

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования
«Национальный исследовательский Нижегородский государственный
университет им. Н.И. Лобачевского»

Т.И. Овсецина

**ОПРЕДЕЛЕНИЕ МОМЕНТА ИНЕРЦИИ МАХОВОГО КОЛЕСА
МЕТОДОМ КОЛЕБАНИЙ**

Практикум

Рекомендовано методической комиссией физического факультета
для студентов ННГУ, обучающихся по направлениям подготовки
03.03.02 «Физика», 11.03.04 «Электроника и наноэлектроника»,
28.03.01 «Нанотехнологии и микросистемная техника»,
09.03.02 «Информационные системы и технологии»

Нижний Новгород

2018

УДК 53

ББК 22.3

Определение момента инерции махового колеса методом колебаний: практикум. – Нижний Новгород: Издательство Нижегородского госуниверситета, 2018. – 12 с.

Автор: к.ф.-м.н., доцент Овсецина Т.И.

Рецензент: к.ф.-м.н., доцент Перов А.А.

Данный практикум посвящен изучению понятий момента инерции твердого тела и момента сил, законов динамики вращательного движения твердого тела. Экспериментальный метод основан на использовании зависимости периода колебаний физического маятника от его момента инерции. Приведено описание лабораторной работы и указания к ее выполнению.

Учебно-методические указания предназначены для студентов 1 курса физического факультета.

Ответственный за выпуск:
председатель методической комиссии
физического факультета ННГУ, к.ф.-м.н., доцент Перов А.А.

УДК 53
ББК 22.3

Нижегородский государственный
университет им. Н.И. Лобачевского,
2018

ОПРЕДЕЛЕНИЕ МОМЕНТА ИНЕРЦИИ МАХОВОГО КОЛЕСА МЕТОДОМ КОЛЕБАНИЙ

Цель работы: В данной работе рассматривается метод экспериментального определения момента инерции махового колеса относительно горизонтальной оси вращения с использованием дополнительного груза. Метод колебаний основан на зависимости периода колебаний физического маятника от величины его момента инерции.

1. Основные понятия, законы и параметры вращательного движения твердого тела

Момент инерции

Момент инерции является важнейшей физической величиной, описывающей распределение массы в твердом теле. Момент инерции характеризует инертность тела при вращательном движении вокруг оси подобно тому, как масса характеризует инертность тела при поступательном движении.

Моментом инерции материальной точки относительно оси z (оси вращения) называется произведение массы m точки на квадрат ее расстояния r до оси z :

$$I = mr^2. \tag{1.1}$$

Момент инерции системы n материальных точек относительно оси z равен сумме моментов инерции всех материальных точек системы:

$$I = \sum_{i=1}^n I_i = \sum_{i=1}^n m_i r_i^2 . \quad (1.2)$$

Момент инерции твердого тела относительно оси z при непрерывном распределении массы по объему тела определяется предельным переходом от суммы в выражении (1.2) к интегралу:

$$I = \int_m r^2 dm, \quad (1.3)$$

где r – расстояние от элементарной массы dm до оси z . Интегрирование ведется по всему объему тела.

Из (1.1) – (1.3) следует, что момент инерции зависит от распределения массы относительно оси вращения. А именно: чем дальше масса удалена от оси, тем больше момент инерции, тем труднее заставить тело вращаться или остановить уже вращающееся тело. В общем случае момент инерции твердого тела относительно какой-либо оси зависит от массы, формы и размеров тела, а также и от положения тела по отношению к этой оси.

Следует отметить, что если известен момент инерции тела I_0 относительно некоторой оси, проходящей через центр масс, то в соответствии с теоремой Гюйгенса–Штейнера момент инерции тела I относительно любой другой оси, параллельной первоначальной, и находящейся на расстоянии a от нее, равен:

$$I = I_0 + ma^2, \quad (1.4)$$

где m – масса тела.

Момент силы

Различают момент силы относительно точки и относительно оси.

Моментом силы относительно точки O называется векторная величина M , равная векторному произведению радиус-вектора r , проведенного из точки O в точку приложения силы, на вектор силы F :

$$M = r \times F. \quad (1.5)$$

Моментом силы относительно оси z , проходящей через точку O , называется скалярная величина M_z , равная проекции вектора M на ось z .

