

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РФ  
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского»  
Национальный исследовательский университет

Мичасова О.В.

**Имитационное моделирование  
экономических систем: проектно-  
ориентированный подход**

Учебно-методическое пособие

Рекомендовано методической комиссией механико-математического факультета, центром инновационных образовательных технологий (Центр «Тюнинг») ИЭП для студентов ННГУ, обучающихся по направлению подготовки 38.03.05 «Бизнес-информатика»

Нижний Новгород  
2014

УДК 519.876.5  
ББК 32.81-65с  
М-70

Материалы подготовлены в соответствии с планом работ по реализации дорожной карты ННГУ на 2013 – 2014 гг.

Задача 1.2. Внедрение современных педагогических технологий в учебный процесс

Мероприятие 1.2.1. Формирование учебно-методических материалов для проектно-ориентированного обучения (project based learning) по разным направлениям обучения

М-70 **Мичасова О.В.** ИМИТАЦИОННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ЭКОНОМИЧЕСКИХ СИСТЕМ: Учебно-методическое пособие. – Нижний Новгород: Нижегородский госуниверситет, 2014. – 186 с.

Консультант: доктор физ.-мат. наук, профессор **А.К. Любимов**

В пособии представлены методологические основы преподавания курса «Имитационное моделирование экономических систем» в бакалавриате по направлению Бизнес-информатика. Особое внимание уделяется современным педагогическим методикам активного обучения и проектному методу. Приведена программа курса, описание применения метода проектов в рамках данного курса и содержание лекций, практических занятий и лабораторных работ с применением различных педагогических технологий.

Учебно-методическое пособие предназначено для преподавателей естественно-научных и технических высших учебных заведений, а также студентов, изучающих имитационное моделирование.

Ответственные за выпуск:  
председатель методической комиссии механико-математического факультета  
доц. Денисова Н.А., руководитель центра инновационных образовательных  
технологий (Центр «Тюнинг») ИЭП проф. А.К. Любимов

УДК 519.876.5  
ББК 32.81-65с

© О.В. Мичасова, 2014  
© Нижегородский государственный  
университет им. Н.И. Лобачевского, 2014

## **Содержание**

Рабочая программа дисциплины «Имитационное моделирование экономических систем» .....	5
Цели освоения дисциплины .....	5
Место дисциплины в структуре ООП .....	5
Требования к результатам освоения дисциплины «Имитационное моделирование экономических систем».....	5
Структура и содержание дисциплины «Имитационное моделирование экономических систем» .....	6
Образовательные технологии .....	7
Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины .....	8
Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины «Имитационное моделирование экономических систем» .....	8
Материально-техническое обеспечение дисциплины «Имитационное моделирование экономических систем».....	9
Методические основы выполнения проектной работы по курсу «Имитационное моделирование экономических систем».....	10
Виды проектной работы .....	10
Тема проектной работы .....	12
Отчет по проекту .....	14
Работа в группе.....	15
Руководитель проекта (супервайзер) .....	16
Достоинства и недостатки проектного метода обучения .....	16
Содержание курса «Имитационное моделирование экономических систем» ...	18
Лекция 1. Процесс принятия решений.....	18
Практическое занятие 1. Системы и модели.....	21
Лабораторная работа 1. Экономическое моделирование в Excel. Часть 1 .....	24
Лекция 2. Построение моделей. Виды моделей.....	27
Практическое занятие 2. Построение моделей .....	30
Лабораторная работа 2. Экономическое моделирование в Excel. Часть 2 .....	37
Лекция 3. Имитационное моделирование .....	39

Практическое занятие 3. Имитационное моделирование (метод Монте-Карло) .....	44
Лабораторная работа 3. Реализация метода Монте-Карло в Excel .....	50
Лекция 4. Системная динамика .....	58
Практическое занятие 4. Основные концепции системной динамики..	68
Лабораторная работа 4. Системная динамика: типовые структуры .....	77
Лекция 5. Основные концепции системной динамики .....	92
Практическое занятие 5. Основные концепции системной динамики..	99
Лабораторная работа 5. Системная динамика: практический пример 102	
Лекция 6. Моделирование динамических систем.....	109
Практическое занятие 6. Моделирование динамических систем (модель спроса и предложения) .....	115
Лабораторная работа 6. Моделирование динамических систем (модель спроса и предложения) .....	119
Лекция 7. Дискретно-событийное моделирование.....	123
Практическое занятие 7. Дискретно-событийное моделирование .....	130
Лабораторная работа 7. Дискретно-событийное моделирование .....	137
Лекция 8. Агентное (мультиагентное) моделирование.....	140
Практическое занятие 8. Защита проектных работ .....	143
Лабораторная работа 8. Агентное (мультиагентное) моделирование .	143
Список литературы.....	150
Приложение 1. Полезные функции MS Excel .....	153
Приложение 2. Работа с пакетом iThink .....	159
Приложение 3. Работа с пакетом Simulink .....	172

# **Рабочая программа дисциплины «Имитационное моделирование экономических систем»**

## ***Цели освоения дисциплины***

Целями освоения дисциплины «Имитационное моделирование экономических систем» являются знакомство обучающихся с современными методами имитационного моделирования экономических систем; выработка основных навыков компьютерного моделирования социально-экономических процессов и проведения экспериментов; формирование умений качественного и количественного анализа результатов.

## ***Место дисциплины в структуре ООП***

Данная дисциплина относится к профессиональному циклу Б3 (дисциплины по выбору), преподается на 3 курсе бакалавриата в 6 семестре. Для обучения в рамках данного курса требуется освоение следующих дисциплин: «Теоретические основы информатики», «Микроэкономика», «Макроэкономика», «Введение в теорию систем», «Дифференциальные и разностные уравнения», «Теория вероятности и математическая статистика», «Моделирование бизнес процессов», «Программирование», «Теоретические основы системного анализа», «Системы компьютерной математики в экономико-математических исследованиях», «Анализ данных». Обучающийся должен знать основные методы решения систем дифференциальных уравнений и задач линейного программирования, владеть базовыми навыками работы с программами Excel и MatLab, уметь их применять для решения экономических задач, а также проводить предварительную подготовку данных для статистической и компьютерной обработки.

Знания, умения и навыки, полученные в рамках дисциплины «Имитационное моделирование экономических систем», могут быть полезны при изучении курса «Экономико-математическое моделирование» и выполнении научно-исследовательских работ, а также при изучении курсов «Системный анализ в экономической науке» и «Системный анализ финансово-экономических проблем бизнеса» в рамках магистерской программы по направлению 080500 Бизнес-информатика.

## ***Требования к результатам освоения дисциплины «Имитационное моделирование экономических систем»***

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование у выпускника следующих компетенций:

- культура мышления, способность к обобщению, анализу, восприятию информации, постановке цели и выбору путей ее достижения (ОК-1);
- способность анализировать социально-значимые проблемы и процессы, происходящие в обществе, и прогнозировать возможное их развитие в будущем (ОК-4);
- осознание сущности и значения информации в развитии современного общества; владение основными методами, способами и средствами получения, хранения, переработки информации (ОК-12);
- имеет навыки работы с компьютером как средством управления информацией, способен работать с информацией в глобальных компьютерных сетях (ОК-13);
- использовать основные методы естественнонаучных дисциплин в профессиональной деятельности для теоретического и экспериментального исследования (ПК-19);
- использовать соответствующий математический аппарат и инструментальные средства для обработки, анализа и систематизации информации по теме исследования (ПК-20);

В результате освоения дисциплины обучающийся должен:

Знать:

- Классификацию математических моделей экономических систем
- Основные положения теории имитационного моделирования
- Основные приемы моделирования непрерывных, дискретно-событийных и агентных систем
- Основные принципы системной динамики
- Особенности построения стохастических моделей

Уметь:

- Формализовать и моделировать экономические процессы
- Анализировать результаты математического моделирования
- Строить имитационные модели для всех типов систем
- Планировать компьютерный эксперимент

Владеть:

- Основными навыками построения компьютерных моделей с помощью различных программных средств

### *Структура и содержание дисциплины «Имитационное моделирование экономических систем»*

Общая трудоемкость дисциплины составляет 2,5 зачетных единицы, 90 часов (табл. 1).

Таблица 1. Трудоемкость дисциплины

№ п/п	Раздел дисциплины	Виды учебной работы, включая самостоятельную работу студентов и трудоемкость (в часах)				Формы текущего контроля успеваемости <i>(по неделям семестра)</i> Форма промежуточной аттестации <i>(по семестрам)</i>	
		Аудиторная			Сам. работа		
		Лекции	Лабора- торная	Практи- ческая			
1	Процесс принятия решений	2			2	Опрос	
2	Системы и модели			2	2	Опрос	
3	Экономическое моделирование в Excel		4		3	Лабораторная работа	
4	Построение моделей. Виды моделей	2		2	2	Опрос	
5	Имитационное моделирование. Метод Монте-Карло	2	2	2	2	Опрос, лабораторная работа	
6	Системная динамика	4	4	4	4	Опрос, лабораторная работа, эссе	
7	Моделирование динамических систем	2	2	2	2	Опрос, лабораторная работа	
8	Дискретно-событийное моделирование	2	2	2	2	Опрос, лабораторная работа	
9	Агентное моделирование	2	2		2	Опрос, лабораторная работа	
10	Проектная работа			2	21	Защита	
	<b>Итого:</b>	16	16	16	42	Зачет	

***Образовательные технологии***

Лекции, лабораторные и практические занятия в активной и интерактивной форме, кейсы, проектная работа.

***Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины***

В самостоятельную работу обучающихся входит проработка материалов лекций, выполнение лабораторных работ, темы которых соответствуют разделам дисциплины. В рамках проектной работы студенты сами выбирают область исследований, средство, с помощью которого будет выполнено компьютерное моделирование, строят имитационную модель и анализируют полученные результаты. Усвоение материалов лекций и практических занятий проверяется с помощью опросов и эссе, а также по степени активности участия во время занятий. По результатам этого и итогам выполнения проектных работ обучающиеся получают зачет (в случае выполнения всех лабораторных работ, успешного написания эссе и защиты проекта).

***Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины  
«Имитационное моделирование экономических систем»***

а) основная литература:

1. Каталевский Д.Ю. Основы имитационного моделирования и системного анализа в управлении. Учебное пособие. - М. : Издательство Московского университета, 2011.
2. Кузнецов Ю.А. Мичасова О.В., Теоретические основы имитационного и компьютерного моделирования экономических систем: Учебно-методическое пособие. - Нижний Новгород : Издательство Нижегородского госуниверситета, 2007.
3. Максимей И.В. Имитационное моделирование сложных систем: учеб. пособие. В 3 ч. Ч. 1. Математические основы. - Минск : Изд. центр БГУ, 2009.

