

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**Национальный исследовательский Нижегородский государственный  
университет им. Н.И. Лобачевского**

# **СИСТЕМЫ СВЯЗИ С ОРТОГОНАЛЬНЫМ ЧАСТОТНЫМ МУЛЬТИПЛЕКСИРОВАНИЕМ**

Практикум

Рекомендовано методической комиссией радиофизического факультета для студентов ННГУ, обучающихся по направлению подготовки 02.03.02 «Фундаментальная информатика и информационные технологии» и специальности 10.05.02 «Информационная безопасность телекоммуникационных систем»

Нижегород  
2022

УДК 621.396.2(075.8)  
ББК 32.88я73-4  
С 40

СИСТЕМЫ СВЯЗИ С ОРТОГОНАЛЬНЫМ ЧАСТОТНЫМ МУЛЬТИПЛЕКСИРОВАНИЕМ (OFDM-СИСТЕМЫ): практикум. Авторы: А.Г. Флакман, И.М. Аверин, А.В. Елохин, А.О. Кокарев. – Нижний Новгород, ННГУ, 2022. – 18 с.

Рецензент: к.ф.-м.н., доцент **В.А. Яшнов**

Приводится описание лабораторной работы, содержащее краткие теоретические сведения по теории систем связи с ортогональным частотным мультиплексированием, практическую часть и контрольные вопросы.

Данный практикум предназначен для студентов 4 курса направления «Фундаментальная информатика и информационные технологии» и студентов 4, 5 курсов специальности «Информационная безопасность телекоммуникационных систем».

Ответственный за выпуск:

Зам. председателя методической комиссии радиофизического факультета  
ННГУ, д.ф.-м.н., профессор **Е.З. Грибова**

УДК 621.396.2(075.8)  
ББК 32.88я73-4

© Нижегородский государственный  
университет им. Н.И. Лобачевского, 2022

## 1. ЦЕЛЬ РАБОТЫ

Целью данной работы является изучение принципов формирования, передачи и приема сигналов в системах мобильной связи с ортогональным частотным мультиплексированием (Orthogonal Frequency Division Multiplexing (OFDM)), а также анализ основных характеристик таких систем.

## 2. КРАТКИЕ СВЕДЕНИЯ ИЗ ТЕОРИИ

В настоящее время технология ортогонального частотного мультиплексирования сигналов (OFDM-технология) широко применяется в современных системах беспроводного Интернета. Здесь можно отметить семейство стандартов IEEE 802.11, используемых с 1997 года, и стандарт WiMAX и наиболее популярный в настоящее время LTE (Long Term Evolution) стандарт. Высокая скорость передачи информации в OFDM-системах достигается с помощью параллельной передачи информации по большому числу ортогональных частотных подканалов (поднесущих).

### 2.1. Формирование и передача OFDM-сигнала

Рассмотрим  $M$  узкополосных ортогональных синусоидальных сигналов единичной энергии, которые различаются по частоте и на интервале времени ( $0 \leq t \leq T_s$ ) могут быть представлены в виде [1-4]

$$s_m(t) = \operatorname{Re} [s_{0m}(t) \exp(j2\pi f_c t)] = \sqrt{\frac{2}{T_s}} \cos[2\pi f_c t + 2\pi m \Delta f t], \quad (2.1)$$

где  $m=1,2,\dots,M$ .

Для эквивалентного низкочастотного сигнала имеем, что

$$s_{0m}(t) = \sqrt{\frac{2}{T_s}} \exp[j2\pi m \Delta f t]. \quad (2.2)$$

Сигналы  $s_{0m}(t)$  имеют единичную энергию и коэффициент взаимной корреляции равный

$$\rho_{km} = \frac{1}{T_s} \int_0^{T_s} s_{0k}^*(t) s_{0m}(t) dt, \quad (2.3)$$

где  $(\cdot)^*$  – комплексное сопряжение.

Подставляя (2.2) в (2.3) и выполняя интегрирование, получим

$$\rho_{km} = \frac{\sin \pi T_s (m-k) \Delta f}{\pi T_s (m-k) \Delta f} e^{j\pi T_s (m-k) \Delta f}. \quad (2.4)$$

Модуль коэффициента корреляции  $\rho_{km}$  равен нулю ( $|\rho_{km}|=0$ ), если расстояние  $\Delta f$  между соседними поднесущими обратно пропорционально длительности сигнала ( $\Delta f = 1/T_s$ ). Обычно вместо некоррелированности сигналов говорят об их ортогональности.

На рис. 1 приведены синусоиды длительностью  $T_s$  с ортогональными поднесущими (сверху), а также их спектры (снизу). Видно, что на длительности  $T_s$  импульса укладывается кратное число периодов ортогональных синусоид, а в точке максимума спектра любой из них спектры других поднесущих принимают нулевое значение.

