

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования
«Национальный исследовательский Нижегородский государственный
университет им. Н.И. Лобачевского»

Т.И. Овсецина

ИЗУЧЕНИЕ ВЯЗКОСТИ ЖИДКОСТИ

Практикум

Рекомендовано методической комиссией физического факультета
для студентов ННГУ, обучающихся по направлениям подготовки
03.03.02 «Физика», 11.03.04 «Электроника и микроэлектроника»,
28.03.01 «Нанотехнологии и микросистемная техника»,
09.03.02 «Информационные системы и технологии»

Нижегород

2020

УДК 53

ББК 22.3

Изучение вязкости жидкости: практикум. – Нижний Новгород: Издательство Нижегородского государственного университета, 2019. –16 с.

Автор: к.ф.-м.н., доцент Овсецина Т.И.

Рецензент: к.ф.-м.н., доцент Перов А.А.

Данный практикум посвящен изучению законов движения тел в вязкой среде и применению этих законов к экспериментальному определению коэффициента вязкости глицерина методом Стокса.

Учебно-методические указания предназначены для студентов 1 курса физического факультета.

Ответственный за выпуск:
председатель методической комиссии
физического факультета ННГУ, к.ф.-м.н., доцент Перов А.А.

УДК 53

ББК 22.3

Нижегородский государственный
университет им. Н.И. Лобачевского,
2020

Цель работы: экспериментальное определение коэффициента вязкости (коэффициента внутреннего трения) жидкости.

1. Природа сил вязкого трения. Формула Стокса

Всем реальным жидкостям и газам в большей или меньшей степени присуща вязкость или внутреннее трение. **Вязкостью** называют свойство текучих тел (жидкостей и газов) оказывать сопротивление перемещению одной их части относительно другой. В жидкости вязкость обусловлена силами межмолекулярного взаимодействия, а в газах – столкновениями атомов или молекул.

Природа возникновения внутреннего трения может быть объяснена следующим образом. Пусть между двумя пластинами находится плоский слой жидкости. Верхняя пластина движется с постоянной скоростью \vec{v} , нижняя покоится (см. рис. 1). Расстояние между верхней и нижней пластинами обозначим как h . Мысленно разобьем жидкость на очень тонкие слои плоскостями, параллельными пластинам. Можно полагать, что слои жидкости, касающиеся твердых тел, прилипают к ним. Поэтому верхний слой жидкости будет двигаться со скоростью \vec{v} , а нижний слой будет практически неподвижен. Во внутренних слоях скорость непрерывно изменяется (как изображено на рисунке), то есть представляет собой некоторую функцию от координаты z . Между соприкасающимися слоями при различии в скоростях возникают силы, направленные вдоль плоскостей соприкосновения и препятствующие их относительному перемещению.

Рассмотрим силы, действующие на отдельный тонкий слой жидкости. Со стороны верхнего слоя на выделенный слой жидкости действует сила \vec{F}_{mp} , а со стороны нижнего - сила \vec{F}'_{mp} . Эти силы называются **силами внутреннего трения**. Возникновение этих сил связано с тем, что при перемешивании молекул соседних слоев вследствие их теплового движения происходит

передача импульса от молекул более быстро движущегося слоя к молекулам более медленного слоя, при этом сами молекулы увлекаются в движение за счет сил сцепления между молекулами соседних слоев.

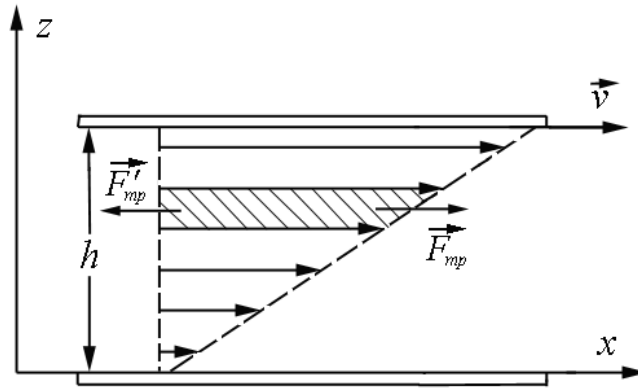


Рис. 1.