б) дополнительная литература:

1. Асанов А.З. Математические модели динамических систем: учебное пособие. - Казань : Изд-во Казанского гос. университета, 2007.
2. Боев В.Д. Компьютерное моделирование: Пособие для практических занятий, курсового и дипломного проектирования в AnyLogic7. - СПб : ВАС, 2014.
3. Карпов Ю. Имитационное моделирование систем. Введение в моделирование с AnyLogic 5. - СПб. : БХВ-Петербург, 2005.
4. Киселева М.В. Имитационное моделирование систем в среде AnyLogic: учебно-методическое пособие. - Екатеринбург : УГТУ-УПИ, 2009.
5. Кузнецов Ю.А. Перова В.И., Мичасова О.В. Работа с программным пакетом ITHINK. - Нижний Новгород : Изд-во ННГУ, 2005.

6. Мур Д. Уэдерфорд Л.Р. Экономическое моделирование в Microsoft Excel, 6-е издю: Пер. с англ. - М. : Издательский дом "Вильямс", 2004.
7. Снетков Н.Н. Имитационное моделирование экономических процессов: Учебно-практическое пособие. - М. : Изд. центр ЕАОИ, 2008.
8. Таха Х.А. Введение в исследование операций: Пер. с англ. - М. : Издательский дом "Вильямс", 2005.
9. Трусов П.В. Введение в математическое моделирование. - М. : Логос, 2005.
10. Файзутдинов Р.Н. Математическое моделирование сложных систем. - Казань : 2013.
11. Цисарь И.Ф. MATLAB Simulink. Компьютерное моделирование экономики. - М. : СОЛОН-ПРЕСС, 2014.
12. Цисарь И.Ф. Моделирование экономики в iThink\_STELLA. Кризисы, налоги, инфляция, банки. - М. : "Издательство ДИАЛОГ-МИФИ", 2009.
13. Черных И.В. Simulink: среда создания инженерных приложений. - М. : ДИАЛОГ-МИФИ, 2003.

в) программное обеспечение:

1. AnyLogic
2. iThink
3. Simulink
4. аналогичные программные средства для имитационного моделирования

г) Интернет-ресурсы:

1. <http://blog.iseesystems.com/systems-thinking/modeling-the-economic-crisis/>
2. <http://matlab.ru/products/simulink>
3. <http://sysdyn.mit.edu>
4. <http://www.anylogic.ru/video-tour>
5. <http://www.exponenta.ru>

### ***Материально-техническое обеспечение дисциплины «Имитационное моделирование экономических систем»***

Для проведения лекционных, лабораторных и практических занятий необходим компьютерный класс с проектором или интерактивной доской, а также наличие программ AnyLogic, Ithink (Stella), Simulink или аналогичного им программного обеспечения.

## **Методические основы выполнения проектной работы по курсу «Имитационное моделирование экономических систем»**

Обучение основам имитационного моделирования предполагает, что студенты должны достаточно много времени уделять самостоятельной работе. Особенность данного курса в том, что процесс построения модели является сплавом научного подхода и искусства, поэтому преподаватель может обучить студентов только основным понятиям различных концепций и навыкам работы с программными средствами, научиться же строить модели студенты должны самостоятельно. Поэтому в рамках данного курса представляется вполне обоснованным применение проектного метода, как педагогической технологии, направленной на развитие навыков самостоятельного и группового исследования.

Проект – это когнитивная цель и процесс работы в группе. Поскольку проектная работа состоит из конкретного задания, выполняемого в процессе исследования, и отчета по проекту, который обсуждается в результате, собственно проект – это познавательное содержание и цель, то есть проект есть у того, кто хочет сделать или узнать что-то (Кузнецов Ю.А., 2007).

На первом занятии студентам описываются особенности выполнения проектной работы и назначаются дата сдачи отчета по проекту и дата защиты проекта. Задача студентов заключается в выборе такой социо-экономической проблемы, которую можно решить с помощью имитационного моделирования.

### ***Виды проектной работы***

Проектный метод работы разделяется на два основных вида работ: предметно-ориентированная проектная работа и проблемно-ориентированная. Типичным примером предметно-ориентированной проектной работы может являться написание эссе, отчетов, докладов и рефератов, которые разъясняют отдельную теорию, метод или историческое событие. То есть при выполнении такой работы не обязательно решать какую-либо проблему или приходить к заключению, целью ее является обзор или сбор эмпирических данных. Основной же целью проблемно-ориентированной проектной работы является исследование того, о чем группа еще не знает. Выбор материалов для такого проекта предусматривает критическое отношение к ним и отбор только той литературы, которая действительно помогает проанализировать поставленную проблему. В табл. 2 приведены основные различия между этими двумя видами работы.

Таблица 2. Предметно-ориентированная и проблемно-ориентированная проектные работы

Предметно-ориентированная проектная работа	Проблемно-ориентированная проектная работа
Сосредоточена на формулировке проблемы. Группа наиболее заинтересована в формулировании вопроса, вместо обоснования уместности вопроса на основании существующих знаний о предмете.	Сосредоточена непосредственно на исследовательской проблеме и проблемной области. Группа заинтересована в существующих знаниях о предмете и старается определить проблему в свете существующих знаний.
Группа начинает с того, что в течение некоторого времени пытается прийти к полному соглашению о теме работы.	Сначала группа встречается с руководителем (супервайзером), беседует с людьми, работающими по этой теме, а также читает литературу, которая имеет отношение к области исследований.
Формулировка проблемы не содержит актуальной исследовательской проблемы. И поэтому интересы и замыслы просто формулируются в виде вопроса.	Формулировка проблемы содержит исследовательскую проблему, которая может быть рассмотрена в контексте области исследования. Проблемная область – это основная часть знаний, которая позволяет группе задать хороший вопрос, определяющий проблему, которая выражена в формулировке.
Формулировка проблемы не меняется в ходе работы над проектом.	Формулировка проблемы меняется в ходе работы над проектом.
Группа не разделяет литературу на уместную и неуместную, и читает все материалы, в которых встречаются ключевые слова.	Чтение группы является избирательным.
Группа может разделяться на подгруппы, поскольку сбор информации не требует коллективного анализа.	Работа в группе может быть разделена, однако все материалы и выводы обсуждаются и анализируются всей группой в целом.

Таким образом, предметно-ориентированный проект более подходит для небольших работ. Он отражает способности студентов в области сбора информации и аргументации. Проблемно-ориентированный проект добавляет к чтению критерий соответствия выбранной проблематике, а также независимый анализ и подтверждение формулировки проблемы.

## *Тема проектной работы*

В данном курсе использовалась методика выполнения проблемно-ориентированной проектной работы, предложенная в (Olsen P.B., 2004) с некоторыми поправками на специфику предметной области.

В рамках данной методики предполагается, что тему проектной работы формулирует сама группа, поэтому хорошая формулировка проблемы:

1. требует знаний. Многие студенты ошибочно полагают, что в проблеме должно отражаться то, что в начале работы они ничего не знали о теме исследований. Для того чтобы грамотно сформулировать вопрос о проблеме необходимо сначала получить некоторые начальные знания, которые позволяют наиболее точно и недвусмысленно выразить поставленную задачу.
2. является достаточно редким явлением, когда студенты только начинают работать по проектному методу.
3. изменяется в течение работы над проектом, так как студенты узнают новую информацию, которая позволяет им более удачно сформулировать изучаемую проблему.

Обычно под проблемой понимается некоторый феномен, который не может быть объяснен или решен. Однако в проектном методе работы под проблемой понимается очевидное противоречие, которое нуждается в подробном рассмотрении, то есть исследовательская проблема отражает гносеологическую проблему, которая и изучается в проекте.

Формулировка проблемы представляет ее актуальное описание в 1-5 строках. Область исследования отражает теоретический и эмпирический контекст, который делает исследовательскую проблему проблемой. Также выделяют понятие предмета или темы исследований – это более широкая и не очень четко определенная область знаний, которая формулируется не как проблема, а скорее как область интересов. Иерархия данных понятий представлена на рис.1.



Рис.1. Предмет, область исследования, исследовательская проблема и ее формулировка

Формулирование проблемы является достаточно непростой задачей, потому что бывает сложно выразить в словах некоторые мысли и ощущения. Характеризуя что-то как проблему, часто мы подразумеваем, что должны прийти к решению. Однако определение проблемы в проектной работе создает основу для дискуссии и обсуждений порядка поиска решения. Проблема в контексте проекта начинается с феномена в окружающем мире и студентам необходимо понять, что его вызывает и как его можно объяснить.

Вследствие того, что студенты формулируют проблему самостоятельно, существует ряд критериев в рамках которых, можно определить является ли формулировка удовлетворительной или ее нужно изменить:

1. Студенты должны быть заинтересованы в исследовании этой проблемы (мотивация)
2. Проблема должна быть интересна не только группе. Если тема работы банальна или не представляет интереса с практической точки зрения, то такая работа не может быть оценена положительно.
3. Проблема должна содержать два понятия и связь между ними.
4. Формулировка проблемы должна заключать в себе направление действий.
5. Проблема должна быть реальной и исследуемой, то есть проблему можно перевести в конкретный анализ.
6. Проблема должна быть четко и недвусмысленно сформулирована.
7. Проектная работа должна содержать только одну проблему.
8. Тема (направление) исследований должно соответствовать профилю обучения и специальности студентов.

Формулирование области исследования должно включать выбранную предметную область и направление исследований. Следующие вопросы могут помочь студентам при формулировании области исследования:

- Почему вы выбрали этот предмет?
- Какие у вас интересы по этому предмету?
- Какие проблемы вы видите?
- Какие противоречия вы видите?
- Что вы хотите узнать?
- Кто мог бы использовать результаты ваших исследований, и для каких целей?

Кроме того, для успешного выполнения проекта студентам следует сформулировать вспомогательные вопросы, которые могут уточнять главный вопрос или термины, из которых он состоит, а также выделить в теме ключевые слова, которые не только помогут искать материал, но и сделают более ясной область исследования.

Спецификой выполнения проектной работы в рамках данного курса является тот факт, что студенты достаточно часто сначала выбирают математическую модель, а затем для нее формулируют проблему и описывают

область исследования. Соответственно, в этом случае готовая математическая модель выступает в качестве темы исследования. В этом случае наибольшее внимание группа должна обратить на описание проблематики и ответы на указанные вопросы, на актуальность и полезность работы. Конечно, движение в обратном направлении несколько противоречит идеологии проектной работы, но в рамках данного курса представляется вполне допустимым и уместным.