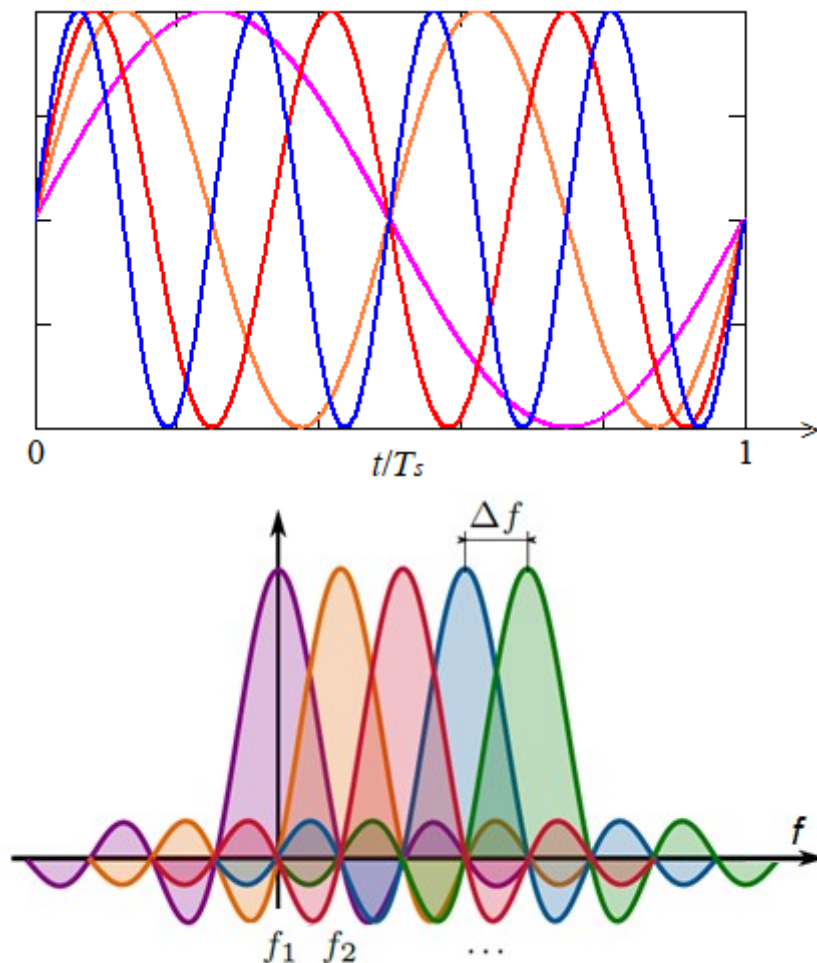


Рис. 1. Спектры (сверху) и синусоиды с ортогональными частотами (снизу)

При использовании OFDM-модуляции излучаемый сигнал формируется с использованием быстрого преобразования Фурье (БПФ). Пусть  $d_k$  – информационный символ, который будет передаваться на  $k$ -ой частоте (поднесущей). Следовательно, комплексная амплитуда этой поднесущей равна  $d_k$ . Далее выполняется ортогональное мультиплексирование с помощью обратного БПФ. В результате формируется низкочастотный сигнал единичной энергии вида [1-4]

$$s(n) = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{k=1}^{N_F} d_k \exp(-j2\pi f_k n \Delta t), \quad (2.5)$$

где  $n$  – дискретное время,  $\Delta t$  – интервал дискретизации,  $N$  – число точек БПФ,  $P_0$  – средняя мощность передатчика.

Обозначим частоту  $k$ -ой поднесущей через  $f_k = k\Delta f$  и учтем, что расстояние между смежными ортогональными поднесущими  $\Delta f = 1/T_s$ , а отношение  $T_s/\Delta t = N$ . Тогда (2.5) принимает вид

$$s(n) = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{k=1}^N d_k \exp\left(-\frac{j2\pi kn}{N}\right). \quad (2.6)$$

Затем OFDM-символ  $s(n)$  переносится на высокую частоту и излучается из антенны в пространственный канал. Таким образом, одновременно передается смесь информационных символов  $d_k$ , число которых равно размерности  $N$  БПФ. Отметим, что сигнал  $s(n)$  представляет собой сумму синусоид со случайными амплитудами и фазами и, в соответствии с центральной предельной теоремой является шумоподобным сигналом.

## 2.2. Прием OFDM-сигнала

В OFDM-системе одновременно передается смесь информационных символов  $d_k$ , число которых равно размерности БПФ. Поэтому на приемной стороне необходимо разделить эти символы. Как мы увидим ниже, это возможно сделать за счет ортогональности поднесущих.

Принятый низкочастотный сигнал определяется дискретной сверткой импульсной характеристики (ИХ)  $h(l)$  пространственного канала и переданного сигнала (2.6), которая имеет вид [1,2]

$$x(n) = \sum_{l=0}^{n-1} h(l)s(n-l) + z(n), \quad (2.7)$$

где  $z(n)$  – выборки гауссова собственного шума приемника с нулевым средним и дисперсией  $\sigma_0^2$ , коэффициенты  $h(l)$  представляют собой коэффициенты передачи прямого ( $l=0$ ) и задержанных сигналов.