Основной закон динамики твердого тела, вращающегося вокруг неподвижной точки, который называется уравнением моментов и является следствием законов Ньютона, имеет вид:

$$\frac{dL}{dt} = M, \quad (1.6)$$

где величина L – это момент импульса тела относительно некоторой неподвижной точки O , выбранной за начало координат; а M – момент внешних сил относительно той же точки.

Если же твердое тело вращается вокруг закрепленной оси, то векторное уравнение сводится к скалярному уравнению. В частности, если ось вращения совпадает с осью координат z , то

$$\frac{dL_z}{dt} = M_z, \quad (1.7)$$

где L_z, M_z – соответственно проекции L и M на ось z .

В связи с тем, что взаимное расположение точек в твердом теле не изменяется со временем, момент инерции является постоянной величиной. Поэтому уравнение (1.7) может быть представлено в следующем виде:

$$I\varepsilon_z = M_z, \quad (1.8)$$

где M_z – сумма моментов внешних сил, действующих на тело, относительно оси вращения (резльтирующий момент сил); I – момент инерции тела относительно оси вращения; ε_z – проекция углового ускорения тела на эту же ось.

2. Описание установки. Методика определения параметров колебательного движения махового колеса

Маховое колесо представляет собой твердое тело, ось вращения которого проходит через центр масс, следовательно, оно будет находиться в состоянии безразличного равновесия. Но если к нему прикрепить дополнительный груз, центр масс которого не лежит на оси вращения колеса, то центр масс вновь образованной системы сместится с оси вращения в направлении прикрепленного груза, и равновесие будет уже устойчивым. Такое колесо, будучи выведенным из положения устойчивого равновесия, будет колебаться относительно оси вращения, представляя собой физический маятник.

Установка, с помощью которой проводится исследование, состоит из единой системы двух массивных маховых колес (K) и двух шкивов разного диаметра (A , B), насаженных на вал (C). Ось OO_1 , проходящая через центр масс колеса и перпендикулярная его плоскости, установлена на шарикоподшипниках, закрепленных в кронштейне на стене.

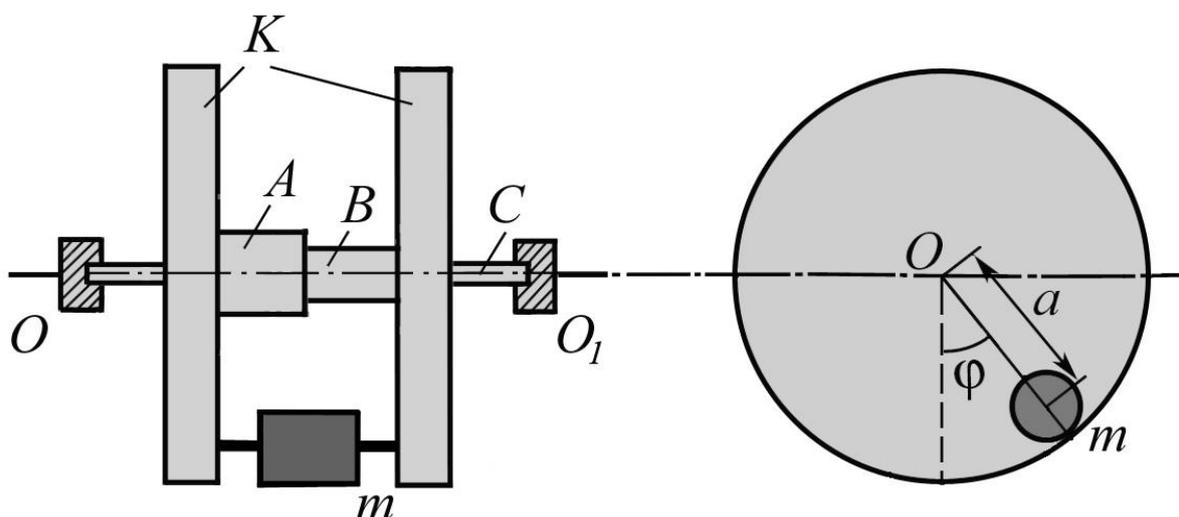


Рис. 1. Экспериментальная установка для определения момента инерции махового колеса методом колебаний

На маховые колеса на расстоянии a от их оси вращения прикреплен дополнительный цилиндрический груз массой m , геометрическая ось которого параллельна оси вращения маховых колес. Схема экспериментальной установки данной лабораторной работы показана на рис. 1.