### *Отчет по проекту*

Отчет по проекту – это письменный отчет, в котором излагается все, что было достигнуто и изучено в ходе проектной работы, и делаются выводы и заключения. Однако это не единственная письменная работа, которая выполняется в ходе работы над проектом. Также группа готовит план работы, который согласовывается внутри группы и с руководителем (в нем содержатся основные идеи, схема работы и предположения), а также конспекты интервью, книг и статей.

Естественно, процесс работы над каждым проектом является уникальным и идет своим собственным путем, но, тем не менее, можно выделить основные этапы письменной работы, которые представлены в виде схемы, предложенной на рис. 2.



Рис. 2. Этапы работы над письменным отчетом по проекту

Письменный отчет сдается примерно за 2 недели до даты защиты. В течение первой недели преподаватель формулирует вопросы для каждого участника группы, вторая неделя выделяется на подготовку студентов к защите, поиск ответов на вопросы и создание презентации.

### *Работа в группе*

Работа над проектом ведется в группе. Группа формируется студентами самостоятельно. Основное требование заключается в том, что академические интересы студентов должны лежать в основе процесса объединения в группы, то есть при выборе группы студенту следует руководствоваться своим интересом к теме исследования, а не личностными отношениями и предпочтениями.

К сожалению, последнее требование не всегда выполнимо, потому что на практике студенты сначала выбирают, с кем они хотят работать в группе, а уже затем договариваются о теме. И хотя это в некоторой мере противоречит классическим принципам метода проектов, но, тем не менее, позитивно влияет на межличностные взаимоотношения внутри группы, потому что часто при выполнении совместной работы и коллективной ответственности за результат происходит перераспределение ролей внутри коллектива.

Работа над проектом может проходить в группах от 2 до 5 человек.

Обычно внутри группы составляется расписание групповых встреч и план работы, в соответствии с которым идет работа над проектом. Каждый студент принимает на себя часть ответственности за выполнение проекта. Однако, никому из студентов не следует предпринимать решения, касающиеся всего проекта в целом, не обсудив его в группе. Основным принципом работы в группе является взаимоуважение. Результаты встреч и дискуссий внутри группы должны фиксироваться письменно.

На защите проекта оценивается не только отчет по проекту, но и вклад каждого в работу над проектом в течение его выполнения. Для этого руководитель читает отчет, и формулирует вопросы для группы, по тем частям проекта, которые он посчитал неясными, неопределенными или неудовлетворительными. Группа должна найти ответы на эти вопросы и распределить их между членами группы. Естественно, на защите студенты могут помогать друг другу при ответах на эти или дополнительные вопросы. Оценки членов одной группы за защиту могут различаться, в соответствии с тем, как они работали над проектом и как отвечали на поставленный перед ними вопрос.

## ***Руководитель проекта (супервайзер)***

Руководитель проекта – это не учитель. Супервайзер дает советы, обсуждает, задает наводящие вопросы, рассказывает о методах работы. Он дает группе возможность сделать свой собственный выбор, сформировать свою собственную точку зрения и принять на себя ответственность за свою работу. Группа должна находиться в постоянном диалоге со своим руководителем, обсуждать полученные результаты и возникшие проблемы.

Руководитель проекта должен быть ориентирован как на проблему (то есть помогать группе определить и развивать исследовательскую проблему, исследовать ее, прийти к заключению и сформулировать перспективы дальнейшей работы), так и на процесс исследований (т.е. он должен направить процесс исследований и анализа, сформулировать теоретические перспективы, связать практику с академическими знаниями, помочь в выборе адекватной методологии исследований).

В классической методологии выполнения проектных работ каждая группа имеет своего супервайзера (Olsen P.B., 2004), но при выполнении проектной работы по курсу преподаватель руководит выполнением всех проектных работ, проводя дополнительные консультации и направляя самостоятельную работу студентов.

## ***Достоинства и недостатки проектного метода обучения***

Проблемно-ориентированная проектная работа предлагает большие возможности для развития особых академических знаний, которые не ограничены одной дисциплиной, а являются междисциплинарными, и которые требуют от студентов сосредоточиться на проблеме, конкретных результатах и релевантности проекта. Основные качества, развивающиеся проектной работой, представлены в табл. 3.

Необходимо отметить, что эти плюсы будут достигнуты только в том случае, если студенты хотят их достичь, так как проектный метод обучения предполагает, что студенты берут на себя всю ответственность за свое обучение. Минусы же при выполнении проектной работы по курсу нивелируются тем фактом, что проектная работа дополняет лекции, практические занятия и лабораторные работы, которые в полной мере охватывают необходимый минимум теоретических знаний, стандартных подходов и методик моделирования.

Междисциплинарность проектной работы обеспечивается тем, что при выборе темы, описании и исследовании проблемы студенты обращаются к различным курсам, которые им читались ранее, чтобы выбрать такую экономико-математическую проблему, для которой возможно построить имитационную модель.

Таблица 3. Достоинства и недостатки проектного метода

Плюсы	Минусы
<ul style="list-style-type: none"> <li>+ Коммуникационные навыки и навыки написания отчетов</li> <li>+ Независимость и умение работать в группе</li> <li>+ Понимание проблем реальной жизни</li> <li>+ Умение мыслить критически и сосредотачиваться на практическом направлении действий</li> <li>+ Умение обосновывать выбор метода и средств для решения поставленных задач</li> <li>+ Способность быстро определять исследовательские проблемы, использовать их для обзора большого количества исследовательского материала и находить креативное решение.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>— Неполнота академических знаний, вследствие междисциплинарной природы исследования</li> <li>— Недостаток стандартного академического обзора курса</li> <li>— Недостаток знания конкретных методологических инструментов</li> </ul>

# **Содержание курса «Имитационное моделирование экономических систем»**

## ***Лекция 1. Процесс принятия решений***

Очень сложно представить деятельность любого руководителя без процесса принятия решений. Этот процесс представляет большой интерес для изучения и исследования с различных точек зрения, поэтому область принятия решений с теоретической точки зрения достаточно хорошо изучена. Но открытым остается вопрос об эффективности принимаемых решений в современных условиях, которые постоянно изменяются, причем направление этих изменений может быть, как определено, так и случайно.

Процесс принятия решения может быть как простым, так и весьма сложным. Любой из нас сталкивается с ним постоянно, но принятие бизнес-решений имеет свою специфику в том, что от принятых решений зависит финансовая успешность деятельности фирмы, а соответственно и благосостояние сотрудников и владельцев. Рассмотрим процесс принятия решения на примере.

**Студенты делятся на группы по 4-6 человек, и им предлагается общая ситуация для анализа. Время обсуждения 15-20 минут. В результате от группы требуется определить план закупок, выпуск и прибыль компании. Ответы всех групп заносятся в таблицу.**

*Ситуация для анализа (Мур Д., 2004):*

Компания First Star Computer занимается сборкой и продажей ПК, для каждого из которых нужна одна стандартная печатная плата. Компания заключила контракт на покупку печатных плат с фирмой APC Manufacturing, которая их производит. Годичный контракт предусматривает, что First Star платит APC по 200\$ за плату при объеме закупок до 2000 шт. Если годовой объем закупок превышает это количество, то компания APC предоставляет скидку в размере 40\$ на каждую плату, закупленную сверх этого количества.

Компания First Star может покупать аналогичные платы и у другого производителя, Main Electronics, который предлагает более низкие цены – 120\$ за одну плату, но требует внести единовременный взнос 100000\$ на проектирование и разработку. Платы этих двух компаний могут использоваться в любом сочетании, дополнительные затраты или проблемы совместимости отсутствуют.

Из плат и других компонентов компания First Star собирает персональные компьютеры. Переменные затраты на сборку каждого компьютера составляют 450\$, а годовые постоянные издержки компании – 1,5 млн. \$. Компания First Star продает собранные компьютеры по 1000\$. В прошлом году было продано 5 тыс. компьютеров. Сколько компьютеров сможет продать компания в

будущем году, никому не известно. В текущем году (который еще не закончился) количество проданных машин также приближается к 5 тысячам штук. Коммерческий директор компании сообщил, что через год компания прекратит выпуск данной модели компьютера, поэтому все единовременные выплаты компании Main Electronics нужно компенсировать за счет продаж следующего года.

Вам, как сотруднику отдела бизнес-анализа, необходимо оценить прибыльность выпуска и оптимальный план закупок печатных плат у компаний Main Electronics и APC.

**После обсуждения в таблицу заносится также оптимальное решение задачи и модельная ситуация. Подводятся итоги.**

**Вопросы для обсуждения:**

- 1. Какие проблемы возникли при принятии решения?**
- 2. На что Вы ориентировались при принятии решения?**
- 3. Является ли принятое Вами решение рациональным? оптимальным? эффективным? Изменился ли Ваш ответ на этот вопрос после того, как стало известно решение ситуации?**
- 4. Как проще принимать решение: индивидуально или в коллективе?**

Принятие управлеченческих решений – это основная задача любого менеджера. Одна из важнейших проблем при этом – выбор наиболее рациональных и эффективных решений. Согласно экономистам, лицо, принимающее решение (ЛПР), - это рациональный человек, который имеет ясную систему приоритетов и эффективно обрабатывает имеющуюся у него информацию, принимая оптимальные решения (Simon H.A., 1986). Однако сторонники поведенческого подхода в экономике считают, что ЛПР действуют в условиях «ограниченной рациональности» (bounded rationality) – понятие, введенное лауреатом Нобелевской премии по экономике Гербертом Саймоном (Simon H.A., 1982). Согласно его концепции, ЛПР воспринимает ситуацию упрощенно, поэтому принятое решение будет далеко не самым оптимальным.

Кроме того, следует отметить, что окружающая среда в настоящее время достаточно быстро изменяется, поэтому в конце 1970-х гг. был введен термин «принятие решения в динамической среде». Согласно исследованиям Б.Бремера (Brehmer B., 1992), для ситуации принятия решений в динамически сложной среде характерно следующее:

1. Необходимость принять несколько решений для достижения поставленной цели, каждое из которых должно рассматриваться в контексте остальных решений.
2. Принимаемые решения не являются независимыми: каждое последующее решение ограничено последствиями принятых ранее и в свою очередь накладывает ограничения на последующие решения.
3. Среда принятия решений изменяется как сама по себе, так и вследствие принимаемых решений.