Количественно внутреннее трение среды определяется коэффициентом вязкости жидкости. Ньютоном эмпирически было установлено, что модуль силы трения \vec{F}_{mp} , действующей со стороны вязкой жидкости, определяется следующим выражением:

$$F_{mp} = \eta \frac{dv}{dz} S, \quad (1)$$

где $\frac{dv}{dz}$ - изменение скорости в направлении оси z , S - площадь верхней пластины. Коэффициент пропорциональности η называется **коэффициентом динамической вязкости** или **внутреннего трения среды**. Из закона Ньютона следует, что вязкость численно равна силе внутреннего трения, действующей на единицу площади соприкасающихся слоев жидкости.

Количественно η характеризует сопротивление жидкости перемешиванию ее слоев относительно друг друга. Коэффициент является положительной величиной, определяет скорость переноса импульса в

результате теплового движения частиц жидкости и зависит от свойств среды. Он численно равен импульсу, переносимому в единицу времени через площадку в 1 м^2 при градиенте скорости (в направлении, перпендикулярном к площадке), равном единице (1 м/с на 1 м длины). В системе СИ единицей измерения коэффициента вязкости является Паскаль-секунда. В системе СГС единицу измерения коэффициента вязкости называют Пуазом в честь французского ученого Ж. Пуазейля, исследовавшего течение вязкой жидкости. Коэффициент динамической вязкости зависит не только от природы жидкости, но и от температуры жидкости - с повышением температуры он уменьшается.

Если жидкость перемещается слоями, параллельными направлению течения, и скорость течения мало меняется от слоя к слою, то такое течение жидкости называется *ламинарным течением*. В условиях установившегося ламинарного течения при постоянной температуре вязкость жидкости есть постоянная величина, не зависящая от градиента скорости, а формула (1) принимает вид:

$$F_{mp} = \eta \frac{v}{h} S. \quad (2)$$

Характер течения жидкости определяется с помощью *числа Рейнольдса* R_e , в которое входит скорость потока жидкости \vec{v} , характерный размер l (например, диаметр шарика, движущегося в вязкой среде), плотность жидкости ρ и коэффициент вязкости η :

$$R_e = \frac{vl\rho}{\eta}. \quad (3)$$

Для каждого конкретного вида течения существует свое критическое значение числа Рейнольдса, которое определяет переход от ламинарного вида течения к турбулентному виду. В последнем случае слои движущейся

жидкости интенсивно перемешиваются, возникают вихревые явления. Частицы жидкости совершают нерегулярное, неустановившееся движение по сложным траекториям.

Силы вязкого трения (силы сопротивления) при движении тела в среде зависят от формы тела, скорости движения и физических свойств среды - вязкости и плотности. Стоксом было получено выражение для силы сопротивления при ламинарном обтекании шарика безграничной вязкой жидкостью.

$$\vec{F}_c = -6\pi\eta r\vec{v}, \quad (4)$$

где η - коэффициент динамической вязкости жидкости, \vec{v} и r - скорость и радиус шарика. Знак минус показывает, что сила сопротивления направлена противоположно вектору скорости тела.

Формула Стокса применяется лишь в случае шарообразных тел малых размеров и малых скоростей их движения. По формуле Стокса можно, например, определять скорости оседания частиц тумана и дыма. Ею можно пользоваться и для решения обратной задачи – измеряя скорость падения шарика в жидкости, можно определить ее вязкость.

2. Определение коэффициента вязкости жидкости методом Стокса

Рассмотрим падение шарика в вязкой среде. На шарик действуют три силы: сила тяжести $m\vec{g}$, сила Архимеда \vec{F}_A и сила сопротивления среды \vec{F}_c (см. рис. 2).

По второму закону Ньютона:

$$m\vec{a} = m\vec{g} + \vec{F}_A + \vec{F}_c. \quad (5)$$

В проекции на ось x:

$$ma_x = mg - F_A - F_c. \quad (6)$$

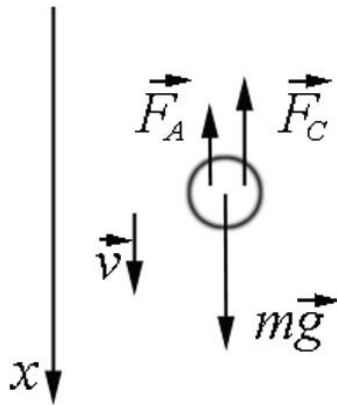


Рис. 2.

Величину силы сопротивления определяем выражением (4), а модули сил тяжести и Архимеда равны соответственно: $mg = \rho g V$ и $F_A = \rho_{ж} g V$, где ρ и $\rho_{ж}$ - плотности материала шарика и жидкости соответственно, а V - объем шарика.

