \rho_0^{(RI)}(t^2 + 1)]} \exp\left(-\frac{\rho_0^{(st)}(t^2 + 1)}{1 + \rho_0^{(RI)}(t^2 + 1)}\right) dt. \quad (3.8)$$

Часто вместо параметров  $\rho_0^{(st)}$ ,  $\rho_0^{(Rl)}$  удобнее использовать два других параметра: райсовский  $K$ -фактор  $K = \rho_0^{(st)} / \rho_0^{(Rl)}$ , равный отношению мощностей детерминированной и флуктуирующей составляющих мощности сигнала, и общее ОСШ  $\rho_0 = \rho_0^{(st)} + \rho_0^{(Rl)}$ . Нетрудно видеть, что

$$\rho_0^{(st)} = \frac{K}{K+1} \rho_0; \quad \rho_0^{(Rl)} = \frac{1}{K+1} \rho_0. \quad (3.9)$$

Если  $K \rightarrow 0$ , то райсовский канал переходит в релейевский, а при  $K \rightarrow \infty$  – в статический.

Теперь вместо (3.8) будем иметь

$$BER = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{1}{(t^2 + 1)} \exp\left[-\frac{K \rho_0 (t^2 + 1)}{(K + 1) + \rho_0 (t^2 + 1)}\right] \frac{(K + 1)}{(K + 1) + \rho_0 (t^2 + 1)} dt. \quad (3.10)$$

На рис. 4 показана вероятность битовой ошибки в райсовском канале в зависимости от среднего ОСШ  $\rho_0$  для разных значений  $K$ -фактора ( $K = -50; 0; 5; 10$  и  $50$  дБ). Видно, что при одинаковом ОСШ вероятность ошибки уменьшается с увеличением  $K$ , то есть с уменьшением релейевской составляющей канального коэффициента.

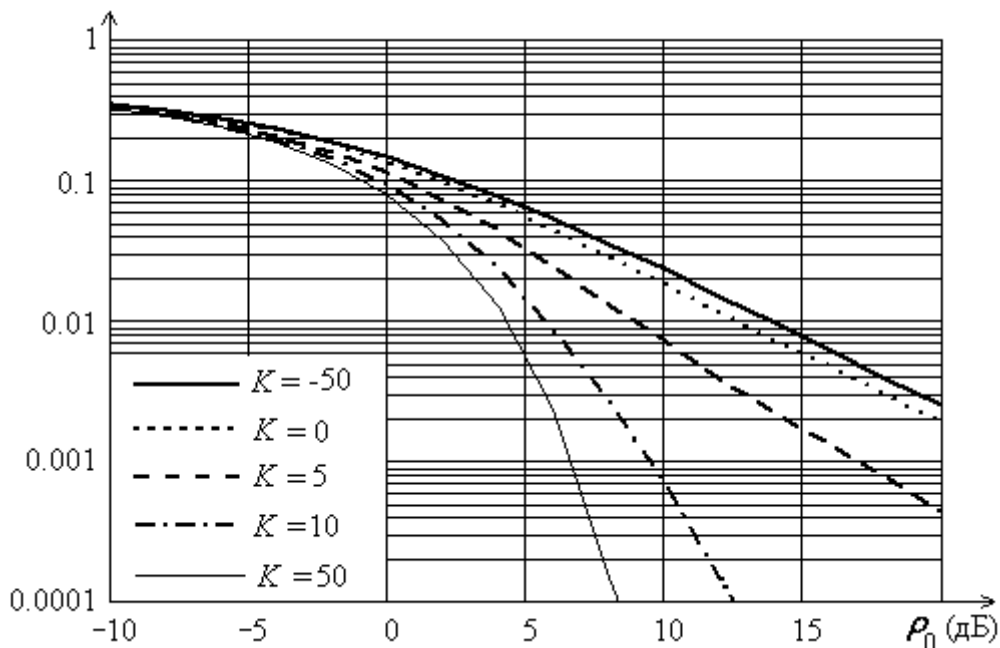


Рис. 4. Вероятность битовой ошибки в райсовском канале в зависимости от ОСШ  $\rho_0$  для  $K = -50, 0, 5, 10$  и  $50$  дБ

### 3. ПРАКТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

Практическая часть работы состоит из 4 заданий (пункты 3.1 – 3.4), выполняемых с помощью пакета GNU Octave (также, допускается выполнение на языке программирования Python или с использованием пакета MATLAB). Способы формирования выборок гауссова шума, релеевского и райсовского канальных коэффициентов передачи приведены в п. 3.5. В пункте 3.6 для сведения приведен список операторов GNU Octave, рекомендуемых для использования в работе.

#### 3.1. Анализ функции правдоподобия передаваемых сигналов

Сформировать 100000 выборок комплексного шума с нулевым средним и единичной мощностью. К каждой выборке шума добавить сигнал, принимающий значения  $\sqrt{E_s}$  или  $-\sqrt{E_s}$  с одинаковой вероятностью равной 0.5 ( $E_s$  – энергия символа). Построить плотность вероятности для принятой смеси (функции правдоподобия передаваемых символов). Показать, что эти функции близки к гауссовой плотности вероятности со средним значением  $\sqrt{E_s}$  и  $-\sqrt{E_s}$  и с единичной дисперсией. Построить функции правдоподобия для  $E_s=1, 5$  и 10 дБ.