Приемник выполняет прямое БПФ вида

$$g_m = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{n=1}^N x(n) \exp\left(\frac{j2\pi kn}{N}\right). \quad (2.8)$$

Рассмотрим отдельно сигнальную  $g_m^{(1)}$  и шумовую  $g_m^{(2)}$  составляющие принятой смеси  $g_m$ . Перейдем из временной области в частотную. Тогда пространственный канал удобно характеризовать дискретной передаточной функцией  $H_m$  коэффициентов передачи канала на  $m$ -ой поднесущей ( $m=1,2,\dots,N$ ). Эта функция представляет собой Фурье преобразование от ИХ канала [1-4]:

$$H_m = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{l=1}^N h(l) \exp\left(\frac{j2\pi ml}{N}\right). \quad (2.9)$$

В результате будем иметь, что

$$g_m^{(1)} = \sqrt{NP_0} H_m d_m, \quad (2.10)$$

где  $P_0$  – средняя принимаемая мощность.

Шумовая составляющая принятого сигнала будет равна

$$g_m^{(2)} = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N z(n) \exp\left(\frac{j2\pi mn}{N}\right). \quad (2.11)$$

Величина  $g_m^{(2)}$  подчиняется гауссову распределению с нулевым средним и дисперсией равной

$$\langle |g_m^{(1)}|^2 \rangle = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \sum_{q=1}^N \langle z(n) z^*(q) \rangle \exp\left(\frac{j2\pi m(n-q)}{N}\right) \quad (2.12)$$

где  $\langle \cdot \rangle$  – статистическое среднее.

Учтем некоррелированность шумов приемника в разных выборках входного процесса, при которой  $\langle z(n) z^*(q) \rangle = \sigma_0^2 \delta_{km}$ , где  $\delta_{km}$  – символ Кронекера. Тогда из (2.12) получим, что [3,4]

$$\langle |g_m^{(2)}|^2 \rangle = \sigma_0^2. \quad (2.13)$$

Подставляя (2.10) и (2.13) в (2.8) получим, что выходной сигнал приемника будет равен

$$g_m = \sqrt{NP_0} H_m d_m + g_m^{(2)}. \quad (2.14)$$

Из (2.14) видно, что приемник обеспечивает разделение информационных символов.

Для ОСШ на  $m$ -ой поднесущей после БПФ будем иметь

$$\gamma_m = NP_0 \frac{\langle |H_m|^2 \rangle |d_m|^2}{\sigma_0^2}. \quad (2.15)$$

С помощью (2.9) найдем, что

$$\langle |H_m|^2 \rangle = \frac{1}{N} \sum_{l=0}^N \sum_{q=1}^N \langle h(l) h^*(q) \rangle \exp\left(\frac{j2\pi m(l-q)}{N}\right). \quad (2.16)$$

Учтем статистическую независимость коэффициентов передачи для различных лучей ( $\langle h(l) h^*(q) \rangle = P(l) \delta_{lq}$ ) и выберем нормировку мощности задержанных сигналов в виде:  $P(1) + P(2) + \dots = 1$ . При этом средняя принимаемая мощность будет равна мощности передатчика, то есть потери в канале связи из-

за расстояния не учитываются, что можно сделать отдельно. Тогда получим, что  $\langle |H_m|^2 \rangle = 1/N$ . Таким образом, ОСШ на  $m$ -ой поднесущей будет равно

$$\gamma_m = \rho_0 |d_m|^2, \quad (2.17)$$

где  $\rho_0 = P_0/\sigma_0^2$ .

При использовании сигналов с одинаковой мощностью (например, сигналы фазовой модуляции) величина  $|d_m|^2$  является одинаковой для всех  $m$ , а для сигналов с разной мощностью (например, сигналы квадратурной амплитудной модуляции) величина  $|d_m|^2$  зависит от  $m$ .

Отметим, что при использовании оптимального фильтра ОСШ будет определяться через энергию ( $E_s$ ) сигнала и спектральную плотность ( $N_0$ ) мощности шума ( $E_s/N_0$  вместо  $\rho_0 = P_0/\sigma_0^2$ ).

### 2.3. Структурная схема OFDM-системы связи

Структурная схема OFDM-системы связи представлена на рис. 2.