Принимая во внимание, что $a_x = \frac{dv}{dt}$, $V = \frac{4}{3}\pi r^3$, получаем:

$$\frac{dv}{dt} = \frac{\rho - \rho_{ж}}{\rho} g - \frac{9}{2} \frac{\eta}{\rho r^2} v,$$

$$\frac{dv}{dt} = \frac{9}{2} \frac{\eta}{\rho r^2} \left(\frac{2}{9} \frac{\rho r^2}{\eta} \frac{\rho - \rho_{ж}}{\rho} g - v \right), \quad (7)$$

Далее вводим обозначения:

$$v_o = \frac{2}{9} \frac{r^2 g}{\eta} (\rho - \rho_{ж}), \quad (8)$$

$$\beta = \frac{2}{9} \frac{\rho r^2}{\eta}. \quad (9)$$

Решаем дифференциальное уравнение (7) методом разделения переменных:

$$\frac{dv}{dt} = -\frac{1}{\beta}(v - v_0)$$

$$\frac{dv}{v - v_0} = -\frac{1}{\beta} dt$$

Интегрируем и при условии, что начальная скорость шарика равна нулю, находим зависимость $v(t)$:

$$v(t) = v_0 (1 - \exp(-t/\beta)), \quad (10)$$

величину v_0 называют **установившейся скоростью**.

Зависимость $v(t)$ представлена на рис. 3. Движение шарика будет сложным. Сначала его скорость увеличивается, поскольку результирующая сил тяжести и Архимеда будет больше силы сопротивления. На графике

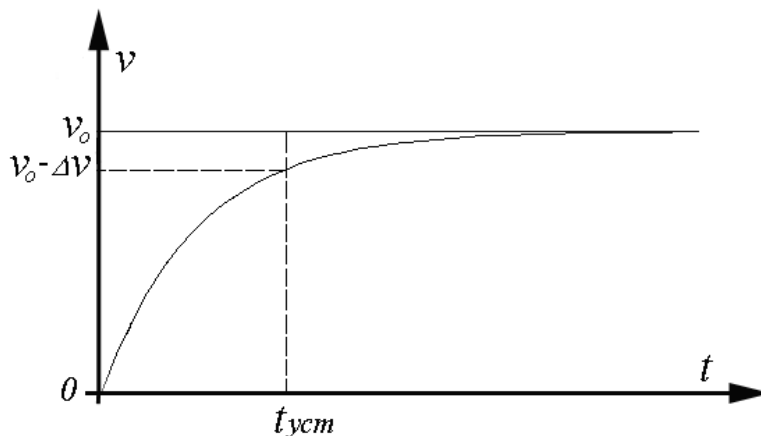


Рис. 3.

видно, что в начале движения скорость растет пропорционально времени. С увеличением скорости сила сопротивления возрастает, результирующая всех сил уменьшается, также уменьшается и ускорение, с которым движется шарик. С течением времени величина скорости v приближается асимптотически к значению v_0 и при $t \gg \beta$ движение станет почти равномерным. Это происходит тем быстрее, чем больше η и меньше радиус шарика r .

Коэффициент вязкости η можно выразить из формулы (9):

$$\eta = \frac{2}{9} \frac{r^2 g}{v_0} (\rho - \rho_{ж}) \quad (11)$$

Приведенные формулы справедливы для падения шарика в безграничной среде. Стенки сосуда замедляют движение. Если шарик падает вдоль оси цилиндрического сосуда радиуса R , то необходимо учитывать влияние стенок сосуда. Для такого случая немецкий физик Р. Ладенбург теоретически обосновал поправки к формуле Стокса (4). С учетом поправок выражение для коэффициента вязкости принимает следующий вид:

$$\eta = \frac{2}{9} r^2 g \frac{\rho - \rho_{ж}}{v_0 (1 + 2,4r/R)}. \quad (12)$$

Очевидно, что для значений $r \ll R$ формула (12) переходит в (11).

3. Описание установки.

Методика определения коэффициента вязкости

Установка представляет собой круглодонный цилиндрический сосуд, укрепленный вертикально на подставке, имеющей винты и отвес, предназначенные для установки вертикальности цилиндра (см. рис. 4).

