МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования
«Национальный исследовательский
Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского»

Д.В. Капитанов,
О.В. Капитанова

Применение пакета SciLab в экономико-математических исследованиях

Практикум

Рекомендовано методической комиссией
Института экономики и предпринимательства
для студентов ННГУ, обучающихся по направлению подготовки
38.03.05 «Бизнес – информатика», квалификация (степень) - бакалавр

Нижний Новгород
2019

УДК 004.42
ББК Ж/О 973.26-018.2
К 20

К 20 Капитанов Д.В., Капитанова О.В. Применение пакета SciLab в экономико-математических исследованиях. Практикум. – Нижний Новгород: Нижегородский госуниверситет, 2019. – 28 с.

Рецензент: кандидат физ.-мат. наук, доцент **Ястребова И.Ю.**

В данном практикуме изложены основные принципы работы с системой компьютерной математики SciLab; необходимые для решения разнообразных экономико-математических задач и построения математических моделей экономических процессов с помощью данного программного средства. Также в пособии представлен ряд заданий для самостоятельного выполнения.

Содержание пособия соответствует программе дисциплины «Применение систем компьютерной математики в экономико-математических исследованиях», преподаваемой студентам Нижегородского госуниверситета, обучающимся по направлению бакалавриата «Бизнес – информатика» (профиль подготовки «Аналитические методы и информационные технологии поддержки принятия решений в экономике и бизнесе»). Практикум также адресован всем желающим освоить работу и научиться решать экономико-математические задачи в системе SciLab.

Ответственный за выпуск:
председатель методической комиссии Института экономики и предпринимательства ННГУ к.э.н., доцент **С.В. Едемская**

УДК 004.42
ББК Ж/О 973.26-018.2

Содержание

Введение

Целью освоения дисциплины «Применение систем компьютерной математики в экономико-математических исследованиях», преподаваемой студентам бакалавриата по направлению «Бизнес – информатика» (профиль подготовки «Аналитические методы и информационные технологии поддержки принятия решений в экономике и бизнесе»), является получение студентами основных навыков работы с системами компьютерной математики, например, SciLab, для выполнения расчетов и проведения исследований в различных областях математики и экономики. Процесс изучения дисциплины направлен на формирование у выпускника следующих компетенций:

- способность осуществлять разработку и исследование математических моделей поддержки принятия решений в экономике и бизнесе (ДПК-1);
- способность к конструированию программ и применению компьютерных моделей поддержки принятия решений в экономике и бизнесе (ДПК-2).

Система SciLab в настоящее время приобретает все большую популярность, в силу того, что это бесплатное программное обеспечение с открытым исходным кодом для инженеров и ученых. Пакет SciLab используется для моделирования и анализа данных, в промышленных (Airbus, ArcelorMittal, Air liquide, Sanofi, Microchip и др.) и научно-исследовательских (Fraunhofer Institute, аэрокосмические агентства, …) компаниях.

Программа была выпущена в 1994 году и к сегодняшнему дню общее количество ее загрузок превышает 100 000 в месяц. С начала 2017 года группа разработчиков программного обеспечения SciLab является частью ESI Group, которая является пионером и мировым лидером в области виртуального прототипирования, используя физику материалов.

Настоящий практикум является продолжением [3], где можно найти более подробную информацию по работе с программой. Также для изучения методики решения описанных заданий можно обратиться к [1, 2, 4-10]. Практикум охватывает основные разделы математических методов, применяемых для решения экономических задач. В каждой главе приведена краткая информация по работе с SciLab и задачи для самостоятельного выполнения.

1. Работа с матрицами. Системы линейных уравнений

Матрицы являются основным видом данных, которые используются внутри SciLab. Операции с матрицами выполняются с помощью стандартных операций сложения, вычитания, умножения, деления и возведения в степень с учетом законов алгебры. Ранг матрицы определяется с помощью функции *rank(A)*; определитель – *det(A)*. Обратную матрицу для матрицы A можно найти с помощью функции *inv(A)*.

Для приведения матрицы A к верхнему треугольному виду U может использоваться LU-разложение (*[L,U]=lu(A)*, т.е. $A=L*U$), где матрица L обычная без особой структуры (но обычно может быть приведена к нижней треугольной матрице с помощью перестановок).

Решать системы линейных уравнений вида $AX=B$ можно методом Гаусса, по правилу Крамера, а также с помощью обратных матриц $X=A^{-1}B$. Также в SciLab существует альтернативная запись решения системы линейных уравнений с помощью операции левого матричного деления $X=A\backslash B$.

Вектор $x\neq 0$ называется собственным вектором квадратной матрицы A, если $Ax=\lambda x$ для некоторого числа λ (собственное число). Собственные числа матрицы A являются корнями характеристического уравнения $\det(A-\lambda E)=0$. Для определения собственных значений матрицы A в SciLab используется функция *evals=spec(A)*.

Задания

<u>Вариант 1</u>

1. Даны матрицы: $A=\begin{pmatrix}1 & -1\\ 0 & 2\\ 3 & 2\end{pmatrix}$; $B=\begin{pmatrix}2 & -1\\ -1 & 0\\ 3 & 2\end{pmatrix}$; $C=\begin{pmatrix}-1 & 0\\ 2 & 1\end{pmatrix}$.

Вычислите, если возможно, *A+B, AC, CA, CB, BC, AB, BA, (A-B)C* и *AC-BC*.

2. Определите ранг, определитель, обратную матрицу и собственные значения для матриц:

$$D=\begin{pmatrix}1 & 2\\ 3 & -1\end{pmatrix};\ E=\begin{pmatrix}0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 1\\ -6 & -11 & -6\end{pmatrix};\ F=\begin{pmatrix}1 & 0 & 0 & -1\\ 0 & 1 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 1 & 0\\ -1 & 0 & 0 & 1\end{pmatrix}.$$

3. Решите системы тремя способами:

a) $\begin{cases}-x_1+2x_2-3x_3+5x_4=14\\ x_1+3x_2+2x_3-x_4=9\\ 3x_1-3x_2+2x_3+4x_4=19\\ 4x_1+2x_2+5x_3+x_4=27\end{cases}$; b) $\begin{pmatrix}2 & 4 & 3 & -2\\ 2 & -4 & 1 & 3\\ -1 & 3 & -4 & 2\\ 2 & -2 & 2 & 1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}x_1\\ x_2\\ x_3\\ x_4\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1\\ 10\\ -14\\ 7\end{pmatrix}$.