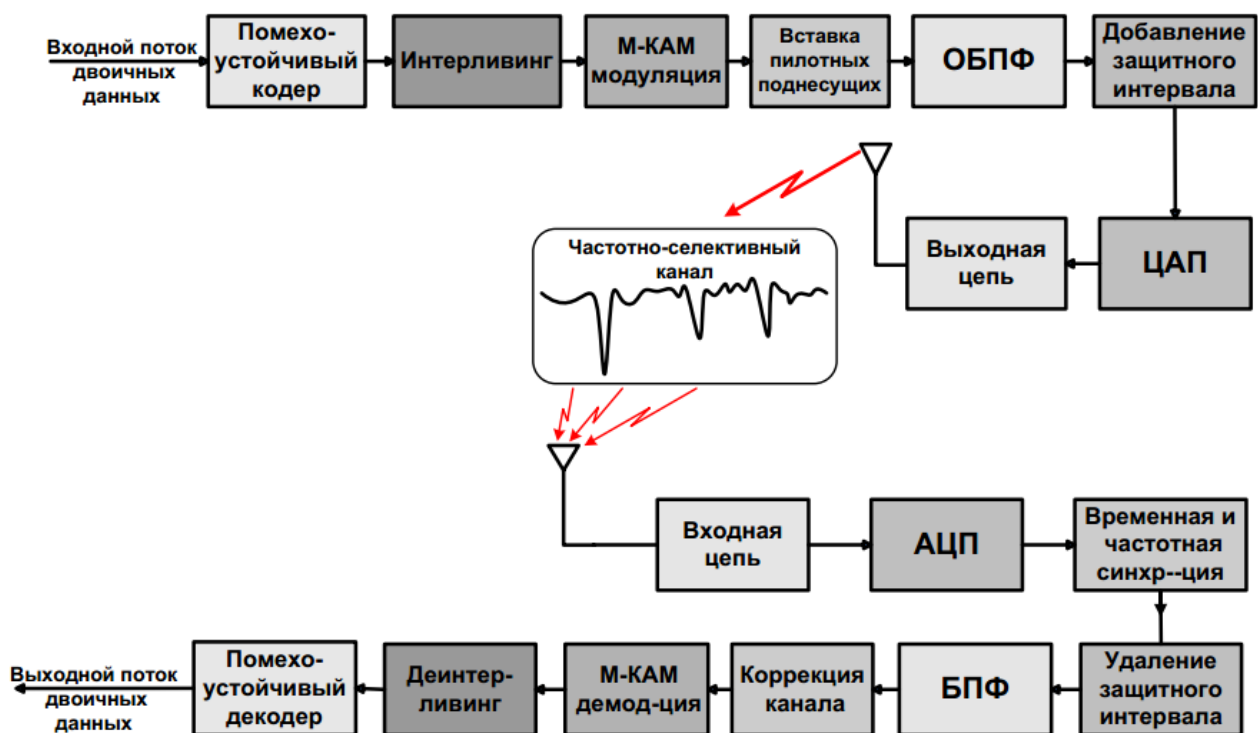


Рис. 2. Структурная схема OFDM-системы: БПФ – быстрое преобразование Фурье, ОБПФ – обратное БПФ, ЦАП – цифро-аналоговый преобразователь, АЦП – аналогово-цифровой преобразователь, КАМ – квадратурная амплитудная модуляция

OFDM-системы используют достаточно большое количество поднесущих. Их ортогональность делает возможной демодуляцию модулированных колебаний даже в условиях частичного перекрытия полос отдельных поднесущих.

Однако многолучевое распространение сигнала может приводить к ослаблению и даже полному подавлению некоторых поднесущих. Решению этой проблемы помогает помехоустойчивое кодирование и перемешивание (интерливинг) данных.

Так как в OFDM-системе количество поднесущих велико, то поток данных, переносимых каждой поднесущей, характеризуется сравнительно небольшой скоростью. Однако межсимвольные искажения могут проявляться и при достаточно малой частоте следования импульсов (символов). Для того чтобы избежать межсимвольных искажений, перед каждым символом вводится защитный интервал длительностью, превышающей максимальную задержку сигналов в канале связи.

Защитный интервал – это не просто пауза между символами. В этом интервале передается фрагмент полезного сигнала из конечной части символа, что гарантирует сохранение ортогональности поднесущих в принятом сигнале в условиях многолучевого канала с задержками сигналов. Поэтому защитный интервал часто называют циклическим префиксом. Для пояснения этого рассмотрим рис. 3, на котором показан период некоторой синусоиды частоты  $f_1$ , незадержанной и задержанной на время  $T_d$  в канале связи. Если выполнить БПФ по области времени  $T_s$ , показанной на рис. 3, то незадержанная синусоида даст спектр, соответствующий спектру, показанному на рис. 1. А спектр части периода задержанной синусоиды будет другим, что приведет к нарушению ортогональности поднесущих. При добавлении циклического префикса спектры задержанной и не задержанной синусоид станут одинаковыми.

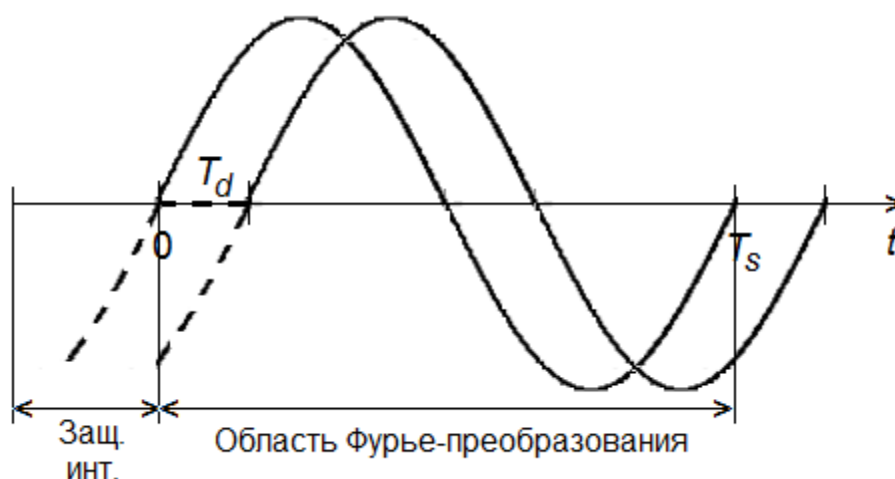


Рис. 3

Общее число поднесущих в OFDM-системе выбирается равным  $2^p$ , где  $p$  – целое число. Однако для передачи информации используются не все поднесущие. Часть из них (пилотные поднесущие) передает служебную информацию, необходимую для синхронизации и оценки канала. Крайние поднесущие не используются для передачи, что необходимо для обеспечения защитного интервала на краях полосы частот. Например, в OFDM-системе стандарта IEEE



802.11a [5] имеется 64 поднесущих, из на 48 передается информация, 4 применяются для синхронизации и оценки канала, а 12 крайних поднесущих создают защитный интервал. Качественный вид частотной структуры OFDM-системы связи показан на рис. 4.