#### 3.2. Анализ вероятности битовой ошибки в статическом канале

Задание выполнять в следующей последовательности:

1. сформировать последовательность бит, состоящую из 1 или 0, выпадающих с одинаковой вероятностью 0.5. Длину последовательности выбрать равной 100000;
2. отобразить передаваемые биты символами  $d_1$  или  $d_2$ , используя двоичную фазовую модуляцию;
3. задать энергию символа (численно равную ОСШ) в дБ шкале;
4. сформировать  $n$ -ую выборку комплексного гауссова шума  $z(n)$  приемного устройства с нулевым средним и единичной мощностью (см. п. 3.5);
5. сформировать выходные сигналы согласованного фильтра, добавляя шум к каждому принятому сигналу;
6. оценить переданные сигналы, вычисляя реальные части выходных сигналов и сравнивая их с нулем;
7. найти вероятность битовой ошибки для заданного значения ОСШ, которая равна отношению числа неправильно демодулированных бит к общему числу переданных бит;
8. задать следующее значение ОСШ и вычислить вероятность битовой ошибки. Диапазон изменений ОСШ выбрать так, чтобы вероятность битовой ошибки уменьшалась до уровня 0.001 в диапазоне от -10 до 10 дБ. Шаг изменения ОСШ – 1 дБ;
9. построить график вероятности битовой ошибки в зависимости от ОСШ и

сравнить полученный график с теоретическим.

### 3.3. Анализ вероятности битовой ошибки в релейском канале

Задание выполнять в следующей последовательности:

1. сформировать последовательность бит, состоящую из 1 или 0, выпадающих с одинаковой вероятностью 0.5. Длину последовательности выбрать равной 100000;
2. отобразить передаваемые биты символами  $d_1$  или  $d_2$ , используя двоичную фазовую модуляцию;
3. задать энергию символа (численно равную ОСШ) в дБ шкале;
4. сформировать  $n$ -ую выборку комплексного релейского коэффициента передачи  $h(n)$  с нулевым средним и единичной мощностью (см. п. 3.5);
5. сформировать  $n$ -ую выборку комплексного гауссова шума  $z(n)$  приемного устройства с нулевым средним и единичной мощностью (см. п. 3.5);
6. сформировать выходные сигналы согласованного фильтра, умножая передаваемые сигналы на коэффициенты передачи и добавляя шум к каждому принятому сигналу;
7. оценить переданные сигналы, вычисляя реальные части выходных сигналов и сравнивая их с нулем;
8. найти вероятность битовой ошибки для заданного значения ОСШ, которая равна отношению числа неправильно демодулированных бит к общему числу переданных бит;
9. задать следующее значение ОСШ и вычислить вероятность битовой ошибки. Диапазон изменений ОСШ выбрать так, чтобы вероятность битовой ошибки уменьшалась до уровня 0.001 в диапазоне от -10 до 10 дБ. Шаг изменения ОСШ – 1 дБ;
10. построить график вероятности битовой ошибки в зависимости от ОСШ и сравнить полученный график с теоретическим, а также с графиком для вероятности битовой ошибки в канале без замираний сигналов.

### 3.4. Анализ вероятности битовой ошибки в райсовском канале

Задание выполнять в последовательности аналогичной п. 3.3 за исключением п. 4:

4. Сформировать выборку райсовского коэффициента передачи с выбранными значениями  $K$ -фактора (см. п. 3.5). Задать  $K$ -фактор равный 0, 5 и 10 дБ.

Кроме этого, сравнить полученный график с теоретическим, а также с графиком для вероятности битовой ошибки в гауссовом шумовом и релейском каналах.

### 3.5. Формирование канальных коэффициентов в MATLAB

*Формирование комплексного гауссова шума.*

Сформируем  $n$ -ую выборку  $z(n) = z'(n) + jz''(n)$  комплексного гауссова шума приемного устройства с нулевым средним и единичной мощностью. Реальная  $z'(n)$  и мнимая  $z''(n)$  части комплексного числа  $z(n)$  являются гауссовыми случайными числами с нулевым средним ( $\langle z'(n) \rangle = \langle z''(n) \rangle = 0$ ) и дисперсией равной 0.5, то есть  $\langle [z'(n)]^2 \rangle = \langle [z''(n)]^2 \rangle = 0.5$ .

*Формирование комплексного релеевского коэффициента передачи канала.*

Сформируем  $n$ -ую выборку  $h(n) = h'(n) + jh''(n)$  комплексного релеевского коэффициента передачи с нулевым средним и единичной мощностью. Реальная  $h'(n)$  и мнимая  $h''(n)$  части являются гауссовыми случайными числами с нулевым средним ( $\langle h'(n) \rangle = \langle h''(n) \rangle = 0$ ) и дисперсией равной 0.5, то есть  $\langle [h'(n)]^2 \rangle = \langle [h''(n)]^2 \rangle = 0.5$ .