Вариант 2

1. Даны матрицы: $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -3 & 4 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$; $B = \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 0 & -1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$; $C = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$.

Вычислите, если возможно, *A+B, AC, CA, CB, BC, AB, BA, (A-B)C* и *AC-BC*.

2. Определите ранг, определитель, обратную матрицу и собственные значения для матриц:

$$D = \begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix};\ E = \begin{pmatrix} -5 & 12 & 4 \\ 1 & 2 & 3 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix};\ F = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

3. Решите системы тремя способами:

a) $\begin{cases} x_1 + x_2 + 2x_3 - x_4 = 9 \\ x_1 + x_2 - 2x_3 + x_4 = 7 \\ x_1 - x_2 + x_3 + 2x_4 = -9 \\ x_1 - x_2 - x_3 - 2x_4 = 5 \end{cases}$; b) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 & 4 \\ 2 & 5 & -6 & 4 \\ 3 & -6 & 6 & -4 \\ 2 & -4 & 5 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 \\ 5 \\ 1 \\ 5 \end{pmatrix}$.

Вариант 3

1. Даны матрицы: $A = \begin{pmatrix} 6 & 4 \\ 2 & 0 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$; $B = \begin{pmatrix} 4 & 5 \\ 6 & 2 \\ 0 & -3 \end{pmatrix}$; $C = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$.

Вычислите, если возможно, *A+B, AC, CA, CB, BC, AB, BA, (A-B)C* и *AC-BC*.

2. Определите ранг, определитель, обратную матрицу и собственные значения для матриц:

$$D = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix};\ E = \begin{pmatrix} 4 & 3 & -2 \\ 7 & 1 & 12 \\ -3 & 5 & -6 \end{pmatrix};\ F = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 3 & 0 \end{pmatrix}.$$

3. Решите системы тремя способами:

a) $\begin{cases} -x_1 + 2x_2 - 3x_3 + 5x_4 = 14 \\ x_1 + 3x_2 + 2x_3 - x_4 = 9 \\ 3x_1 - 3x_2 + 2x_3 + 4x_4 = 19 \\ 4x_1 + 2x_2 + 5x_3 + x_4 = 27 \end{cases}$; b) $\begin{pmatrix} 3 & -1 & -1 & 4 \\ 2 & 1 & -3 & 4 \\ 1 & -1 & 4 & 1 \\ 4 & 4 & 3 & -3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -24 \\ -26 \\ 9 \\ 21 \end{pmatrix}$.

Вариант 4

1. Даны матрицы: $A = \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 5 & 1 \\ 0 & 6 \end{pmatrix}$; $B = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 0 & 2 \\ -4 & 6 \end{pmatrix}$; $C = \begin{pmatrix} 1 & 5 \\ -3 & -1 \end{pmatrix}$.

Вычислите, если возможно, *A+B, AC, CA, CB, BC, AB, BA, (A-B)C* и *AC-BC*.

2. Определите ранг, определитель, обратную матрицу и собственные значения для матриц:

$$D = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix};\ E = \begin{pmatrix} 4 & 8 & 10 \\ 0 & 5 & -1 \\ -6 & 2 & 3 \end{pmatrix};\ F = \begin{pmatrix} -3 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 9 & 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}.$$

3. Решите системы тремя способами:

a) $\begin{cases} -x_1 + 2x_2 - 3x_3 + 5x_4 = 14 \\ x_1 + 3x_2 + 2x_3 - x_4 = 9 \\ 3x_1 - 3x_2 + 2x_3 + 4x_4 = 19 \\ 4x_1 + 2x_2 + 5x_3 + x_4 = 27 \end{cases}$; b) $\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 & 1 \\ 2 & -1 & 3 & -2 \\ 1 & 0 & -1 & 2 \\ 3 & -1 & 1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 6 \\ 0 \end{pmatrix}$.

2. Полиномы

Для определения полинома в SciLab применяется функция:

—>p=poly(a,vname,["flag"])

Параметр *vname* – это строка, имя символьной переменной (не больше 4 символов). Если a – матрица, то p будет являться характеристическим полиномом; если a – вектор, результат будет зависеть от параметра "*flag*". Возможны следующие варианты:

- *poly(a,"x","roots")* является полиномом с корнями, хранящимися в элементах a и "x" в качестве формальной переменной. (*"roots"* – является значением *"flag"* по умолчанию.
- *poly(v,"x","coeff")* создаёт полином с символом *"x"* и с коэффициентами, хранящимися в элементах a (*a(1)* - константа).

С помощью команды *s=poly(0,"s")* задается переменная для дальнейшего описания полиномов.

Команда *C=coeff(p)* возвращает матрицу коэффициентов полинома p.

Функция *x=roots(p)* вычисляет корни полинома p. Используется приближенный алгоритм, основанный на собственных значениях матрицы-компаньона (которую можно увидеть с помощью команды *A=companion(p)*).

Функция *[D]=degree(p)* возвращает максимальную степень полинома.

Для вычисления производной полинома (которая подразумевает аналитическое дифференцирование) применяется команда *pd=derivat(p)*.

Для преобразования полинома в строку используется функция *strs=pol2str(p)*.

Для вычисления значения полинома p в точке x применяется функция *horner(p,x)*.

Задания

Вариант 1

1. Задайте полином: $p1(z) = z^5 + 7z^4 + 19z^3 + 25z^2 + 16z + 4$. Вычислите его корни.
2. Задайте полином *p2(x)*, имеющий четыре корня: *2,0; 2,0; -3,0; -3,0*. Найдите матрицу коэффициентов полинома.
3. Задайте полином: $p3(y) = y^3 + 8y^2 + 10y - 4$ и вычислите его значение в точке $y=1{,}25$.
4. Для всех заданных полиномов определите максимальную степень, вычислите производную и преобразуйте полином в строку.
5. Определите коэффициенты полинома второй степени, который проходит через точки (0, 0), (π/2, 1) и (π, 0). Задайте этот полином. Вычислите его корни.