4. Решения принимаются в реальном времени (т.е. непосредственно в процессе изменения среды принятия решений).

Примерами, иллюстрирующими принятие решений в динамической среде, могут быть управление логистикой и поставками, поведение инвесторов на рынке акций, командование войсками во время боя и т.д.

Многочисленные исследования в области поведенческих наук, экономики и имитационного моделирования показали, что управленцы принимают очень неэффективные решения в условиях даже умеренной динамической сложности (обзор исследований можно найти в (Каталевский Д.Ю., 2011)). Одной из причин неэффективности является то, что при решении управляемой проблемы ЛПР анализирует сложившуюся ситуацию в рамках своей интеллектуальной (ментальной) модели, а затем делает выводы и принимает решения о способах достижения поставленных целей. При этом восприятие чаще всего основано на стандартных, шаблонных представлениях. Также при возрастании сложности и сокращении времени для анализа ЛПР начинает действовать более упрощенно и хаотично (Sterman J., 1998).

Обобщенный анализ основных работ в данной сфере позволяет выявить основные причины низкой эффективности принятия решений в динамичной управляемой среде (Каталевский Д.Ю., 2011):

1. недооценка и ошибочное восприятие эффектов обратной связи;

Сложность динамической среды принятия решений усугубляется характерными для нее нелинейными процессами и присутствием эффектов запаздывания во времени между причиной и следствием. Например, некорректное восприятие эффектов запаздывания приводит к сценарию, известному как «цикл роста и разорения» (boom and bust cycle).

2. упрощение реальности и выборочное использование информации;

Этот недостаток возникает в силу ограниченности аналитических возможностей ЛПР, так как в ситуации необходимости принятия решения ЛПР зачастую не имеет иного пути, чем воспользоваться стратегией упрощения реальности (Simon H.A., 1956).

3. ограниченность по времени процесса принятия решений;

Чем меньше времени на принятие решений остается у участников эксперимента, тем проще правила (эвристика), которыми они руководствовались при принятии решений (Gonzalez C., 2004)

4. неопределенность и сложность окружающей среды.

Наконец, ряд исследований выявил, что ЛПР отличает невысокая эффективность в случае необходимости принятия решений с неопределенными переменными — решения, принятые в этих условиях, не основываются на рациональности (Kahneman D., 1982)

Динамическая сложность принятия решений делает невозможным применение некоторых методик стандартного анализа, например построения дерева решений. Кроме того, принятое ранее решение практически невозможно исправить, потому что небольшое начальное отклонение от оптимального решения стремительно уводит систему в неверном направлении. Поэтому

можно сделать вывод, о необходимости более глубокого восприятия и анализа современных проблем управления, которые бы учитывали важную роль обратной связи и эффектов запаздывания.

### *Практическое занятие 1. Системы и модели*

Студентам предлагается посмотреть на слайд и выбрать те рисунки, на которых изображены системы (рис. 3). Студенты должны прийти к выводу, что системами являются все изображенные объекты.

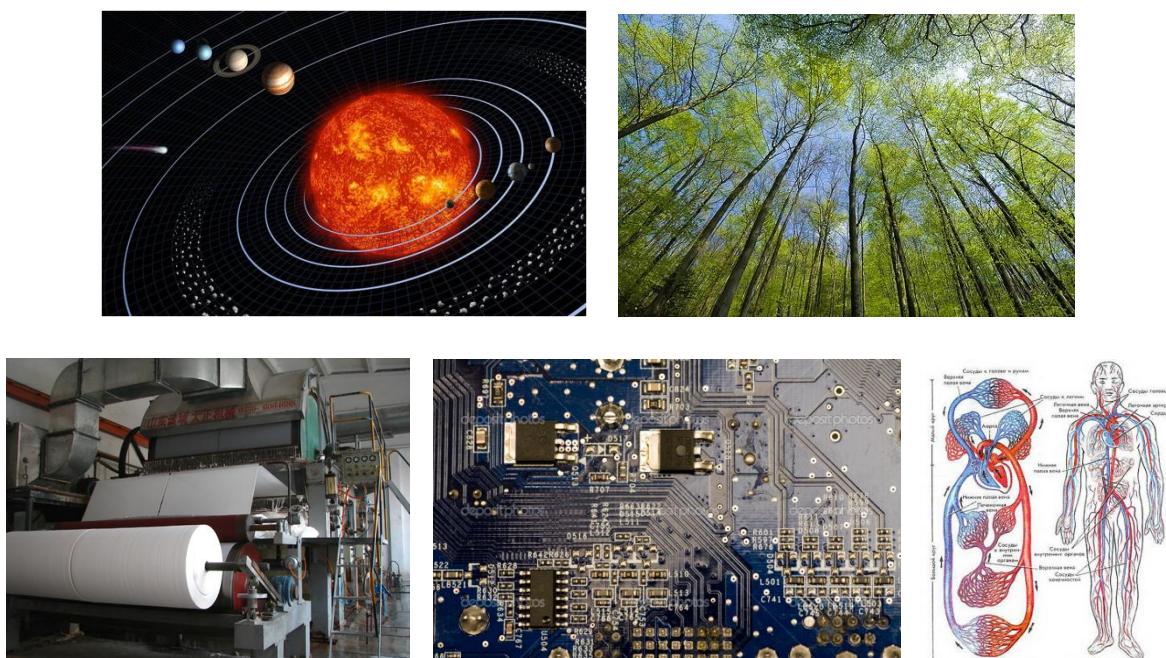


Рис. 3. Примеры систем

Понятие системы можно описать разными способами. Предположим, что система – это объект или набор объектов, чьи свойства мы собираемся изучать (Ljung L., 1994). Таким образом, большая часть объектов в окружающей среде является системами. Для человеческой деятельности и познавательного процесса обычной практикой является поиск ответов на вопросы относительно различных свойств системы.

**Какие типичные вопросы могут возникать при изучении систем, изображенных на рисунке 3?**

На некоторые из этих вопросов можно ответить с помощью эксперимента. С исторической точки зрения проведение экспериментов являлось основным способом изучения и анализа свойств систем. Однако проведение эксперимента не всегда возможно в силу ряда ограничений.

## **С какими из систем нельзя провести эксперимент и почему?**

Наиболее распространенными причинами невозможности проведения эксперимента являются его дороговизна, опасность или тот факт, что изучаемая система (еще) не существует. В этом случае исследовать свойства системы помогает ее модель.

**Запишите в тетрадь определение, которое Вы можете дать термину модель (3-5 определений зачитываются вслух). Что есть общего в определения модели?**

Таким образом, модель – это упрощенный аналог реального объекта или явления, представляющий законы поведения входящих в объект частей и их связи (Карпов Ю., 2005). Т.е. это своеобразный инструмент, который используется, чтобы ответить на вопрос о свойствах системы без проведения эксперимента (Ljung L., 1994). Различные модели мы используем практически ежечасно. Например, мы говорим, что человек «отзывчивый», и подразумеваем определенную модель поведения. Эта модель помогает ответить на вопрос о том, что будет, если попросить его о помощи. Также у нас существует некоторое представление – модель – технических систем, которое основывается на интуиции и предыдущем опыте. Такие модели называют ментальными моделями. Например, ментальной моделью являются навыки езды на велосипеде или возможные реакции производственного процесса на внешние или внутренние сдвиги и потрясения. Ментальные модели во многом обусловлены стереотипами мышления. О значении стереотипов и шаблонов можно спорить, но давайте проведем один эксперимент.

*Упражнение «Цвет, мебель, цветок» (Бут Свини Л., 2014):*

**Участники записывают первое слово, которое придет им на ум, когда они услышат следующие слова: цвет, предмет мебели, цветок. Группе задается вопрос: сколько человек в ответ на слово «цвет» сказали «красный» и сколько – «синий»? Для мебели: сколько сказали «стул» и сколько «стол»? Для цветка: сколько сказали «роза» и сколько – «ромашка»? Обычно большая часть аудитории выбирает первый вариант. Вопрос к группе: почему так получается?**

Обычно в западной цивилизации ценится уникальное мышление, неповторимость и творческие способности. Но общего в нашем мышлении гораздо больше, чем мы считаем. Стереотипности мышления есть чисто физиологическое объяснение. В мозге есть нервные цепи, которые также называют бороздами, извилинами, нейронной сетью. Чем больше мы думаем о чем-либо, тем глубже остается след. Если мы неосознанно думаем по уже использованному шаблону, то это делает его еще устойчивее. Люди, которые

дают нетипичные ответы, возможно, лучше остальных видят типичные ментальные модели.

### **Можем ли мы сами поймать себя на том, что думаем «на автопилоте»?**

Особая опасность заключается в том, что ассоциации и шаблоны выстраиваются моментально, вне зависимости от нашего сознания. Давайте разберем эту особенность нашего мышления.

*Упражнение «Все что угодно, только не «сон»* (Бут Свини Л., 2014):

**На слайде написаны 10 слов:** «дремота», «грезы», «кровать», «тишина», «колыбельная», «подушка», «одеяло», «ночь», «пижама», «матрас». Группа должна посмотреть на эти слова в течении 10 секунд, но ничего не записывать. После этого участники должны записать те слова, которые запомнили, но не переговариваться при этом. Далее следует попросить поднять руку тех, кто написал «ночь», потом тех, кто написал «грезы», а в конце тех, кто написал «сон». После этого показать слайд снова. Слова «сон» в списке нет. Вопрос к аудитории: Что произошло? Можно ли и как развить в себе способности наблюдателя, чтобы самим управлять мыслями, а не они нами?

Вернемся к моделям. Другим типом моделей является вербальная модель, когда поведение системы описывается словесно. Например, при росте ставки процента уровень безработицы вырастет. Примером формализованной вербальной модели может служить экспертная система. Следует разделять вербальные модели и ментальные модели. Например, навыки езды на велосипеде мы приводили в качестве примера ментальной модели. Но будет достаточно сложно трансформировать эту модель в вербальную.

В дополнение к вербальным и ментальным существует вид моделей, которые имитируют системы – физические модели. Примером могут быть, опытные образцы паровых двигателей или судов, которые используются для тестирования свойств систем. Слово «модель» первоначально использовалось именно в этом смысле и произошло от латинского слова шаблон, образец.

Но, в рамках данного курса, мы будем иметь дело с моделями четвертого типа – математическими моделями - это взаимосвязи между количествами (расстояниями, массами, суммами и т.д.), которые наблюдаются в системе, и могут быть описаны математическими выражениями. Большинство законов природы можно описать с помощью математических моделей. Но законы природы могут быть весьма идеалистичными и не соответствующими реальности. В действительности все может быть гораздо сложнее.