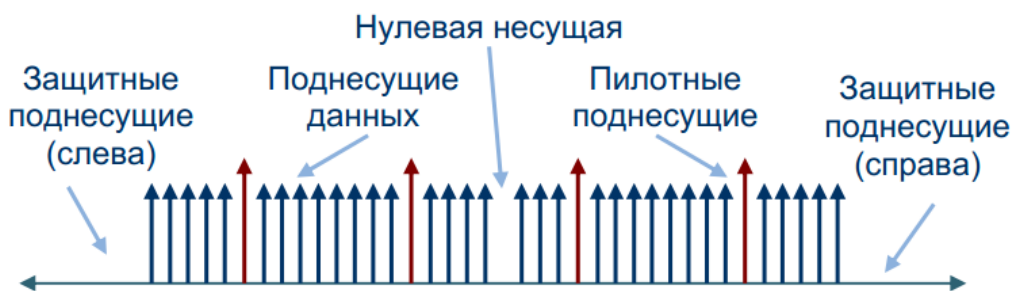


Рис. 4. Частотная структура OFDM-системы связи

Часто блок коррекции канала называют эквалайзером. В соответствии с (2.14) амплитуды сигналы на выходе БПФ зависят от коэффициентов передачи на соответствующих поднесущих. Это означает, что спектр переданного сигнала  $s(n)$  вида (2.6) искажается в частотно-селективном пространственном канале, так как он представляет собой совокупность данных  $d_m$ , а спектр принятого сигнала пропорционален величине  $H_m d_m$ . Задача эквалайзера – восстановить спектр переданного сигнала.

Рассмотрим два вида эквалайзеров.

1. Линейный эквалайзер. Обозначим через  $f_m$  – коэффициент передачи эквалайзера на  $m$ -ой частоте. Исходя из (2.14) получим, что  $f_m = 1/\sqrt{N}H_m$ . Тогда выходной сигнал на этой частоте будет равен

$$\hat{a}_m = a_m + \frac{g_m^{(2)}}{\sqrt{N}H_m}. \quad (2.18)$$

Такой эквалайзер имеет следующий недостаток. Если на некоторых частотах коэффициент передачи канала неограниченно уменьшается, то дисперсия шумовой составляющей на этой частоте будет неограниченно увеличиваться.

2. Эквалайзер по минимуму среднеквадратической ошибки (СКО). Составим функционал СКО между входным и выходным сигналами эквалайзера  $J = \langle |\hat{a}_m - a_m|^2 \rangle = \langle |f_m g_m - d_m|^2 \rangle$  и найдем его минимум по переменной  $f_m$ . Переменные  $(f_m, f_m^*)$  являются взаимно независимыми. Поэтому для производной  $dJ/df_m^*$  будем иметь

$$\frac{dJ}{df_m^*} = \frac{d}{df_m^*} \langle (f_m^* g_m^* - d_m^*)(f_m g_m - d_m) \rangle = \langle g_m^* (f_m g_m - d_m) \rangle = 0. \quad (2.19)$$

Отсюда следует, что сигнал ошибки  $(f_m g_m - d_m)$  эквалайзера ортогонален входному сигналу  $g_m$  эквалайзера.

Из (2.19) найдем, что коэффициент передачи эквалайзера на  $m$ -ой частоте равен  $f_m = \langle g_m^* d_m \rangle / \langle |g_m|^2 \rangle$ . Подставляя сюда (2.14) и выполняя статистическое усреднение, получим

$$f_m = \frac{\langle (\sqrt{N}H_m d_m + g_m^{(2)})^* d_m \rangle}{\langle |\sqrt{N}H_m d_m + g_m^{(2)}|^2 \rangle} = \frac{\sqrt{N}H_m^* |d_m|^2}{N|H_m|^2 |d_m|^2 + \sigma_0^2}. \quad (2.20)$$

Таким образом, если коэффициент передачи канала на  $m$ -ой частоте достаточно большой, такой что справедливо условие  $N|H_m|^2 |d_m|^2 \gg \sigma_0^2$ , то эквалайзер по минимуму СКО совпадает с простейшим эквалайзером. В противоположном случае малого коэффициента передачи, когда  $N|H_m|^2 |d_m|^2 \ll \sigma_0^2$ , коэффициент передачи эквалайзера становится равным  $f_m \approx \sqrt{N}H_m^* |d_m|^2 / \sigma_0^2$ . Следовательно, дисперсия шумовой составляющей на этой частоте не может неограниченно увеличиваться.