Вариант 2

1. Задайте полином: $p1(z) = 4z^5 + 2z^4 + 6z^3 - 17z^2 - 13z + 7$. Вычислите его корни.
2. Задайте полином *p2(x)*, имеющий четыре корня: *4,0; 4,0; -6,0; -6,0.*. Найдите матрицу коэффициентов полинома.
3. Задайте полином: $p3(y) = 2y^3 - 6y^2 + 3y + 5$ и вычислите его значение в точке *y=4*.
4. Для всех заданных полиномов определите максимальную степень, вычислите производную и преобразуйте полином в строку.
5. Определите коэффициенты полинома второй степени, который проходит через точки (0, 1), (π/2, 0) и (π, 1). Задайте этот полином. Вычислите его корни.

Вариант 3

1. Задайте полином: $p1(z) = 3z^5 + 4z^4 - 11z^3 + 7z^2 - 12z + 2$. Вычислите его корни.
2. Задайте полином *p2(x)*, имеющий четыре корня: *1,0; 1,0; -4,0; -4,0*. Найдите матрицу коэффициентов полинома.
3. Задайте полином: $p3(y) = 3y^3 + 4y^2 - 21y - 2$ и вычислите его значение в точке *y=-2*.
4. Для всех заданных полиномов определите максимальную степень, вычислите производную и преобразуйте полином в строку.
5. Определите коэффициенты полинома второй степени, который проходит через точки (0, 1), (π/2, 2) и (π, 1). Задайте этот полином. Вычислите его корни.

Вариант 4

1. Задайте полином: $p1(z) = 4z^5 - 2z^4 + 3z^3 + 7z^2 - 11z + 1$. Вычислите его корни.
2. Задайте полином *p2(x)*, имеющий четыре корня: *5,0; 5,0; -1,0; -1,0*. Найдите матрицу коэффициентов полинома.
3. Задайте полином: $p3(y) = 7y^3 - 2y^2 - 5y + 2$ и вычислите его значение в точке *y=-1*.
4. Для всех заданных полиномов определите максимальную степень, вычислите производную и преобразуйте полином в строку.
5. Определите коэффициенты полинома второй степени, который проходит через точки (0, 0), (π/2, 4) и (π, 0). Задайте этот полином. Вычислите его корни.

3. Функции и графики

Функция – это одна из разновидностей файлов-скриптов, в первой строке которого стоит оператор *function*. Функции могут получать исходные данные в виде списка входных параметров и возвращать результаты своей работы как список выходных параметров. Имя такого файла должно совпадать с именем функции. Заканчивается текст функции командой *endfunction*.

Также для определения функции во время выполнения программы можно использовать оператор *deff*():

—>deff('[s1,s2,...]=newfunction(e1,e2,...)',text)

где *e1, e2, ...* – входные переменные, *s1, s2, ...* – выходные переменные, *text* – матрица символьных строк, описывающих функцию.

Чтобы построить график функции *y=f(x)*, нужно задать вектор значений аргументов (x) и вектор соответствующих значений функции (y). Для построения графика используется процедура *plot(x,y)*. По умолчанию все последующие команды *plot()* будут строить графики в том же, ранее открытом, окне. Для очистки графического окна используется команда *clf()*.

Задания

Вариант 1

1. Напишите файл-функцию, которая для переменной x вычисляет значение 2^x. Функция должна работать для скалярных, векторных и матричных переменных.
2. Функции *f(x)* и *g(x)* имеют вид: $f(x) = \frac{x}{1+x^2}$ и $g(x) = tg(x)$. Задайте эти функции с помощью команды *deff*(), постройте их графики (должны быть достаточно гладкие) на интервале $\left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$. Также постройте графики функций *f(g(x))* и *g(f(x))*.
3. Напишите программу, которая позволит пользователю ввести с клавиатуры коэффициенты в квадратичной функции $q(x) = ax^2 + bx + c$ и построит график функции *q(x)* для $x = \sin(y)$, где $y\epsilon[0, \pi]$.

Вариант 2

1. Напишите файл-функцию, которая для переменной x вычисляет значение 3^x. Функция должна работать для скалярных, векторных и матричных переменных.
2. Функции *f(x)* и *g(x)* имеют вид: $f(x) = \frac{1}{1+x^2}$ и $g(x) = sin(x)$. Задайте эти функции с помощью команды *deff*(), постройте их графики (должны быть достаточно гладкие) на интервале $\left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$. Также постройте графики функций *f(g(x))* и *g(f(x))*.
3. Напишите программу, которая позволит пользователю ввести с клавиатуры коэффициенты в квадратичной функции $q(x) = ax^2 - bx - c$ и построит график функции *q(x)* для $x = \cos(y)$, где $y\epsilon[0, \pi]$.

Вариант 3

1. Напишите файл-функцию, которая для переменной x вычисляет значение $\left(\frac{1}{3}\right)^x$. Функция должна работать для скалярных, векторных и матричных переменных.

2. Функции *f(x)* и *g(x)* имеют вид: $f(x) = \frac{x}{1+x^3}$ и $g(x) = cos(x)$. Задайте эти функции с помощью команды *deff*(), постройте их графики (должны быть достаточно гладкие) на интервале $(0, \pi)$. Также постройте графики функций *f(g(x))* и *g(f(x))*.

3. Напишите программу, которая позволит пользователю ввести с клавиатуры коэффициенты в кубической функции $q(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ и построит график функции *q(x)* для $x = \sin(y)$, где $y \epsilon [0, \pi]$.

Вариант 4

1. Напишите файл-функцию, которая для переменной x вычисляет значение $\left(\frac{1}{2}\right)^x$. Функция должна работать для скалярных, векторных и матричных переменных.

2. Функции *f(x)* и *g(x)* имеют вид: $f(x) = \frac{1}{1+x^3}$ и $g(x) = ctg(x)$. Задайте эти функции с помощью команды *deff*(), постройте их графики (должны быть достаточно гладкие) на интервале $(0, \pi)$. Также постройте графики функций *f(g(x))* и *g(f(x))*.

3. Напишите программу, которая позволит пользователю ввести с клавиатуры коэффициенты в кубической функции $q(x) = ax^3 - bx^2 - cx - d$ и построит график функции *q(x)* для $x = \cos(y)$, где $y \epsilon [0, \pi]$.