Снаружи цилиндра укреплены кольцевые горизонтальные метки, расстояния между которыми можно изменять в ходе выполнения работы.

Сосуд заполнен исследуемой вязкой жидкостью – в нашем случае глицерином. В работе изучается падение стальных и свинцовых шариков небольших размеров в глицерине и определяется коэффициент вязкости глицерина.

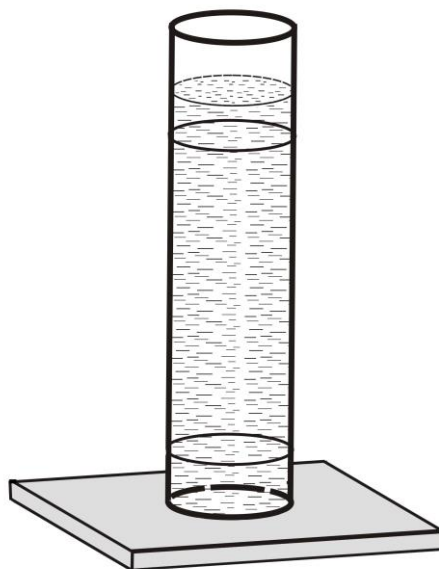


Рис. 4.

С помощью микрометра необходимо выполнить измерения диаметров шариков, используемых в эксперименте. Выставить горизонтальные метки, находящиеся на сосуде с жидкостью, линейкой с миллиметровой шкалой измерить расстояние между метками. Опустить шарик в сосуд, так чтобы он двигался по оси цилиндра, и измерить секундомером время его прохождения между метками. Для этого осторожно положить шарик на поверхность жидкости как можно ближе к оси цилиндра, включить секундомер в момент прохождения шариком верхней метки и остановить его, когда шарик пройдет нижнюю метку. Во избежание явления параллакса при проведении измерений глаза экспериментатора должны находиться на уровне меток – сначала верхней, потом нижней. Шарики, упавшие на дно, извлекаются при помощи сетки с держателем, которая находится на дне сосуда.

Чтобы вычислить значение η , используя формулу (11), необходимо знать установившуюся скорость шарика v_0 . Определить ее можно из опыта.

При этом будем полагать, что экспериментальную скорость движения шарика v можно считать практически установившейся, если она отличается от значения v_0 на величину, не превышающую ошибку измерения скорости Δv (см. рис. 3). Момент времени, когда $v = v_0 - \Delta v$ обозначим как t_{ycm} .

$$v_0(1 - \exp(-t_{ycm}/\beta)) = v_0 - \Delta v$$

$$v_0 \exp(-t_{ycm}/\beta) = \Delta v$$

$$t_{ycm} = \beta \ln \frac{v_0}{\Delta v} = \frac{2}{9} \frac{\rho r^2}{\eta} \ln \frac{v_0}{\Delta v} \quad (13)$$

После момента времени t_{ycm} движение шарика в пределах погрешностей эксперимента можно считать равномерным. Для расчета t_{ycm} нам необходимы значения:

- плотности глицерина – ее можно определить с помощью ареометра;
- радиусы шариков – можно измерить микрометром;
- v_0 , Δv , η - можно установить из серии оценочных опытов.

В ходе оценочных опытов необходимо измерить время движения шариков и пройденное ими расстояние S (верхняя метка на сосуде должна быть ниже уровня жидкости на (5...8) см), затем вычислить среднюю скорость движения шариков и ее погрешность:

$$v_{cp} = S/t, \quad \Delta v = v_{cp} \sqrt{\varepsilon_S^2 + \varepsilon_t^2} \quad (14)$$

Полученное значение v_{cp} можно приближенно использовать как v_0 в формуле (11), что позволяет нам рассчитать оценочное значение коэффициента вязкости.

Далее возвращаемся к формуле (13) и определяем время установления $t_{уст}$ и путь установления скорости $S_{уст} = v_{cp} \cdot t_{уст}$. Этот путь шарик пройдет в сосуде с глицерином до места, начиная с которого его движение станет равномерным.

Переместим верхнюю горизонтальную метку на сосуде с глицерином так, чтобы исключить расстояние $S_{уст}$ - верхняя метка на сосуде должна быть ниже уровня жидкости на эту величину. Нижняя метка располагается как можно ближе ко дну сосуда. Весь выполняющийся далее основной эксперимент проводим с неизменным расстоянием между горизонтальными метками на сосуде.