OFDM-системы нашли широкое применение в связи с тем, что они наилучшим образом справляются с межсимвольными искажениями и неравномерностью частотной характеристики (частотной селективностью) многоканального канала связи. Это можно объяснить двумя способами.

1. Ширина спектра каждой поднесущей значительно меньше (на несколько порядков) ширины спектра OFDM-сигнала. Например, для систем LTE-стандарта соответствующие величины составляют 20 МГц и 15 кГц. Для каждой поднесущей канал связи можно считать частотно неселективным (плоским) и спектр этой поднесущей не искажается в канале связи.

2. Длительность  $T_s$  OFDM-сигнала значительно превышает возможные задержки в канале. Например, для системы LTE-стандарта  $T_s=66.7$  мксек, что соответствует задержке равной 20 000 м. Очевидно, что реальные задержки являются пренебрежимо малыми, то есть канал можно считать частотно неселективным для каждой поднесущей.

## 2.4. Скорость передачи и пропускная способность OFDM-системы

Скорость передачи данных определяется числом информационных бит, переданных за единицу времени (секунду). В OFDM-системе LTE-стандарта данные передаются ресурсными блоками. Каждый блок характеризуется следующими параметрами:  $N_s$  – число поднесущих;  $N_t$  – число OFDM-символов;  $N_p$  – число пилотных поднесущих,  $k_b$  - уровень модуляции (битовая загрузка символа),  $r_c$  – скорость кода. Число ресурсных блоков составляет  $N_{block}=50$ .

Структура ресурсного блока LTE-стандарта показана на рис. 5 для линий базовая станция → пользователь (Downlink) и пользователь → базовая станция (Uplink). Параметры блока: число поднесущих  $N_s=12$ , число OFDM символов  $N_t=7$ , длительность блока – 0.5 мсек, ширина полосы – 180 кГц, число пилотных поднесущих  $N_p=4$  (Downlink) и  $N_p=12$  (Uplink).

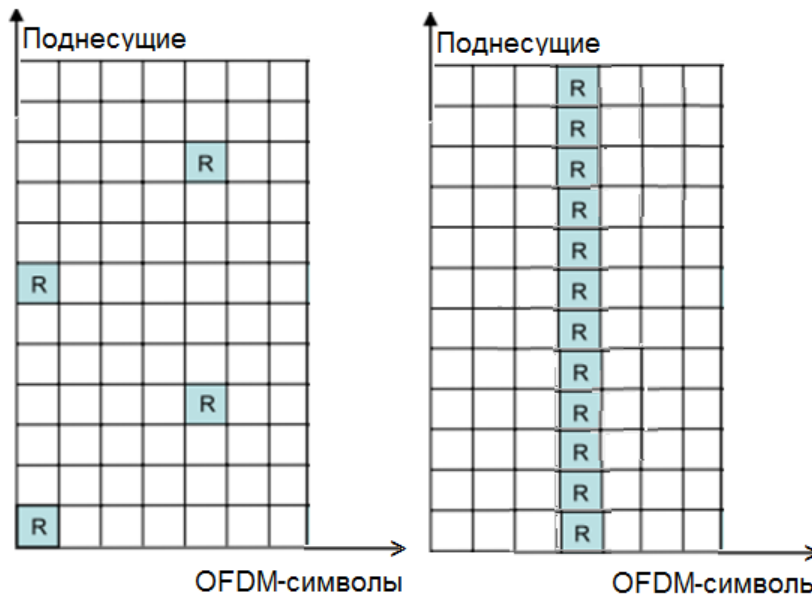


Рис. 5. Структура ресурсного блока ( $R$  – пилотные поднесущие) LTE-стандарта

Ресурсный блок состоит из  $N_s N_t$  символов. Общее число информационных символов равно  $N_s N_t - N_p$ , а общее число информационных бит, передаваемых с помощью одного блока, составляет  $I_1 = R_c k_b (N_s N_t - N_p)$ . Учтем, что длительность OFDM-символа с учетом длительности  $T_g$  защитного интервала равна  $T_s + T_g$ . Тогда скорость передачи данных или число информационных бит, переданных за единицу времени (секунду), будет равна

$$I = N_{block} \frac{r_c k_b (N_s N_t - N_p) F_s}{(1 + T_g / T_s)}. \quad (2.19)$$

где  $F_s = 1/T_s$  – частота следования символов.

Скорость передачи данных не учитывает качество передачи. Рассмотрим пропускную способность (ПС), которая определяется средним числом правильно переданных информационных бит за единицу времени (секунду), исключая пилотные биты.

Пусть  $p$  – вероятность ошибки передачи блока. Данный блок считается переданным правильно, если все биты декодированы правильно. Когда хотя бы один бит декодирован с ошибкой, считается, что блок передан с ошибкой. Вероятность ошибки передачи блока определяется отношением числа ошибочно переданных блоков к общему числу блоков.