В том случае, когда проведение эксперимента над системой не возможно, но существует модель системы, можно провести эксперимент над моделью и определить (рассчитать), как система будет реагировать на изменения или

какими свойствами она обладает. Это можно сделать аналитически, решив уравнения, из которых состоит математическая модель. Однако, в силу значительной сложности современных математических моделей, этот способ не всегда доступен. Поэтому проводится численный эксперимент с помощью компьютерной реализации математических моделей. Такой способ называется имитацией (симуляцией, simulation). Это относительно простой и недорогой способ поставить эксперимент. Но, следует заметить, что результаты в этом случае полностью зависят от качества модели системы.

**Дайте письменный ответ на вопрос: Зачем нужны математические модели систем?**

***Лабораторная работа 1. Экономическое моделирование в Excel.  
Часть 1***

Лабораторная работа выполняется индивидуально либо в группах, размер которых определяется исходя из численности студентов и количества компьютеров в компьютерном классе. По результатам выполнения лабораторной работы студенты сдают отчеты, оформленные в Microsoft Word, и расчетные файлы в Microsoft Excel.

**Задание 1**

В лабораторной работе 1 используется ситуация для анализа, описанная в Лекции 1 о закупке плат компанией First Star Computer у компаний APC Manufacturing и Main Electronics. От студентов требуется выполнить следующие задания (Мур Д., 2004):

1. Постройте модель на основе электронных таблиц, позволяющую определить прибыльность выпуска персонального компьютера First Star Computer в следующем году. Для начала предположите, что в следующем году можно будет продать 5000 компьютеров, при этом у компании APC Manufacturing закупается только 1000 плат, остальные закупаются у компании Main Electronics.

2. Если общий объем продаж составляет 5000 штук, следует купить у APC Manufacturing, а сколько – у Main Electronics, чтобы максимизировать годовую прибыль? (Используйте таблицу данных, чтобы найти наиболее удачные рекомендации).

3. В контракте с компанией APC Manufacturing оговорено, что компания First Star Computer должна закупать как минимум 20% плат (не менее 1000 штук) у APC Manufacturing. В контракте также содержится пункт о том, что в случае невыполнения компанией First Star Computer обязательств, она должна уплатить неустойку 100 000\$. Какими будут экономические последствия, если непредвиденные обстоятельства вынудят компанию First Star Computer

отказаться от оговоренной контрактом минимальной закупки (и купить больше плат у Main Electronics) при условии, что в следующем году будет продано 5000 компьютеров? Предположим, что можно пересмотреть условия контракта с APC Manufacturing. Какие новые условия и/или максимальную сумму компенсации вы рекомендуете для обсуждения? Подтвердите ваши рекомендации соответствующими отчетами на базе электронных таблиц.

4. Анализ рынка показал, что объем продаж будет зависеть от цены компьютера. При цене 1000\$ будет продано около 5000 компьютеров, а при каждом увеличении (уменьшении) цены на 100\$ объем продаж уменьшится (увеличится) на 1000 единиц. Используйте таблицу данных с двумя переменными, чтобы максимизировать прибыль компании First Star Computer в будущем году посредством нахождения (а) оптимальной цены и (б) оптимального количества плат, закупаемых у APC Manufacturing, при условии, что исходный контракт останется в силе.

На рис. 4 представлен пример оформления рабочего листа в программе Microsoft Excel 2007, результаты решения первого пункта и процесс создания таблицы данных для выполнения второго пункта задания. Справочные материалы по работе с таблицей данных представлены в Приложении 1.

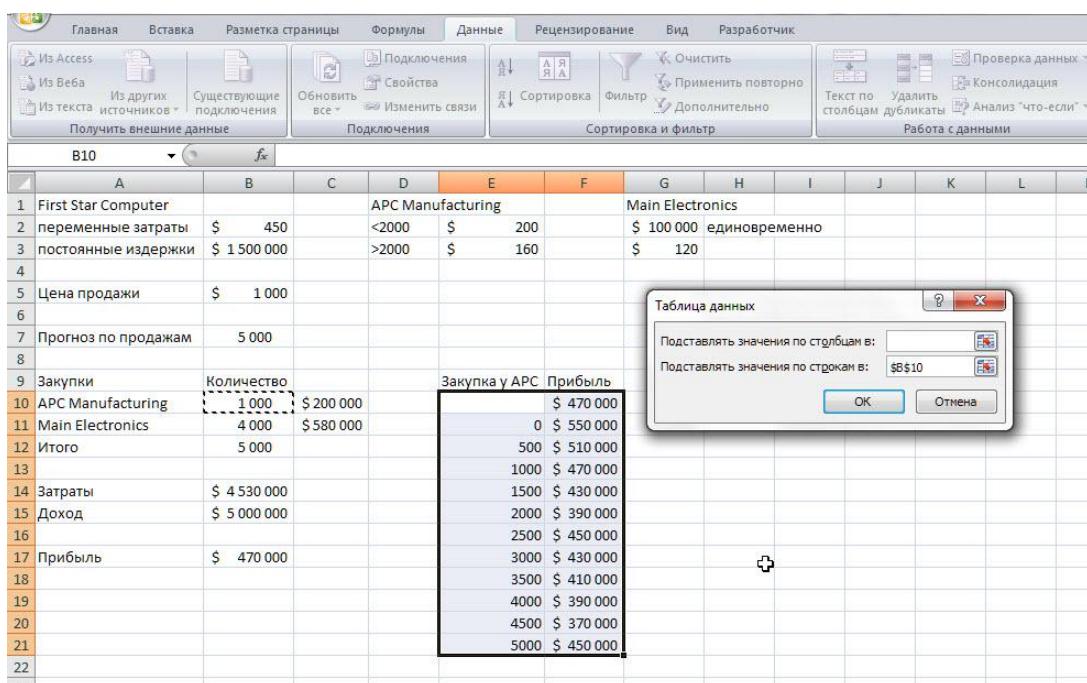


Рис. 4. Планирование закупок для компании First Star Computer

## Задание 2 (Мур Д., 2004)

В салоне красоты Афродита работает семь мастеров, каждый получает повременную оплату 180 рублей в час. Ежегодные постоянные издержки, которые включают арендную плату, проценты по кредиту и тому подобное,

составляют 480 000 руб. в год. Все предполагаемые стрижки стоят одинаково – 320 руб. Считается, что каждый мастер работает 2000 часов в год. Постройте в Excel модель, которая позволит ответить на следующие вопросы (используйте инструмент «Подбор параметра»):

1. Какое число стрижек соответствует точке безубыточности?
2. Какова прибыль салона Афродита, если в год делается 15 000 стрижек?
3. Сколько стрижек будет соответствовать точке безубыточности при введении следующей схемы оплаты труда мастеров: повременная оплата 100 руб. в час плюс 120 руб. с каждой стрижки?
4. Какое число стрижек будет соответствовать точке безубыточности, если в схеме оплаты труда повременная оплата будет равна 0, но за каждую стрижку мастер будет получать 250 рублей?
5. При выполнении 15 000 стрижек в год какая из схем оплаты более привлекательна для мастеров? Какая схема предпочтительнее для владельца салона?
6. При годовом объеме 15 000 стрижек и использовании схемы, в которой не предусмотрена повременная оплата труда мастеров, сколько должен получать мастер за каждую стрижку, чтобы владельцу было безразлично, использовать данную схему или платить мастерам 180 руб. в час?

На рис. 5 представлен пример оформления задания в Excel и применения инструмента «Подбор параметра» для выполнения пункта 6 Задания 2. Справочные материалы по работе с инструментом Подбор параметра представлены в Приложении 1.

The screenshot shows an Excel spreadsheet with the following data:

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N
1	салон красоты Афродита													
2	Кол-во мастеров	7												
3	Ежегодные издержки	480000 руб./год												
4	Стоимость стрижки	320 руб.												
5	Время работы мастера	2000 часов/год												
6														
7	Первый вариант оплаты													
8	Повременная оплата	180 руб./час												
9														
10	Точка безубыточности:													
11	Число стрижек	9375 в год на всех мастеров												
12	Прибыль	0												
13	Число стрижек 1 мастера	0,669642857 в час												
14														
15	Число стрижек	15000 в год на всех мастеров												
16	Прибыль	1 800 000 руб./год												
17														
18	6 пункт													
19	С каждой стрижки	руб.												
20	Число стрижек	15000 в год на всех мастеров												
21	Прибыль (повременная)	1800000												
22	Прибыль (по стрижкам)	4320000												
23	Разница прибыли	-2520000												
24														

Below the table, the 'Подбор параметра' (Solver) dialog box is open, showing the following settings:

- Установить в ячейке: B23
- Значение: 0
- Изменяя значение ячейки: \$B\$19

Рис. 5. Работа с инструментом «Подбор параметра»

## *Лекция 2. Построение моделей. Виды моделей*

Студенты делятся на группы по 5-6 человек. Всем группам задается общий вопрос: Как построить модель? Время на обсуждение 5 минут. Студенты должны определить основные этапы процесса построения модели и выписать их на лист бумаги. После этого список этапов передается следующее группе. Задание: исправить то, что, по вашему мнению, не соответствует процессу построения моделей. Упражнение заканчивается, когда листы с этапами проделают полный круг. После этого листы возвращаются в исходную группу, и дается 3 минуты на обсуждение результата. После этого со всей аудиторией обсуждается полученный результат. Примерная схема процесса построения модели приведена на рис. 6.