4. Решение нелинейных уравнений и систем нелинейных уравнений

Самыми известными численными методами нахождения корней заданной функции является метод Ньютона (касательных) и метод деления отрезка пополам (бисекций). В рамках первого метода задаётся начальное приближение вблизи предположительного корня, после чего строится касательная к исследуемой функции в точке приближения, для которой находится пересечение с осью абсцисс. Эта точка и берётся в качестве следующего приближения.

Второй метод рассматривает ситуацию, что если корень непрерывной функции есть на рассматриваемом отрезке, то на концах отрезка функция должна быть разных знаков. Чтобы определить корень, отрезок делится пополам и рассматривается та из половинок, на концах которой функция по-прежнему принимает значения противоположных знаков. Если значение функции в серединной точке оказалось искомым нулём, то процесс завершается.

Для решения систем нелинейных уравнений вида *F(x)=0* используется функция:

—>[x[,v]]=fsolve(x0,fct[,fjac[,tol]])

Здесь *x0* – это вектор действительных начальных значений аргументов функций; *fct* – это внешняя функция, описывающая левые части нелинейных уравнений; *fjac* – это внешняя функция, описывающая производные *d(fct)/dx*; *tol* – точность (по умолчанию, *1.d-10*); *x* – результирующие значения аргументов функций; *v* – значения функций в *x*.

Пример. Решите систему уравнений: $\begin{cases} a + 7b + 10 = 0 \\ 2a + 8b + 11 = 0 \end{cases}$

—>function y=fct1(x)
*—>y(1)=x(1)+7*x(2)+10;*
*—>y(2)=2*x(1)+8*x(2)+11;*
—>endfunction

—>[x1,y1]=fsolve([100;100],fct1)

Задания

Вариант 1

1. Постройте график $f(x) = x^4 + x - 3$, убедитесь, что *f(1)* и *f(2)* имеют противоположные знаки. Напишите функции, которые с помощью метода Ньютона и метода бисекции, позволяют найти корень $f(x) = 0$, который лежит между 1 и 2.

2. Найдите решение системы: $\begin{cases} x^2 - x + y^2 + z^2 - 5 = 0 \\ x^2 + y^2 - y + z^2 - 4 = 0 \\ x^2 + y^2 + z^2 + z - 6 = 0 \end{cases}$

3. Исследуйте функцию: $f(x) = \frac{x^2-6x+5}{x+1}$

4. Исследуйте функцию: $f(x) = (\sin x)^3 - \sin x$

<u>Вариант 2</u>

1. Постройте график $f(x) = \sqrt{2x+1} - \sqrt{x+4}$, убедитесь, что *f(2)* и *f(4)* имеют противоположные знаки. Напишите функции, которые с помощью метода Ньютона и метода бисекции, позволяют найти корень $f(x) = 0$, который лежит между 2 и 4.

2. Найдите решение системы: $\begin{cases} (x+1)^2 + (y+1)^2 - z = 0 \\ (x-1)^2 + y^2 - z = 0 \\ 4x^2 + 2y^2 + z^2 - 16 = 0 \end{cases}$

3. Исследуйте функцию: $f(x) = \frac{x^2+4x+3}{x-1}$

4. Исследуйте функцию: $f(x) = (\cos x)^3 - \cos x$

<u>Вариант 3</u>

1. Постройте график $f(x) = x^3 + x - 5$, убедитесь, что *f(1)* и *f(2)* имеют противоположные знаки. Напишите функции, которые с помощью метода Ньютона и метода бисекции, позволяют найти корень $f(x) = 0$, который лежит между 1 и 2.

2. Найдите решение системы: $\begin{cases} x^2 - x + 2y^2 + yz - 10 = 0 \\ 5x - 6y + z = 0 \\ z - x^2 - y^2 = 0 \end{cases}$

3. Исследуйте функцию: $f(x) = \frac{x^2+6x+8}{x-1}$

4. Исследуйте функцию: $f(x) = \cos x - (\cos x)^3$

<u>Вариант 4</u>

1. Постройте график $f(x) = \sqrt{3x+2} - \sqrt{2x+3}$, убедитесь, что *f(0)* и *f(2)* имеют противоположные знаки. Напишите функции, которые с помощью метода Ньютона и метода бисекции, позволяют найти корень $f(x) = 0$, который лежит между 0 и 2.

2. Найдите решение системы: $\begin{cases} 9x^2 + 36y^2 + 4z^2 - 36 = 0 \\ x^2 - 2y^2 - 20z = 0 \\ 16x - x^3 - 2y^2 - 16z^2 = 0 \end{cases}$

3. Исследуйте функцию: $f(x) = \frac{2x^2+8x+1}{x+1}$

4. Исследуйте функцию: $f(x) = \sin x - (\sin x)^3$

5. Интерполяция и экстраполяция

Сплайны – это полиномы небольшой (обычно третьей) степени, которые приближают данные локально, между соседними узлами. Для кубической интерполяции сплайнами в SciLab используется функция:

—>d=splin(x,y[,spline_type[,der]])

Здесь *x* – строго возрастающий вектор (строка или столбец), в котором как минимум два элемента; *y* – вектор, того же формата, что и *x*; *spline_type* – строка, которая определяет тип вычисляемого сплайна (табл. 1); *der* – вектор с двумя элементами, который определяет производные в краевых точках (для сплайна типа *spline_type="clamped"*); *d* – вектор результата, формат которого совпадает с *x* и который содержит производную сплайна в точках *xi*. Тройка (*x,y,d*) – полностью определяет кубический сплайн.