Выведенный из положения равновесия, как показано на рис.1, физический маятник будет совершать гармонические колебания под действием момента силы тяжести дополнительного груза. Момент сил трения в оси (при данной конфигурации системы) достаточно мал. Поэтому его влияние можно не учитывать.

Пренебрегая силами трения, можно записать уравнение движения маятника в виде:

$$I_0 \frac{d^2 \varphi}{dt^2} = -mga \sin \varphi, \quad (2.1)$$

где I_0 – момент инерции маятника относительно оси OO_1 , m – масса дополнительного груза, φ - угол отклонения маятника от положения равновесия.

Для малых углов ($\varphi \leq 10^\circ$) $\sin(\varphi) \approx \varphi$, следовательно:

$$I_0 \frac{d^2 \varphi}{dt^2} = -mga \varphi$$

или

$$\frac{d^2 \varphi}{dt^2} + \frac{mgl}{I_0} \varphi = 0. \quad (2.2)$$

Уравнение (2.2) представляет собой уравнение гармонических колебаний с периодом

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I_0}{mga}}. \quad (2.3)$$

Следовательно, выражая из (2.3) момент инерции системы I_0 , получаем:

$$I_0 = \frac{mgaT^2}{4\pi^2}. \quad (2.4)$$

Величины m , a и T могут быть найдены непосредственными измерениями из серии опытов.

ЗАДАНИЯ

1. Подготовьте экспериментальную установку как показано на рис. 1. Для этого подберите три дополнительных груза разной массы, грузы могут быть составными.
2. Смонтируйте выбранный груз на систему маховых колес. Для этого груз (или грузы) необходимо надеть на штифт и ввинтить штифт в диски маховых колес.
3. Выведите маховик из положения равновесия на небольшой угол ($10-15^\circ$) и отпустите. Определите при помощи секундомера время нескольких полных колебаний маятника. Измерения выполните необходимое число раз. Повторите серии экспериментов для дополнительных грузов с другими массами.
4. Рассчитайте момент инерции системы методом колебаний, используя формулу (2.4), и определите его погрешность.
5. Выведите формулы для расчета моментов инерции шкивов и оси через их линейные размеры и плотность. Оцените величину этих моментов инерции. Решите вопрос, следует ли вычитать их из момента инерции всей системы, чтобы получить момент инерции махового колеса.
6. Решите тот же вопрос относительно дополнительного груза.
7. Выведите формулу для расчета момента инерции махового колеса через его линейные размеры и плотность. Произведите расчет теоретического значения момента инерции.
8. Рассчитанное значение момента инерции колеса сравните со значением, полученным экспериментально.

ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Определите понятия момента инерции материальной точки и момента инерции твердого тела относительно оси вращения. Каков физический смысл момента инерции?
2. Охарактеризуйте свойство аддитивности момента инерции твердого тела.
3. Сформулируйте понятия: «момент силы относительно точки», «момент силы относительно оси», «угловое ускорение».
4. Запишите основное уравнение динамики вращательного движения.
5. Сформулируйте теорему Гюйгенса–Штейнера.
6. Каково назначение дополнительного груза в данной работе? Как определяется его момент инерции?
7. Как изменится период колебаний физического маятника, если изменить диаметр колеса, не меняя массы? Если груз перенести ближе к оси?

ЛИТЕРАТУРА

1. Сивухин Д.В. Общий курс физики. Т.1. Механика. М.: Наука, 1989. <http://www.lib.unn.ru/php/details.php?DocId=465658>.
2. Матвеев А.Н. Механика и теория относительности. М.: Высшая школа, 1976. <http://www.lib.unn.ru/php/details.php?DocId=239865>.
3. Стрелков С.П. Механика [Электронный ресурс]: учеб. пособие — Электрон. дан. — Санкт-Петербург: Лань, 2005. — 560 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/589>.

Татьяна Ивановна Овсечина

**ОПРЕДЕЛЕНИЕ МОМЕНТА ИНЕРЦИИ МАХОВОГО КОЛЕСА
МЕТОДОМ КОЛЕБАНИЙ**

Практикум