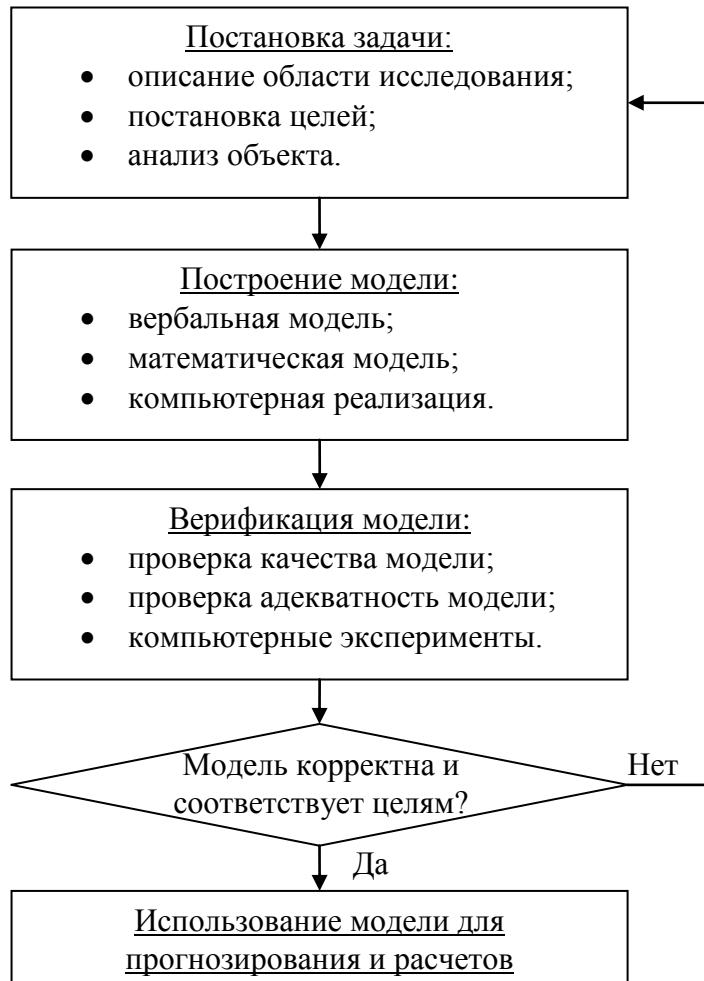


Рис. 6. Процесс построения модели

Первоначальной задачей при построении моделей систем является получение знаний о системах. Существует два основных источника знаний. Первый – это получение информации об опыте экспертов и изучение литературы по вопросам исследования, а второй – это система сама по себе.

Эксперименты над системой или наблюдения за ней являются ключевым источником информации при изучении свойств системы. Таким образом, информация для построения модели определяется, во-первых, изучаемой областью (все факты, которые релевантны системе), а, во-вторых, исследователем, который соотносит информацию экспертов с моделью. Отбор информации критичен как при построении экспертной системы, так и при построении математической модели.

Процесс физического моделирования заключается в разделении системы на части и изучении свойств подсистем, поведение которых известно. Такое действие, естественно, более уместно для технических систем. Например, при изучении свойств электрической цепи достаточно знать свойства ее составных частей и закон Ома. Для нетехнических систем (экономических, социологических, биологических и т.д.) это не всегда будет возможно в силу свойства эмерджентности: свойства системы в целом не являются простой суммой свойств ее элементов. Поэтому процесс исследования свойств таких систем является более сложным и менее формализованным. Другой возможный способ построения модели – это идентификация. В этом случае по результатам наблюдений подбирается модель, которая может их описывать. Например, когда уже существующая математическая модель используется для описания систем со схожими свойствами в другой области.

### **Сложно ли построить модель?**

В действительности же построить модель легко, сложно сделать ее качественной и достоверной. Чтобы иметь возможность применять полученную модель, необходимо быть уверенным, что полученные с ее помощью результаты и предсказания будут достаточно точными и правдоподобными. Для этого необходима верификация модели.

Любая модель имеет свою область надежности, которая определяет, насколько точно описывает модель исходную систему и при каких условиях. Следует отметить, что область надежности модели во многом определяется целями исследования. Одна и та же модель в рамках одного исследования может быть вполне применимой для получения надежных результатов, а в рамках другого – быть совсем недостоверной. Также, следует помнить, что область надежности модели всегда является ограниченной. Построение модели никогда не заменит наблюдений и экспериментов, но они являются друг для друга весьма полезным дополнением.

### **Как вы считаете, математические модели все одинаковые или их можно классифицировать?**

Математические модели, описывающие различные системы, могут иметь различные характеристики в зависимости от свойств системы и от

используемых при моделировании инструментов. Поэтому существует несколько классификаций моделей.

### По моделям на слайдах определите виды моделей (рис. 7-9).

Детерминированные и стохастические модели: в детерминированных моделях можно определить точные взаимосвязи между эндогенными и экзогенными переменными, в стохастических моделях используются понятия неопределенности и вероятности.

$$f(x) = \sum_{j=1}^n c_j x_j \rightarrow \min$$

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \geq b_i, \quad i \in \overline{1, m}$$

$$x_j \geq 0, \quad j \in \overline{1, n}$$

$$\frac{dx_i}{dt} = f_i(\mathbf{x}) + \sum_{m=1}^n g_i^m(\mathbf{x}) \eta_m(t),$$

$$\mathbf{x} = \{x_i | 1 \leq i \leq k\}$$

$$\mathbf{x} = \{x_i | 1 \leq i \leq k\}$$

Рис. 7. Детерминированные и стохастические модели

Динамические и статические модели: в статических моделях существуют постоянные, мгновенные взаимосвязи между переменными, которые могут меняться во времени. Если переменные определяются также предшествующими значениями других переменных или своими более ранними значениями, то модель будет являться динамической.

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = v \\ \frac{dv}{dt} = -kx \end{cases}$$

$$\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \cdots = 0$$

Рис. 8. Динамические и статические модели

Модели с непрерывным или дискретным временем: модели, которые описывают взаимосвязи между непрерывными сигналами, называются моделями с непрерывным временем и представляются в виде систем дифференциальных уравнений. На практике сигналы чаще всего наблюдаются в форме выборок, наборов элементов, поэтому их описывают с помощью моделей с дискретным временем, представляемых в виде систем разностных уравнений.

$$Y = F(K, L)$$

$$Y = I + C$$

$$\frac{dK}{dt} = I - \mu K$$

$$\frac{dL}{dt} = \nu L$$

$$Y_t = F(K_t, L_t)$$

$$Y_t = I_t + C_t$$

$$K_t = (1 - \mu)K_{t-1} + I_{t-1}$$

$$L_t = (1 + \nu)L_{t-1}$$

Рис. 9. Модели с непрерывным и дискретным временем

### **Какой вывод можно сделать по материалам этой лекции?**

### *Практическое занятие 2. Построение моделей*

На лекции был рассмотрен процесс построения модели с теоретической точки зрения. Начнем применять полученные знания на практике. Вашей задачей будет построить модель для некоторой проблемной ситуации и найти решение проблемы.

### **Что важно при работе в команде?**

Естественно, что все члены группы имеют разные представления о сложившейся ситуации и направлениях решения поставленной проблемы. Чем сложнее система, тем сильнее расходятся взгляды. Однако при решении задач, связанных с принятием решений и моделированием систем, способность лидера убедить всех в своей точке зрения будет только мешать. Очень важно рассматривать и учитывать точки зрения, а значит, и ментальные модели, всех участников группы. Поэтому особую важность приобретает умение «слушать» и «слышать».

### **В чем разница между этими двумя действиями?**

Когда вы слушаете, вы биологически воспринимаете звуковые волны; когда вы слышите, вы понимаете и интерпретируете то, что вам сказано. Чем эффективнее ваше общение между собой, тем проще вам будет думать и действовать системно.

*Упражнение «Обрывки бумаги» (Бут Свини Л., 2014):*

**Количество участников должно быть от 10 до 50 человек. Каждому студенту раздается по 3 листа бумаги формата А4. Каждый человек должен взять в руки лист бумаги.**

**Правила:**

- нельзя разговаривать;

- **каждый должен закрыть глаза и точно следовать командам преподавателя.**

**Цель упражнения:** у всех в руках должны быть листы одинаковой формы.

Далее преподаватель медленно и четко зачитывает инструкции:

1. Сложите ваш листок вдвое и оторвите правый нижний уголок.
2. Сложите листок вдвое еще раз и оторвите верхний правый уголок.
3. Еще раз сложите листок вдвое и оторвите левый нижний уголок.
4. Теперь откройте глаза, разверните ваши листки и поднимите их, чтобы все видели.

После того, как студенты рассмотрели свои листки и листки соседей, следует попросить их разделиться на группы по 3 человека. Пусть каждая группа повторит это упражнение, соблюдая следующие инструкции.

- Двоем из каждой тройки должны закрыть глаза (или отвернуться и сесть спиной к третьему), слушать и выполнять команды третьего участника, который будет говорить, как сложить бумагу и что отрывать. Третий участник не обязательно должен давать те же самые команды, что давал преподаватель, но главное, чтобы в последовательности обязательно было не менее трех этапов, и в каждом бумага складывалась, а какой-то уголок отрывался. После того, как последовательность будет выполнена, студенты должны сравнить получившиеся листочки.
- Участники должны поменяться ролями так, чтобы третий участник стал слушателем, а один из прежних слушателей давал указания. На этот раз участникам можно переговариваться. Они должны выполнить последовательность действий, как это было описано выше.

**Вопросы для обсуждения:**

- Сопоставьте свои ощущения в роли слушателя и говорящего.
- Какой опыт вы приобрели за эти три попытки?
- В каком случае полученные результаты больше походили друг на друга? Почему?
- Как бы вы описали свою способность слушать?
- Насколько эффективным было общение?
- Что произошло бы, будь у них возможность задавать вопросы до того, как выполнять указания?
- Какие ошибки вы или ваши знакомые, причиной которых были проблемы при обмене информацией, что и привело к нежелательным результатам?

Таким образом, при принятии решений в коллективе и работе в группе важны не только лидерские качества, и коммуникативные навыки, но и умение слушать и слышать, понимать и осмысливать чужую позицию. Теперь перейдем к процессу построения модели

### **Какие этапы построения модели мы выделили?**

А теперь вашей задачей будет пройти эти этапы при решении практических проблем, связанных с планированием.

**Студенты должны разделиться на группы по 2-4 человека. Каждой группе выдается собственный вариант задания. Задача студентов - построить математическую модель, определить ее тип, перечислить возможные методы решения задачи, решить задачу.**

Задачи (Мур Д., 2004), (Таха Х.А., 2005):

#### **1. Планирование производства мебели**

Оливер Вуд владеет небольшим мебельным магазином. Он изготавливает три типа столов А, В и С. При изготовлении каждого стола необходимо затрачивать определенное время на производство составных частей, сборку и покраску (табл. 4). Вуд может продать все собранные столы. Кроме того, модель С можно продавать без покраски. Вуд нанял нескольких рабочих на условиях неполной занятости, поэтому время, затраченное на изготовление столов, может от недели к неделе меняться. Определите план производства продукции, который обеспечит Вуду максимальную прибыль на следующей неделе.