Табл. 1. Типы сплайнов

Значение параметра *spline_type*	Вид сплайна
"not_a_knot"	Случай по умолчанию, кубический сплайн вычисляется при помощи следующих условий (с учетом *n* точек $x_1,\ldots,x_n$): $s'''(x_2) = s'''(x_2^+)$, $s'''(x_{n-1}) = s'''(x_{n-1}^+)$ [10]
"clamped"	В этом случае кубический сплайн вычисляется с использованием производных конечных точек, которые должны быть предоставлены в качестве последнего аргумента *der*
"natural"	Кубический сплайн вычисляется с учетом условий: $s''(x_1) = 0, s''(x_n) = 0$
"periodic"	Периодический кубический сплайн (должно выполняться $y_1=y_n$) вычисляется с помощью условий: $s'(x_1) = s'(x_n), s''(x_1) = s''(x_n)$
"monotone"	В этом случае подсплайн (s является единственным непрерывно дифференцируемым) вычисляется с использованием локальной схемы для d_i такой, что *s* монотонно на каждом интервале: если $y_i \leq y_{i+1}$, то *s* возрастает на $[x_i, x_{i+1}]$
"fast"	В этом случае подсплайн также вычисляется с помощью простой локальной схемы для d_i: d_i – это производную в точке x_i от интерполяционного полинома (x_{i-1},y_{i-1}), (x_i,y_i),(x_{i+1},y_{i+1}), кроме крайних точек (d_1 вычисляется от 3 левых крайних точек и d_n от 3 правых крайних точек)
"fast_periodic"	Аналогично предыдущему, но используется также центрированная формула для $d_1 = s'(x_1) = d_n = s'(x_n)$, используя периодичность базовой функции (должно выполняться $y_1=y_n$)

Для оценки значений кубического сплайна предназначена функция:

—>[yp[,yp1[,yp2[,yp3]]]]=interp(xp,x,y,d[,out_mode])

Здесь x и y – вещественные векторы одинакового размера n, задающие координаты точек данных, на которых основана интерполяция и связанный с ней кубический сплайн (s); d – вещественный вектор такого же, как x размера, определяющий производную *s'(x)* (обычно оценивается с помощью функции *splin*()); *out_mode* – строка, определяющая правило экстраполяции *s(X)* для других, внешних *X* (табл. 2); *xp* - вещественный вектор или матрица, задающий абсциссы точек, для которых *Y* неизвестен и должен быть оценен с помощью *s(xp)*; *yp* – вектор или матрица, содержащая результаты – значения *s(xp)*; *yp1*, *yp2*, *yp3* – первая, вторая и третья производные *s(xp)*, соответственно.

Табл. 2. Типы экстраполяции

Значение параметра *out_mode*	Правила экстраполяции
“by_zero”	Экстраполяция нулевым значением
“by_nan”	Экстраполяция с помощью *%nan*
“C0”	$xp_i < x_1 \Rightarrow yp_i = y_1; xp_i > x_n \Rightarrow yp_i = y_n$
“natural”	$xp_i < x_1 \Rightarrow yp_i = p_1(xp_i);\ xp_i > x_n \Rightarrow yp_i = p_{n-1}(xp_i)$, p_i – это полином, заданный сплайном на отрезке $[x_i, x_{i+1}]$
“linear”	$xp_i < x_1 \Rightarrow yp_i = y_1 + d_1(xp_i - x_1);\quad xp_i > x_n \Rightarrow yp_i = y_n + d_n(xp_i - x_n)$
“periodic”	s(x) задается с помощью периодической функции: $yp_i = s(x_1 + \big((xp_i - x_1)\mathrm{modulo}[x_n - x_1]\big))$

Задания

Вариант 1

1. Постройте сплайн, который проходит через точки (-π, 0), (-π/2, -1), (0, 0), (π/2, 1) и (π, 0), на интервале (-π, π) с шагом π/20. Учитывая, что начальные данные задаются функцией $y = \sin x$, определите сумму квадратов отклонений для этих точек. Постройте графики сплайна, функции и указанных пяти точек.
2. В таблице 3 приведены данные о температуре в пригороде Лос-Анджелеса за 12 часов (в °F). Переведите данные в градусы Цельсия. Определите коэффициенты сплайна, который описывает эти данные. Постройте сплайн и исходные данные на одном графике. Определите среднюю температуру.

Табл. 3. Температура в пригороде Лос-Анджелеса за 12 часов (в °F)

Время	Температура	Время	Температура
1	58	7	57
2	58	8	58
3	58	9	60
4	58	10	64
5	57	11	67
6	57	12	68

Вариант 2

1. Постройте сплайн, который проходит через точки (-π, -1), (-π/2, 0), (0, 1), (π/2, 0) и (π, -1), на интервале (-π, π) с шагом $\pi/20$. Учитывая, что начальные данные задаются функцией $y = \cos x$, определите сумму квадратов отклонений для этих точек. Постройте графики сплайна, функции и указанных пяти точек.

2. Испанский производитель цитрусовых характеризуется следующим объемом продаж (табл. 4):

Табл. 4. Динамика объема продаж цитрусовых

год	1965	1970	1980	1985	1990	1991
объем продаж ($)	17769	24001	25961	34336	29036	33417

Используя сплайн, оцените объем продаж в 1962, 1977 и 1992 годах. Сравните полученные результаты с реальными значениями: 12380, 27403 и 32059, соответственно. Постройте сплайн и исходные данные на одном графике.

Вариант 3

1. Определите сплайн для точек (0, 0), (π/2, 1), (π, 0), (3π/2, -1), (2π, 0), на интервале $(0, 2\pi)$ с шагом $\pi/10$. Учитывая, что начальные данные задаются функцией $y = \sin x$, определите сумму квадратов отклонений для этих точек. Постройте графики сплайна, функции и указанных пяти точек.

2. Получены данные по продолжительности жизни граждан двух регионов Европы (табл. 5):

Табл. 5. Динамика продолжительности жизни в регионах Европы

	1975	1980	1985	1990
Западная Европа	72,8	74,2	75,2	76,4
Восточная Европа	70,2	70,2	70,3	71,2

С помощью сплайна оцените продолжительность жизни в 1970, 1983, 1988 и 1995 годах. Как изменится оценка для 1995 года, если станет известно, что продолжительность жизни в 1970 году составляла 71,8 года для граждан

Западной Европы и 69,6 лет – для Восточной Европы. Постройте сплайн и исходные данные на одном графике.

Вариант 4

1. Определите сплайн для точек (0, 1), (π/2, 0), (π, -1), (3π/2, 0), (2π, 1), на интервале $(0, 2\pi)$ с шагом $\pi/10$. Учитывая, что начальные данные задаются функцией $y = \cos x$, определите сумму квадратов отклонений для этих точек. Постройте графики сплайна, функции и указанных пяти точек.

2. В таблице 6 приведены цены на журнал в евро. Оцените стоимость издания в ноябре 2002 года, с помощью сплайна. Постройте графики сплайна, функции и указанных пяти точек.