Теперь для ПС будем иметь, что

$$Th = (1 - p)I = N_{block} \frac{r_c k_b (N_s N_t - N_p) F_s}{(1 + T_g/T_s)}. \quad (2.20)$$

Выделим в (2.19) и (2.20) коэффициент

$$k = r_c \cdot \left(1 - \frac{N_p}{N_s N_t}\right) \cdot \frac{1}{(1 + T_g/T_s)}, \quad (2.21)$$

который дает потери в скорости передачи и в ПС за счет кодера, пилотных поднесущих и защитного интервала (первый, второй и третий множители, соответственно).

Рассмотрим случай, когда блок состоит из одного OFDM-символа ( $N_t=1$ ), а защитный интервал отсутствует. Учтем, что расстояние между ортогональными поднесущими  $\Delta f = 1/T_s = F_s$ . Тогда для эффективной ПС можно записать:  $Th = (1 - p)W_{data} r_c k_b$ , где  $W_{data}$  – ширина полосы, используемой для передачи только информационных символов.

Таким образом, при минимальном уровне модуляции (двоичная фазовая модуляция с битовой загрузкой символа  $k_b=1$ ) и отсутствии кодера ( $r_c=1$ ) максимальная ПС, достигаемая при нулевой ошибке передачи блока (достаточно больших ОСШ), совпадает с эффективной шириной полосы  $W_{data}$ , используемой для передачи только данных. С увеличением уровня модуляции максимальная ПС возрастает пропорционально битовой загрузке символа и составляет  $k_b W_{data}$ .

### 3. ПРАКТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

Практическая часть работы состоит из 3 заданий (пункты 3.1 – 3.3), выполняемых с помощью пакета GNU Octave (также, допускается выполнение на языке программирования Python или с использованием пакета MATLAB). В пункте 3.4 для сведения приведен список операторов GNU Octave, рекомендуемых для использования в работе.

#### 3.1. Формирование ортогональных сигналов

Сформировать четыре дискретных комплексных гармонических сигнала:

$$s_k(n) = \exp(-j2\pi f_k \Delta t n), \quad n = 1, 2, \dots, N, \quad k = 1, 2, 3, 4, \quad (3.1)$$

где  $n$  – дискретное время,  $k$  – номер сигнала,  $N$  – число отсчетов,  $\Delta t$  – интервал дискретизации,  $f_k$  – частота  $k$ -го сигнала. При этом выбрать следующие параметры:  $N=64$ ,  $\Delta t=0.125$  сек,  $f_1=0.125$  Гц,  $f_2=0.5$  Гц,  $f_3=1$  Гц,  $f_4=2$  Гц. Построить графики реальных и мнимых частей полученных сигналов.

Убедитесь в ортогональности сигналов  $s_1(n)$ ,  $s_2(n)$ ,  $s_3(n)$ ,  $s_4(n)$ . Для этого вычислить скалярные произведения различных пар сигналов в соответствии с выражением

$$(s_k, s_m) = \sum_{n=1}^N s_m^*(n) s_k(n). \quad (3.2)$$

Вычислить спектры сигналов  $s_1(n)$ ,  $s_2(n)$ ,  $s_3(n)$ ,  $s_4(n)$ , дополнив каждый сигнал нулями до 256 отсчетов. Для вычисления спектра используйте функцию быстрого преобразования Фурье. Постройте графики амплитудных спектров сигналов  $s_1(n)$ ,  $s_2(n)$ ,  $s_3(n)$ ,  $s_4(n)$ .

### 3.2. Передача и прием OFDM-сигнала

Сформировать OFDM-сигнал:

$$s(n) = s_1(n) + s_2(n) + s_3(n) + s_4(n). \quad (3.3)$$

Построить графики реальной и мнимой частей OFDM-сигнала. Вычислить спектр OFDM-сигнала и построить амплитудный спектр. Сравнить со спектрами сигналов  $s_1(n)$ ,  $s_2(n)$ ,  $s_3(n)$ ,  $s_4(n)$ .

Сформировать принимаемый сигнал

$$x(n) = h(0)s(n) + h(1)s(n-1) + h(2)s(n-2), \quad (3.4)$$

в канале связи с прямым и двумя задержанными лучами. Выбрать следующие коэффициенты передачи для этих лучей  $h_1(0)=0.8$ ,  $h_1(1)=0.5\exp(j\pi/4)$ ,  $h_1(2)=0.33\exp(j\pi/8)$ . Построить графики реальных и мнимых частей и амплитудные спектры принятых сигналов.

### 3.3. Скорость передачи и пропускная способность OFDM-системы

1. Показать, что скорость передачи данных (бит/сек) в OFDM-системе зависит от ширины полосы и не зависит от размерности Фурье-преобразования. Для простоты считать, что на всех поднесущих передаются данные.

2. Найти скорость передачи данных (бит/сек) в OFDM-системе со следующими параметрами: размерность Фурье-преобразования  $N=1024$ , расстояние между поднесущими  $\Delta f_s = 15$  кГц, длительность защитного интервала составляет  $1/6$  от длительности  $T_s$  OFDM-символа, скорость кодирования  $r_c=5/6$ , модуляция – 64-КАМ, из каждых 8 поднесущих 1 поднесущая является пилотной.