Таблица 4. Планирование производства мебели

Модель	Изготовление частей, ч.	Сборка, ч.	Окраска, ч.	Удельная прибыль, долл.
A	3	4	5	25
B	1	2	5	20
C	4	5	4	50
Неокрашенные столы C	4	5	0	30
Ресурс рабочего времени	150	200	300	

#### **2. Составление смесей**

Мистер Чанг, администратор паркового комплекса во Флориде, планирует ранней весной внести удобрения для травы на лужайке. Для нормального роста траве нужны азот, фосфор и калий как минимум в следующем количестве: 10 фунтов азота, 7 фунтов фосфора и 5 фунтов калия. На рынке предлагается три вида удобрений, содержание требуемых элементов

(в фунтах) и цена в расчете на 1000 фунтов представлены в табл. 5. Мистер Чанг может купить любое количество каждого из удобрений и смешать их, прежде чем вносить в почву. Определите, сколько каждого удобрения следует купить мистеру Чангу, чтобы минимизировать затраты.

Таблица 5. Составление смесей

Удобрение	Содержание азота	Содержание фосфора	Содержание калия	Цена, долл.
1	25	10	5	10
2	10	5	10	8
3	5	10	5	7

### 3. Планирование производства автомобилей

Компания Solar Car владеет заводом, который может выпускать семейные автомобили (седаны), пикапы и спортивные двухместные автомобили (купе). Удельная прибыль, время производства и фиксированные затраты представлены в табл. 6. Компания к настоящему моменту уже получила заказы на 100 седанов, 200 пикапов и 300 купе, которые она обязана выполнить. Требуется определить производственный план, который позволит как можно быстрее достичь точки безубыточности, т.е. сделать валовой доход равным валовым фиксированным затратам.

Таблица 6. Планирование производства автомобилей

Модель	Удельная прибыль, \$	Время производства, \$	Фиксированные затраты, \$
Седан	6 000	12	2 000 000
Пикап	8 000	15	3 000 000
Купе	11 000	24	7 000 000

### 4. Задача составления расписания

Ресторан работает 7 дней в неделю. Официанты работают 6 часов в день. Трудовое законодательство предусматривает, что каждый должен работать 5 дней подряд, а затем 2 дня отдыхать. У всех официантов одинаковый еженедельный оклад 100\$. Требования штатного расписания представлены в табл. 7. Предполагая, что эти требования повторяются, составьте расписание, удовлетворяющее заданным требованиям при минимальных затратах.

Таблица 7. Задача составления расписания

День недели	Минимум необходимого количества часов работы официантов
Понедельник	150
Вторник	200
Среда	400
Четверг	300
Пятница	700

День недели	Минимум необходимого количества часов работы официантов
Суббота	800
Воскресенье	300

### 5. Поставки

В компании Веста есть три склада, с которых она может поставлять продукцию трем различным торговым точкам. Спрос на продукцию в первой точке составляет 100 ящиков, на второй – 250, на третьей – 150. Запас данного продукта на складе 1 составляет 50 ящиков, на складе 2 – 275 и на складе 3 - 175. Затраты на транспортировку одного ящика со склада в торговую точку представлены в табл. 8. Определите, сколько ящиков следует доставить в каждую торговую точку с каждого склада, чтобы удовлетворить спрос при минимальных затратах.

Таблица 8. Поставки

Склад	Торговые точки		
	1	2	3
1	5	7	6
2	8	9	10
3	4	3	11

### 6. Планирование производства косметики

Компания Aurora выпускает на своей фабрике, расположенной в Провансе, три вида продукции: духи, шампунь и крем для лица. Фабрика работает в 2 смены. В первую смену час рабочего времени стоит 15 евро, а ресурс рабочего времени составляет не более 30 000 часов. При работе во вторую смену платится надбавка 2 евро в час, поэтому стоимость часа составляет 17 евро. Ресурс рабочего времени второй смены не превышает 20 000 часов. Для производства каждого вида продукции используется три вида сырья. Компания платит 2 евро за фунт сырья А, 2% евро за фунт сырья В и 2 евро за фунт сырья С. Данные о трудозатратах, расходах сырья и спросе представлены в табл. 9. Компания может также покупать шампунь и крем для лица у зарубежного поставщика. Расходы по доставке импортного шампуня составляют 50 евро за упаковку, а крема – 60 евро за упаковку. Составьте план производства, минимизирующий затраты, при условии удовлетворения (или превышения) спроса на продукцию компаний.

Таблица 9. Планирование производства косметики

	Духи	Шампунь	Крем для лица
Трудозатраты, ч/упаковка	1,5	2	2
Расход сырья А, фунты/упаковка	5	7	4
Расход сырья В, фунты/упаковка	2	2	5
Расход сырья С, фунты/упаковка	3	5	3
Спрос, упаковка	10 000	7 000	15 000

## 7. Оптимизация ассортимента

Компания North Lake Electronics выпускает три вида DVD – проигрывателей: базовый, класса люкс и портативный. Компания хочет оптимизировать ассортимент продукции, выпускаемой на трех ее предприятиях. Предположим, что компания может продать все произведенные DVD – проигрыватели. Производственные мощности предприятий по изготовлению комплектующих и сборке представлены в табл. 10. Прибыль от продажи базовой модели составляет 75 евро, модели класса люкс – 125 евро, а портативной модели – 195 евро. Время, необходимое для изготовления комплектующих и сборки различных моделей, приводится в табл. 11. Определите оптимальный ассортимент для компании North Lake Electronics.

Таблица 10. Оптимизация ассортимента (производственные мощности)

Предприятие	Сборка, ч.	Изготовление комплектующих, ч.
1	20 000	100 000
2	30 000	100 000
3	10 000	70 000
Всего	60 000	270 000

Таблица 11. Оптимизация ассортимента (затраты времени)

Проигрыватель	Сборка, ч. на 1 изделие	Изготовление комплектующих, ч. на 1 изделие
Базовая модель	3	8
Модель класса люкс	4	11
Портативная модель	8	16

## 8. Планирование производства электроэнергии

Компания Environmental Energy Associates (EEA) владеет небольшим коммунальным предприятием по производству электроэнергии в южной Калифорнии. Предприятие генерирует электричество следующим образом: сжигая три вида топлива, нагревают паровой котел, а струя пара вращает турбину генератора. В качестве топлива для котла могут использовать навоз, древесные отходы, а также природный газ. Компании необходимо минимизировать затраты на топливо, при этом производство электроэнергии в следующем месяце должно составлять не менее 7200 МВт·ч. Навоз поставляется владельцами расположенных поблизости ферм, которые платят компании EEA 50\$ за утилизацию тонны навоза. Древесные отходы закупаются на местной лесопилке по цене 25\$ за тонну. Природный газ поставляется по трубопроводу по цене 120\$ за миллион стандартных кубических футов. В табл. 12 приводятся данные о выходе энергии и ограничениях на каждый вид топлива. Сколько топлива каждого вида следует использовать для выработки электроэнергии в следующем месяце?

Таблица 12. Планирование производства электроэнергии

Топливо	Выход энергии	Доступное количество ресурса
Навоз	10 МВт·ч/т.	100 т.
Древесные отходы	7 МВт·ч/т.	200 т.
Природный газ	40 МВт·ч/млн. куб. футов	Неограниченно

### 9. Расписание авиакомпании

Авиакомпания KeeWee выполняет полеты между городами А и В согласно расписанию, приведенному в табл. 13. Экипаж может вернуться в свой город не ранее, чем через 90 минут после прилета, либо на следующий день. Составьте расписание назначений экипажей на рейсы, минимизирующее суммарное время простоя экипажей.

Таблица 13. Расписание авиакомпании

Рейс	Отлет из города А	Прилет в город В	Рейс	Отлет из города В	Прилет в город А
A1	6:00	8:30	B1	7:30	9:30
A2	8:15	10:45	B2	9:15	11:15
A3	13:30	16:00	B3	16:30	18:30
A4	15:00	17:30	B4	20:00	22:00

### 10. Планирование распределения электроэнергии

Три электрогенерирующие станции мощностью 25, 40 и 30 миллионов кВт/ч. поставляют электроэнергию в Калугу, Тулу и Рязань. Максимальная потребность в электроэнергии этих городов оценивается в 30, 35 и 25 миллионов кВт/ч. Цены за миллион кВт/ч. в данных городах приведены в табл. 14. В августе на 20% возрастает потребность в электроэнергии в каждом из трех городов. Недостаток электроэнергии города могут восполнить из другой электросети по цене 1000\$ за 1 миллион кВт/ч. К сожалению, Рязань не может быть подключена к альтернативной электросети. Определите оптимальный план распределения электроэнергии и восполнения ее недостатка в августе.

Таблица 14. Планирование распределения электроэнергии

Станция	Калуга	Тула	Рязань
1	600	700	400
2	320	300	350
3	500	480	450

## *Лабораторная работа 2. Экономическое моделирование в Excel.*

### *Часть 2*

Лабораторная работа выполняется в тех же группах, что и на практическом занятии, продолжая работать с построенной математической моделью. По результатам выполнения лабораторной работы студенты сдают отчеты, оформленные в Microsoft Word, и расчетные файлы в Microsoft Excel. Основные принципы работы с надстройкой «Поиск решения» изложены в Приложении 1.

#### Задание 1 (Мур Д., 2004)

Компания Wood Products производит несколько видов высококачественных дубовых стульев. Ассортимент продукции насчитывает 6 типов изделий: Captain, Mate, American High, American Low, Spanish King и Spanish Queen. Стулья сконструированы так, что для их изготовления можно использовать ряд взаимозаменяемых деталей: длинные и короткие штифты, прочные и облегченные сиденья, а также тяжелые и легкие поперечины. Кроме того, каждый тип стульев имеет отличную от других направляющую, на которую крепится спинка. Взаимозаменяемые детали позволяют компании подстраховаться на случай внезапных изменений спроса. Директор завода планирует составить план производства на следующую неделю. В компании заключительные действия по доводке деталей (шлифовка, окраска и сушка) занимают одну неделю. Поэтому на следующей неделе можно изготавливать стулья только из деталей, обработка которых уже завершена. Данные о потребности в деталях, их запасе и удельной прибыли в зависимости от модели стульев представлены в табл. 15.

1. Определите максимальную прибыль и соответствующий план производства стульев для компании Wood Products. (с помощью надстройки «Поиск решения»).
2. Определить теневые цены ресурсов для компании Wood Products и объяснить их экономический смысл.
3. Какие ресурсы являются дефицитными, а закупку каких ресурсов можно оптимизировать?
4. Основываясь на двойственных ценах, определите возможное увеличение ресурсов каждого вида?
5. К чему приведет введение ограничений на производство стульев типов Spanish King и Spanish Queen не менее 15 штук каждого типа? К какому уменьшению дохода приводит увеличение производства этих стульев на единицу?
6. Определите интервалы для стульев типа Captain и Mate, гарантирующие допустимость текущего решения. изменения ресурсов каждого вида происходит по отдельности.