Табл. 6. Динамика цен на журнал (в евро)

ноябрь 1987	декабрь 1988	ноябрь 1990	январь 1993	январь 1995	январь 1996	ноябрь 1996	ноябрь 2000
4,5	5,0	6,0	6,5	7,0	7,5	8,0	8,0

6. Численное дифференцирование

Для численного расчета производной функции $y=f(x)$ в SciLab существует функция:

—>*J=numderivative(f,x)*

Здесь f – это функция; x – вектор значений для вычисления производной; J – якобиан.

Пример: вычислите значение первой производной функции:

$$y = x^3 - x^2 + 1 \text{ в точке } x=1.$$

```
—>function y=f(x)
—>y=x.^3-x.^2+1;
—>endfunction
—>J=numderivative(f,1)
```

Также в SciLab существует функция *diff(x,n)*, которая по заданному вектору x строит вектор разностей порядка n. Для численного дифференцирования функции *y(x)*, заданной как пара векторов x и y, можно взять отношение *diff(y)./diff(x)*.

Задания

Вариант 1

1. Вычислите значение производной функции *f(x)* в точке x_0 двумя способами. Сравните результаты.

$$f(x) = 60x^{45} - 32x^{33} + 233x^5 - 47x^2 - 77 \qquad x_0 = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

2. Значения в таблице 7 характеризуют изменение численности популяции во времени *n(t)*:

Табл. 7. Динамика численности популяции

t (месяцы)	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3
n	100	147	178	192	197	199	200

Используя эти данные, вычислите как можно более точный темп роста популяции. Сравните полученный результат с точным значением:

$$n'(t) = 2n(t) - 0.01n^2(t).$$

Вариант 2

1. Вычислите значение производной функции *f(x)* в точке x_0 двумя способами. Сравните результаты.

$$f(x) = tg\left(cos\left(\frac{\sqrt{5} + sin\, x}{1 + x^2}\right)\right) \qquad x_0 = \frac{1 + \sqrt{5}}{3}$$

2. Значения в таблице 8 характеризуют изменение численности популяции во времени $n(t)$:

Табл. 8. Динамика численности популяции

t (месяцы)	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3
n	50	142	189	198	199	200	201

Используя эти данные, вычислите как можно более точный темп роста популяции. Сравните полученный результат с точным значением:

$$n'(t) = 4n(t) - 0.02n^2(t).$$

<u>Вариант 3</u>

1. Вычислите значение производной функции $f(x)$ в точке x_0 двумя способами. Сравните результаты.

$$f(x) = sin\left(cos\left(\frac{1}{\mathrm{x}}\right)\right) \qquad x_0 = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

2. Значения в таблице 9 характеризуют изменение численности популяции во времени $n(t)$:

Табл. 9. Динамика численности популяции

t (месяцы)	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3
n	70	141	183	196	198	199	200

Используя эти данные, вычислите как можно более точный темп роста популяции. Сравните полученный результат с точным значением:

$$n'(t) = 3n(t) - 0.015n^2(t).$$

<u>Вариант 4</u>

1. Вычислите значение производной функции $f(x)$ в точке x_0 двумя способами. Сравните результаты.

$$f(x) = sin(x^3 - 7x^2 + 6x + 8) \qquad x_0 = \frac{1 - \sqrt{5}}{2}$$

2. Значения в таблице 10 характеризуют изменение численности популяции во времени $n(t)$:

Табл. 10. Динамика численности популяции

t (месяцы)	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3
n	40	53	63	69	72	73	74

Используя эти данные, вычислите как можно более точный темп роста популяции. Сравните полученный результат с точным значением:

$$n'(t) = 1.5n(t) - 0.02n^2(t).$$

7. Численные методы интегрирования

В SciLab существует несколько функций для интегрирования.

—>*x=integrate(expr,v,x0,x1[,atol[,rtol]])*

Функция *integrate*() вычисляет вектор чисел $x(i) = \int_{x_0}^{x_1(i)} f(v)dv$ для *i=1:length(x1)*, где *f(v)* задано выражением *expr* (символьная строка, нельзя использовать переменные, имена которых начинаются с %); *v* – имя переменной, по которой производится интегрирование, также заданное символьной строкой; *x0* – нижний предел интегрирования (число); *x1* – верхние пределы интегрирования (вектор); необязательные параметры *atol* и *rtol* задают пределы абсолютной и относительной ошибки (*1e-8* и *1e-14*, соответственно).

Для вычисления определенного интеграла внешней функции применяется команда:

—>*[v,err]=intg(a,b,f[,atol[,rtol]])*

Здесь *f* – непрерывная внешняя функция определение которой имеет вид *y=f(t)*, интегрирование выполняется по *dt* в пределах от *a* до *b*. В переменную *err* записывается оцененная абсолютная ошибка результата.

Для интегрирования экспериментальных данных по методу трапеции следует воспользоваться функцией:

—>*v=inttrap([x,]s)*

Здесь *x* – вектор данных по координате x в порядке возрастания. Значение по умолчанию *1:length(s)*; *s* – вектор данных по координате *y*; *v* – значение интеграла. Между точками сетки функция интерполируется линейно.

Также для интегрирования экспериментальных данных можно воспользоваться командой *intsplin*(), которая предполагает, что между точками сетки функция интерполируется с помощью сплайнов:

—>*v=intsplin([x,]s)*

Пример: вычислите интеграл функции $y = sin\, x$ на интервале от 0 до π.

```
—>r1=integrate('sin(x)','x',0,%pi)

—>function y=f(t)
—>y=sin(t);
—>endfunction
—> [r2,err]=intg(0,%pi,f)

—>x=0:0.01:%pi;
—>y=sin(x);
—>r3=inttrap(x,y)
—>r4=intsplin(x,y)
```

Задания

<u>Вариант 1</u>

Вычислите каждый из указанных интегралов четырьмя способами. Сравните результаты.

1. $\int_1^2 \frac{1}{x^3} dx$ 2. $\int_1^3 (x^2 - 3x + 2) dx$ 3. $\int_1^2 x \ln x \, dx$

<u>Вариант 2</u>

Вычислите каждый из указанных интегралов четырьмя способами. Сравните результаты.