3. Найти ПС (бит/сек/Гц) OFDM-системы со следующими параметрами: ширина полосы  $W=20$  МГц, длительность защитного интервала составляет  $1/4$  от длительности OFDM-символа, скорость кодирования  $r_c=1/2$ , модуляция – 64-КАМ, из каждых 8 поднесущих 1 поднесущая является пилотной, информация передается блоками по  $N_s$  символов в каждом, вероятность ошибки передачи блока –  $p=0.1$ .

4. Найти коэффициент потерь в скорости передачи и ПС за счет кодера, пилотных поднесущих и защитного интервала для заданий 2 и 3.

### 3.4. Список возможных операторов и функций

1i	комплексная единица
X'	операция эрмитого сопряжения
X.'	операция транспонирования
X.*Y	поэлементное умножение
X./Y	поэлементное деление
conj(z)	комплексно-сопряженное число
real(z)	реальная часть комплексного числа
imag(z)	мнимая часть комплексного числа
abs(z)	модуль комплексного числа
conv(X, Y)	свертка векторов X и Y
sum(X)	сумма элементов вектора x
rand	матрица с равномерным вероятностным распределением
randn	матрица с нормальным вероятностным распределением
plot(X, Y)	простой двумерный график
size(X)	размерность матрицы
fft(X)	быстрое преобразование Фурье
fftshift(X)	перенос нулевой частотной составляющей в центр спектра

## 4. СОДЕРЖАНИЕ ОТЧЕТА

Отчет о лабораторной работе должен содержать:

- цель работы;
- структурную схему OFDM-системы;
- результаты выполнения заданий с краткими выводами по пунктам 3.1–3.3.

## 5. КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Что такое скалярное произведение сигналов?
2. Какие сигналы называются ортогональными?
3. Какие сигналы используются в OFDM-системах?
4. Каким образом формируется OFDM-сигнал?
5. Каким образом осуществляется прием OFDM-сигнала?
6. От каких параметров зависит скорость передачи в OFDM-системах?
7. Чему равна ПС OFDM-системы?
8. Почему OFDM-системы устойчивы к межсимвольным искажениям и частотной селективности многоканального канала связи?

## 6. СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Прокис Д. Цифровая связь: пер. с англ. – М: Радио и связь, 2000. – 800 с.
2. Скляр Б. Цифровая связь. Теоретические основы и практическое применение: пер. с англ.– М.: Изд. дом «Вильямс», 2003. – 1104 с.
3. Ермолаев В.Т., Флакман А.Г. Теоретические основы обработки сигналов в беспроводных системах связи. Монография. / Нижний Новгород: ННГУ, 2011. – 376 с.
4. Ермолаев В.Т., Мальцев А.А., Флакман А.Г., Болховская О.В., Ключев А.В. Мобильная связь: вопросы теории и типовые задачи: Учебное пособие. – Нижний Новгород: Изд-во Нижегородского госуниверситета, 2014. – 234 с.
5. Рошан П., Лиэри Д. Основы построения беспроводных локальных сетей стандарта 802.11. Пер. с англ. М.: Изд. дом «Вильямс», 2004. – 304 с.

## **ТЕХНИКА БЕЗОПАСНОСТИ ПРИ РАБОТЕ НА ПЭВМ**

Во время работы должны выполняться следующие правила техники безопасности:

1. Обязательное использование защитного экрана монитора.
2. Режим труда и отдыха операторов, непосредственно работающих с видеодисплейным устройством, должен зависеть от характера выполняемой работы: при вводе данных, редактировании программ, чтении информации с экрана непрерывная продолжительность не должна превышать 4 часов при 8 часовом рабочем дне. Через каждый час необходимо вводить перерыв на 5-10 минут, а через 2 часа – 15 минут.
3. Соблюдение осторожности при подключении ПЭВМ к сети 220 в.



## СОДЕРЖАНИЕ

1. Цель работы.....	3
2. Краткие сведения из теории .....	3
2.1. Формирование и передача OFDM-сигнала .....	3
2.2. Прием OFDM-сигнала.....	5
2.3. Структурная схема OFDM-системы связи.....	7
2.4. Скорость передачи и пропускная способность OFDM- системы .....	10
3. Практическая часть.....	12
3.1. Формирование ортогональных сигналов .....	12
3.2. Передача и прием OFDM-сигнала .....	13
3.3. Скорость передачи и пропускная способность OFDM- системы .....	13
3.4. Список возможных операторов и функций .....	14
4. Содержание отчета .....	14
5. Контрольные вопросы.....	14
6. Список литературы.....	15
Техника безопасности при работе на ПЭВМ .....	16

# **СИСТЕМЫ СВЯЗИ С ОРТОГОНАЛЬНЫМ ЧАСТОТНЫМ МУЛЬТИПЛЕКСИРОВАНИЕМ**

Авторы:

Александр Григорьевич **Флакман**

Илья Михайлович **Аверин**

Антон Вадимович **Елохин**

Александр Олегович **Кокарев**

*Практикум*

Компьютерный набор – *А.Г. Флакман*

Федеральное государственное автономное образовательное  
учреждение высшего образования

«Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет  
им. Н.И. Лобачевского».

603950, Нижний Новгород, пр. Гагарина, 23.