*Формирование комплексного райсовского коэффициента передачи канала.*

Сформируем  $n$ -ую выборку  $h = h^{(st)} + h^{(Rl)}$  комплексного райсовского коэффициента передачи, являющегося суммой регулярной (статической)  $h^{(st)}$  и случайной  $h^{(Rl)}$  (релеевской) компоненты. Сформируем коэффициент передачи с единичной мощностью. Для этого задаем значение  $K$ -фактора. Тогда  $h^{(st)} = \sqrt{K/(K+1)}$ , а дисперсия релеевской компоненты  $\sigma_{h^{(Rl)}}^2 = 1/(K+1)$ .

### 3.6. Список возможных операторов и функций

1i	комплексная единица
X'	операция эрмитого сопряжения
X.'	операция транспонирования
X.*Y	поэлементное умножение
X./Y	поэлементное деление
conj(z)	комплексно-сопряженное число
real(z)	реальная часть комплексного числа
imag(z)	мнимая часть комплексного числа
abs(z)	модуль комплексного числа
conv(X, Y)	свертка векторов X и Y
sum(X)	сумма элементов вектора x
rand	матрица с равномерным вероятностным распределением
randn	матрица с нормальным вероятностным распределением
plot(X, Y)	простой двумерный график
semilogy(X, Y)	график в логарифмическом масштабе по оси Y
size(X)	размерность матрицы
normpdf(X)	плотность вероятности для нормального распределения
erf(z)	функция ошибок

#### 4. КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Что такое функция правдоподобия?
2. Каков физический смысл мгновенного ОСШ в выражении (2.2)?
3. Почему гауссов шумовой канал часто называют “статическим”?
4. Почему при одинаковой мощности вероятность битовой ошибки для релейского канала получается значительно большей, чем для гауссова канала?
5. Чем отличается райсовский канал связи от релейского?
6. При каких условиях райсовский канал переходит в релейский или в гауссов шумовой канал?
7. Почему вероятность битовой ошибки для райсовского канала при одинаковом ОСШ меньше, чем для релейского канала, но больше, чем для статического канала?

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Прокис Д. Цифровая связь. Пер. с англ. – М: Радио и связь, 2000. 800с.
2. Скляр Б. Цифровая связь. Теоретические основы и практическое применение. Пер. с англ. М.; Вильямс, 2003. 1104 с.
3. Ермолаев В.Т., Флакман А.Г. Теоретические основы обработки сигналов в беспроводных системах связи. Монография. – Нижний Новгород: ННГУ, 2011. – 368 с.
4. Ермолаев В.Т., Мальцев А.А., Флакман А.Г., Болховская О.В., Клюев А.В. Мобильная связь: вопросы теории и типовые задачи: Учебное пособие. – Нижний Новгород: Изд-во Нижегородского госуниверситета, 2014. – 234 с.

## **ТЕХНИКА БЕЗОПАСНОСТИ ПРИ РАБОТЕ НА ПЭВМ**

Во время работы должны выполняться следующие правила техники безопасности:

1. Обязательное использование защитного экрана монитора.
2. Режим труда и отдыха операторов, непосредственно работающих с видеодисплейным устройством, должен зависеть от характера выполняемой работы: при вводе данных, редактировании программ, чтении информации с экрана непрерывная продолжительность не должна превышать 4 часов при 8 часовом рабочем дне. Через каждый час необходимо вводить перерыв на 5-10 минут, а через 2 часа – 15 минут.
3. Соблюдение осторожности при подключении ПЭВМ к сети 220 в.

## СОДЕРЖАНИЕ

1. Цель работы .....	3
2. Краткие сведения из теории .....	3
2.1. Гауссов шумовой канал без замираний сигналов .....	3
2.2. Вероятность битовой ошибки в релейском канале .....	6
2.3. Вероятность битовой ошибки в райсовском канале .....	8
3. Практическая часть .....	11
3.1. Анализ функции правдоподобия передаваемых сигналов .....	11
3.2. Анализ вероятности битовой ошибки в статическом канале .....	11
3.3. Анализ вероятности битовой ошибки в релейском канале .....	12
3.4. Анализ вероятности битовой ошибки в райсовском канале .....	12
3.5. Формирование канальных коэффициентов в MATLAB .....	13
3.6. Список возможных операторов и функций .....	13
4. Контрольные вопросы .....	14
Список Литературы .....	14
Техника безопасности при работе на ПЭВМ .....	15



**ВЕРОЯТНОСТЬ БИТОВОЙ ОШИБКИ В КАНАЛАХ С РАЗЛИЧНЫМИ  
СТАТИСТИЧЕСКИМИ СВОЙСТВАМИ**

Авторы:

**Александр Григорьевич Флакман**

**Илья Михайлович Аверин**

**Антон Вадимович Елохин**

**Александр Олегович Кокарев**

*Практикум*

Компьютерный набор – *А.Г. Флакман*

Федеральное государственное автономное образовательное

учреждение высшего образования

«Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет

им. Н.И. Лобачевского».

603950, Нижний Новгород, пр. Гагарина, 23.