1. $\int_0^1 \frac{1}{x^2+1} dx$ 2. $\int_1^3 (2x^2 - 4x + 5) dx$ 3. $\int_0^\pi x \, cos \, x \, dx$

<u>Вариант 3</u>

Вычислите каждый из указанных интегралов четырьмя способами. Сравните результаты.

1. $\int_1^2 \frac{1}{x^2} dx$ 2. $\int_1^3 (3x^2 + 5x - 16) dx$ 3. $\int_1^2 x e^x \, dx$

<u>Вариант 4</u>

Вычислите каждый из указанных интегралов четырьмя способами. Сравните результаты.

1. $\int_0^1 \frac{1}{x^2-1} dx$ 2. $\int_1^3 (x^2 + 3x - 8) dx$ 3. $\int_0^\pi x \, sin \, x \, dx$

8. Решение дифференциальных уравнений и систем дифференциальных уравнений

Задача Коши для обыкновенного дифференциального уравнения 1-го порядка заключается в отыскании функции *y=y(t)*, удовлетворяющей этому уравнению и начальному условию $y(t_0)=y_0$, где t_0 и y_0 известны. Для решения обыкновенных дифференциальных уравнений применяется программа ode:

—>y=ode(y0,t0,t,f)

или

—>[y,w,iw]=ode([type,]y0,t0,t[,rtol[,atol]],f[,jac][,w iw])

где *y0* – начальные условия(вектор или матрица); *t0* – начальное время (число); *t* – моменты времени, для которых находится решение (вектор); *f* – внешняя функция, которая определяет правую сторону дифференциального уравнения (всегда задается с двумя параметрами *f(t,y)*); *type* – строка, тип используемой программы решения (имеются следующие типы программ решения: "*adams*" (метод Адамса для нежестких задач), "*stiff*" (метод обратной дифференциальной формулы (ОДФ) для жестких задач), "*rk*" (адаптивный метод Рунге-Кутты 4-го порядка), "*rkf*" (для нежестких задач, метод Рунге-Кутты-Фелберга 4-го и 5-го порядка), "*fix*" (аналогично предыдущему, но используются не все параметры), "*discrete*" (моделирование дискретного времени), "*roots*" (решение ОДУ с возможностью нахождения корней)); *rtol* и *atoll* – относительная и абсолютная погрешность; *jac* – внешняя функция, которая задает якобиан функции *f*; *w*, *iw* – входные и выходные параметры (векторы), содержание которых определяется исходя из программы решения (*type*).

Пример: Решите ОДУ $\frac{dy}{dx} = -y + t^2$, если $y(0) = 1$, а интегрирование выполняется на отрезке от $t = 0$ до $t = 2$.

```
—>function ydot=f(t,y)
—>ydot=t^2-y;
—>endfunction

—>y0=1;t0=0;t=0:0.01:2;
—>y=ode(y0,t0,t,f);
—>plot(t,y)
```

Задания

<u>Вариант 1</u>

1. Решите дифференциальное уравнение первого порядка $(t^2 + 1)y' + 2ty = 0$ с учетом начального условия $y(0) = 1$, на интервале $t \in [0,5]$.
2. Модель хищник – жертва описывается системой нелинейных дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} x'(t) = Ax(t) - Bx(t)y(t) \\ y'(t) = Cx(t)y(t) - Dy(t) \end{cases}$$

Пусть *x(t)* и *y(t)* определяют популяцию кроликов и лис, соответственно, в момент времени *t*. Коэффициенты модели задаются: *A=2; B=0,02; C=0,0002; D=0,8.* Определите, какое количество животных будет в системе через 5 лет, если в 0-й момент времени было *x(0)=5000* кроликов и *y(0)=100* лисиц.

3. Решите дифференциальное уравнение $\frac{d^2y}{dt^2} + 3y = t$ с учетом начальных условий $y(0) = y'(0) = 0$, на интервале $t \in [0,1]$.

Вариант 2

1. Решите дифференциальное уравнение первого порядка $y' = 3x^2$ при начальном условии $y(2) = 0{,}5$ на интервале $2 \le x \le 4$. Постройте график.

2. Модель хищник – жертва описывается системой нелинейных дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} x'(t) = Ax(t) - Bx(t)y(t) \\ y'(t) = Cx(t)y(t) - Dy(t) \end{cases}$$

Пусть *x(t)* и *y(t)* определяют популяцию кроликов и лис, соответственно, в момент времени *t*. Коэффициенты модели задаются: *A=1; B=0,01; C=0,0001; D=0,4.* Определите, какое количество животных будет в системе через 5 лет, если в 0-й момент времени было *x(0)=2000* кроликов и *y(0)=50* лисиц.

3. Решите дифференциальное уравнение $\frac{d^2y}{dt^2} + ty = \sin t$ с учетом начальных условий $y(0) = 1$ и $y'(0) = 0$ на интервале $t \in [0,2]$.

Вариант 3

1. Найдите решение ОДУ $y' = -y^3 + 0{,}2\sin x$ с начальным условием $y(0) = 0{,}707$ на интервале $0 \le x \le 10$. Постройте график.

2. Модель хищник – жертва описывается системой нелинейных дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} x'(t) = Ax(t) - Bx(t)y(t) \\ y'(t) = Cx(t)y(t) - Dy(t) \end{cases}$$

Пусть *x(t)* и *y(t)* определяют популяцию кроликов и лис, соответственно, в момент времени *t*. Коэффициенты модели задаются: *A=4; B=0,04; C=0,0004; D=0,8.* Определите, какое количество животных будет в системе через 5 лет, если в 0-й момент времени было *x(0)=6000* кроликов и *y(0)=120* лисиц.

3. Решите дифференциальное уравнение $\frac{d^2y}{dt^2} + 4\frac{dy}{dt} + 3y = t - 1$ с учетом начальных условий $y(0) = y'(0) = 0$, на интервале $t \in [0,10]$.

Вариант 4

1. Найдите решение ОДУ $y' - \frac{3y}{x} = x^3 + x$ с начальным условием $y(1) = 3$ на интервале от 1 до 5. Постройте график.