Основной эксперимент для определения установившейся скорости v_0 следует проводить в соответствии с приведенными ниже заданиями. Для расчетов используются выведенные формулы. Итоговое значение коэффициента вязкости необходимо сравнить с табличными значениями, приведенными в Приложении.

4. Задания

1. Измерить диаметры шариков с помощью микрометра. В работе использовать шарики разной плотности (стальные и свинцовые) и разных диаметров.
2. Используя ареометры, определить плотность глицерина в сосуде.
3. Измерить термометром и записать значение температуры около установки.
4. Провести предварительный опыт для определения оценочных значений установившейся скорости, коэффициента вязкости и их погрешностей (см. методику эксперимента).
5. По результатам предварительного опыта вычислить число Рейнольдса и проверить, является ли обтекание ламинарным.
6. Оценить время и путь установления ($t_{уст}$, $S_{уст}$) для разных шариков.
7. Провести основной эксперимент для определения установившейся скорости v_0 : измерить время и путь движения всех подготовленных ранее шариков; рассчитать v_{cp} и Δv для каждого случая.
8. Вычислить η по формуле (11), а также погрешность $\Delta\eta$ по скорости каждого шарика, проанализировать полученные результаты.
9. Выяснить, можно ли в пределах точности эксперимента не учитывать влияние стенок сосуда. Расчеты провести для шариков с разными диаметрами.
10. Используя метод неравноточных измерений, вычислить η и погрешность $\Delta\eta$ по средней скорости каждого шарика.
11. Определить концентрацию глицерина в сосуде (см. Приложение).

5. Контрольные вопросы

1. Чем объясняется различие в изменениях вязкостей газов и жидкостей при нагреве среды?

2. Как зависит коэффициент внутреннего трения жидкостей от температуры?
3. Каков физический смысл коэффициента вязкости жидкости?
4. Что такое турбулентное движение жидкости, чем оно отличается от ламинарного? Какие значения в этих случаях принимает число Рейнольдса?
5. Почему необходимо опускать шарик как можно ближе к оси симметрии цилиндра с жидкостью?
6. Постройте графики зависимости $a(t)$, $v(t)$, $S(t)$ для случаев: а) шарик опускается в глицерин без начальной скорости, б) шарик падает в жидкость с некоторой начальной скоростью ($v_{нач} > v_0$, $v_{нач} < v_0$, $v_{нач} = v_0$).
7. Выведите формулу для определения пути $S_{уст}$, пройденного шариком за время $t_{уст}$, используя закон изменения скорости $v(t)$ (формула (10)).
8. Поскольку коэффициент вязкого трения зависит от отношения радиусов цилиндра и шарика, оцените, при каком значении этого отношения справедлива формула (12).

Литература

1. Сивухин Д.В. Общий курс физики. Т.1. Механика. М.: Наука, 1989. <http://www.lib.unn.ru/php/details.php?DocId=465658>.
2. Матвеев А.Н. Механика и теория относительности. М.: Высшая школа, 1976. <http://www.lib.unn.ru/php/details.php?DocId=239865>.
3. Стрелков С.П. Механика [Электронный ресурс]: учеб. пособие — Электрон. дан. — Санкт-Петербург: Лань, 2005. — 560 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/589>.
4. Фаддеев М.А. Элементарная обработка результатов измерений. Нижний Новгород: Изд. ННГУ, 2004, 120 с.

Приложение

Таблица 1

Плотность некоторых веществ

Вещество	Свинец	Сталь	Глицерин (при 20°C)
ρ , г/см ³	11,34±0,03	7,80±0,04	1,26±0,05

Таблица 2

Вязкость глицерина в различных условиях
[$\eta \cdot 10^{-3}$, Н·с/м²]

1. Чистый глицерин

t, °C	0	10	20	30	40	50	60	70
η	12100	3950	1480	600	330	180	102	59

2. Водный раствор глицерина (указан весовой процент глицерина)

t, °C	10%	25%	50%	80%	95%	96%	97%	98%	99%	100 %
20	1,307	2,089	6,032	61,8	543,5	659,0	802	971	1194	1495
25	1,149	1,805	5,024	45,72	365,0	434,0	521,5	627	772	942
30	1,021	1,586	4,233	34,81	248,0	295,8	353,0	423	510	662

Татьяна Ивановна Овсецина

ИЗУЧЕНИЕ ВЯЗКОСТИ ЖИДКОСТИ

Практикум