2. Модель хищник – жертва описывается системой нелинейных дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} x'(t) = Ax(t) - Bx(t)y(t) \\ y'(t) = Cx(t)y(t) - Dy(t) \end{cases}$$

Пусть *x(t)* и *y(t)* определяют популяцию кроликов и лис, соответственно, в момент времени *t*. Коэффициенты модели задаются: *A=3; B=0,03; C=0,0003; D=0,6*. Определите, какое количество животных будет в системе через 5 лет, если в 0-й момент времени было *x(0)=3000* кроликов и *y(0)=90* лисиц.

3. Решите дифференциальное уравнение $\frac{d^2y}{dt^2} + 2\frac{dy}{dt} + y = \cos^2 t$ с учетом начальных условий $y(0) = y'(0) = 0$, на интервале $t \in [0,2\pi]$.

9. Статистические функции и регрессионный анализ

В SciLab существуют следующие базовые статистические функции (табл. 11).

Табл. 11. Статистические функции

Функция	Описание
mean(x)	среднее значение элементов вектора *x*
median(x)	медианное значение элементов вектора *x*
stdev(x)	стандартное отклонение вектора *x*
variance(x)	дисперсия вектора *x*
correl(x,y)	корреляция векторов *x* и *y*
geomean(x)	среднее геометрическое для элементов вектора *x*
min(x)	минимальное значение среди элементов вектора *x*
max(x)	максимальное значение среди элементов вектора *x*

Для построения линейной регрессии следует воспользоваться функцией:

—> *[a,b,sig]=reglin(x,y)*

Эта функция решает задачу регрессии вида $y = ax + b$ с помощью метода наименьших квадратов. *x* и *y* – это матрицы размера *x(p,n)* и *y(q,n)*, где *n* – количество выборок (то есть для парной регрессии это векторы-строки), а *sig* – стандартное отклонение остатков. Оценка *a* является матрицей размера *(q, p)*, а *b* – это вектор размера *(q,1)*.

Задания

Вариант 1

Имеются следующие данные (табл. 12) о связи между произведенной продукцией (в отпускных ценах, млрд. руб., Y) и переработкой сырья (тыс. т., X) по 10 предприятиям.

Табл. 12. Данные

Y	24	28	34	36	40	44	48	53	55	60
X	6	9	12	8	14	18	16	20	24	27

Вычислите средние значения, медианы, максимумы, минимумы, дисперсии и среднеквадратические отклонения для X и Y, корреляцию между ними. Постройте регрессионную модель Y(X). Спрогнозируйте объем произведенной продукции при X=22. Постройте график.

Вариант 2

Поголовье крупного рогатого скота в тыс. голов (Y) и количество рабочих мест в тыс. шт. (X) на агропредприятии в 1994-2002 году формировались следующим образом:

Табл. 13. Данные

Год	1994	1995	1996	1997	1998	1999	2000	2001	2002
Y	5	5	8	6	7	10	10	10	11
X	3	3	5	4	5	6	6	6	7

Вычислите средние значения, медианы, максимумы, минимумы, дисперсии и среднеквадратические отклонения для X и Y, корреляцию между ними. Постройте регрессионную модель Y(X). Спрогнозируйте поголовье при X=8. Постройте график.

Вариант 3

Объем продукции в млн. руб. (Y) и объем использованных материалов в млн. руб. (X) на предприятии в 1991-2000 гг. формировались следующим образом:

Табл. 14. Данные

Год	1991	1992	1993	1994	1995	1996	1997	1998	1999	2000
Y	15	12	14	13	15	13	16	14	22	16
X	9	7	8	8	9	8	10	8	13	10

Вычислите средние значения, медианы, максимумы, минимумы, дисперсии и среднеквадратические отклонения для X и Y, корреляцию между ними. Постройте регрессионную модель Y(X). Спрогнозируйте объем произведенной продукции при X=11. Постройте график.

Вариант 4

При исследовании 8 магазинов получены следующие данные:

Табл. 15. Данные

Объем товарооборота, млн. руб. (Y)	5	7	9	11	14	14	17	19
Число работников, чел. (X)	73	85	102	115	122	126	134	147

Вычислите средние значения, медианы, максимумы, минимумы, дисперсии и среднеквадратические отклонения для X и Y, корреляцию между ними. Постройте регрессионную модель Y(X). Спрогнозируйте объем произведенной продукции при X=108. Постройте график.

Список литературы

1. Говорухин В., Цибулин В. Компьютер в математическом исследовании. Учебный курс. – СПб.: Питер, 2001. – 624 с.
2. Иглин С. Математические расчеты на базе MATLAB. – СПб.: БХВ-Петербург, 2005. – 640 с.
3. Капитанов Д.В., Капитанова О.В. Введение в SciLab: Лабораторный практикум. - Нижний Новгород: Нижегородский госуниверситет, 2019. – 56 с.
4. Квасов, Б.И. Численные методы анализа и линейной алгебры. Использование Matlab и Scilab [Электронный ресурс]: учебное пособие / Б.И. Квасов. — Электрон. дан. — Санкт-Петербург: Лань, 2016. — 328 с. — Режим доступа: https://e.lanbook.com/book/71713.
5. Решение инженерных задач в среде Scilab [Электронный ресурс]: учебное пособие / А.Б. Андриевский [и др.]. — Электрон. дан. — Санкт-Петербург: НИУ ИТМО, 2013. — 97 с. — Режим доступа: https://e.lanbook.com/book/71062.
6. Anderson P.L. Business Economics and Finance with MATLAB®, GIS, and Simulation Models. – Boca Raton: CHAPMAN & HALL/CRC, 2005. – 457 p.
7. Brandimarte P. Numerical Methods in Finance and Economics. A MATLAB-Based Introduction. - New Jersey: John Wiley & Sons, Inc., 2006. – 694 p.
8. Karris S.T. Numerical Analysis Using MATLAB and Excel. Third Edition. – Fremont: Orchard Publications, 2007. – 627 p.
9. Martinez W.L., Martinez A.R. Computational Statistics Handbook with MATLAB. – Boca Raton: CHAPMAN & HALL/CRC, 2002. – 585 p.
10. SciLab Documentation // http://www.scilab.org [Режим доступа: свободный, 09.11.2018]

Денис Владимирович **Капитанов**
Ольга Владимировна **Капитанова**

Применение пакета SciLab в экономико-математических исследованиях

Практикум

Федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования
«Национальный исследовательский
Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского»
603950, Нижний Новгород, пр. Гагарина, 23