7. Будет ли экономически целесообразной дополнительная закупка длинных и коротких штифтов? В каком количестве их можно закупить, чтобы увеличить прибыль, если закупки всех остальных деталей не изменяются?

Таблица 15. Исходные данные для компании Wood Products

Модель стульев	Потребность в деталях						Запас в начале недели
	Captain	Mate	American High	American Low	Spanish King	Spanish Queen	
Длинные штифты	8	0	12	0	8	4	1280
Короткие штифты	4	12	0	12	4	8	1900
Ножки	4	4	4	4	4	4	1090
Прочные сиденья	1	0	0	0	1	1	190
Облегченные сиденья	0	1	1	1	0	0	170
Прочные поперечины	6	0	4	0	5	0	1000
Облегченные поперечины	0	4	0	5	0	6	1000
Спинки для Capt	1	0	0	0	0	0	110
Спинки для Mate	0	1	0	0	0	0	72
Спинки для Amer	0	0	1	1	0	0	93
Спинки для Span	0	0	0	0	1	1	85
Удельная прибыль	36	40	45	38	35	25	

На рис. 10 представлен пример оформления рабочего листа при выполнении задания 1 и диалоговое окно «Поиск решения». На рис. 11 приведено диалоговое окно, в котором можно выбрать виды выводимых отчетов (по результатам, по устойчивости, по пределам).

## Задание 2

Найдите оптимальное решение задачи, математическую модель которой вы составляли на Практическом занятии 2 с помощью надстройки «Поиск решения». Составьте вопросы, аналогичные вопросам в Задании 1, и ответьте на них.

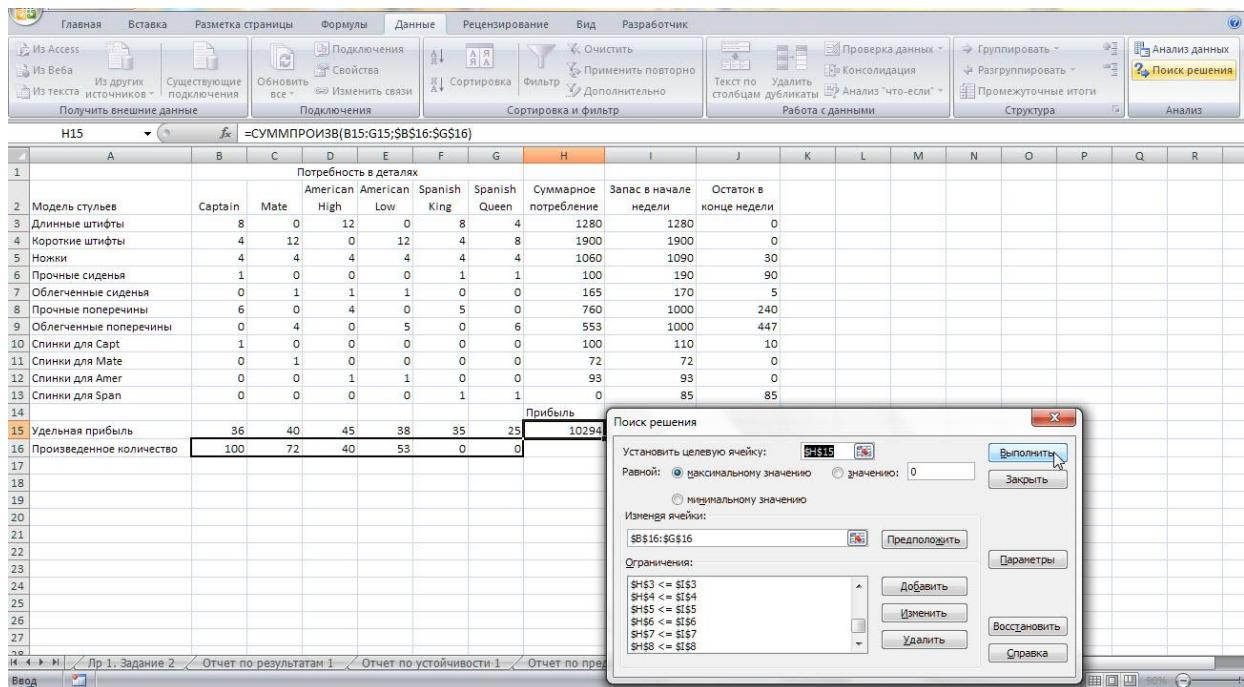


Рис. 10. Поиск решения в Задании 1

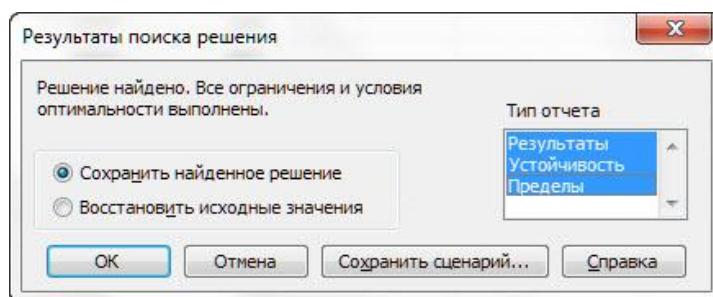


Рис. 11. Результаты «Поиска решений» и отображение отчетов

### **Лекция 3. Имитационное моделирование**

Основная цель лекции сегодня – это ответить на вопрос: «Имитационное моделирование – это наука или искусство?» Прежде чем отвечать, рассмотрим данный вид моделирования более подробно.

**Как вы думаете, чем имитационное моделирование отличается от всех остальных видов моделирования?**

Термин «имитационное моделирование» появился в русском языке после выхода перевода книги Томаса Нейлора «Машинные имитационные эксперименты с моделями экономических систем» (Нейлор Т., 1975). В этой работе имитация определяется как численный метод проведения на цифровых вычислительных машинах экспериментов с математическими моделями, описывающими поведение сложных систем в течение продолжительного

времени. С тех пор методы имитационного моделирования экономических систем претерпели существенные изменения, не только в плане толкования смысла этого понятия, но, особенно, в отношении используемого программного обеспечения и возможностей вычислительной техники.

На протяжении 1970-1980-х годов попытки использовать этот вид моделирования в реальном управлении экономическими процессами носили эпизодический характер из-за сложности формализации экономических процессов и недостаточной развитости программных средств. Однако именно в середине 1970-х гг. появились первые инструментальные средства имитационного моделирования, например, система GPSS, которая позволяла создавать модели контролируемых процессов и объектов в основном технического или технологического назначения.

В дальнейшем развитие имитационного моделирования было напрямую связано с развитием программного обеспечения. В 80-х годах прошлого века системы имитационного моделирования стали развиваться более активно. В то время в различных странах мира применялось более 20 различных систем (GASP-IV, SIMYLA-67, SLAM-II, GPSS-V и т.д.). В 90-х годах появилось огромное количество пакетов для имитационного моделирования, которые становились все более развитыми и удобными даже для неподготовленного пользователя. Такой расцвет можно объяснить не только увеличением интереса к имитационному моделированию, но и большим прогрессом в развитии компьютерной техники, быстродействие и возможности которой возрастают с каждым днем. Среди таких средств можно выделить Powersim, iThink, AnyLogic, Vensim, Stella, Simulink, Pilgrim и т.д. (Кузнецов Ю.А., 2007).

**Как вы думаете, современное определение имитационного моделирования отличается от того, что дал Т. Нейлор?**

Имитационное моделирование – это деятельность по разработке программных моделей реальных или гипотетических систем, выполнение этих программ на компьютере и анализ результатов компьютерных экспериментов по исследованию поведения моделей (Карпов Ю., 2005).

Давайте посмотрим несколько примеров решения прикладных задач с помощью имитационного моделирования.

**Показ видеоматериалов с примерами имитационного моделирования с сайтов компаний The AnyLogic Company (<http://www.anylogic.ru/video-tour>), isee systems (<http://blog.iseesystems.com/systems-thinking/modeling-the-economic-crisis/>) и MathWorks (<http://matlab.ru/products/simulink>).**

**Что общего у показанных примеров?**

**Существует два термина «modeling» и «simulation». В чем будет разница между ними при переводе на русский язык?**

Слова «имитационное моделирование» и «вычислительный (компьютерный) эксперимент» соответствуют английскому термину «simulation», который подразумевает разработку модели именно как компьютерной программы и ее исполнение на компьютере. Однако в ряде российских вузов имитационным моделированием называют целенаправленные серии многовариантных расчетов, выполняемых на компьютере в расчетных программах или Excel с применением экономико-математических моделей и методов. Однако с точки зрения компьютерных технологий такие вычисления – это обычное моделирование. В русскоязычной литературе термин «моделирование» соответствует американскому «modeling» и подразумевает создание модели и ее анализ, причем модель – это объект любой природы, упрощенно представляющий исследуемую систему. Математические расчеты в этом случае можно проводить и без компьютера. Но имитационное моделирование – это чисто компьютерная работа, которую невозможно выполнить без использования специальных программных средств.

### **В каких случаях применяется именно имитационное моделирование?**

Развитие моделей, использующих имитационный подход, связано с необходимостью исследования очень сложных систем, встречающихся на практике. Численные и аналитические методы, с помощью которых можно провести наиболее полное исследование математической модели объекта, можно применять не для всех систем. При построении аналитических моделей для очень сложных систем пользователю приходится делать серьезные упрощения. При этом сложность и непредсказуемое поведение системы может привести к тому, что результаты моделирования будут серьезно отличаться от реального поведения системы не только количественно, но и качественно. Поэтому в некоторых ситуациях рекомендуется применять модели, имитирующие поведение реального объекта (Трусов П.В., 2005):

1. Если не существует законченной постановки задачи исследования и идет процесс познания объекта моделирования или отдельных его элементов.
2. Если аналитические методы имеются, но математические процедуры трудно реализуемы, сложны и трудоемки.
3. Когда кроме оценки влияния параметров сложной системы желательно осуществить наблюдение за поведением отдельных компонентов этой системы в течение определенного периода времени.
4. Когда имитационный подход оказывается единственным способом исследования сложной системы из-за невозможности наблюдения явлений в реальной обстановке.
5. Когда необходимо контролировать протекание процессов в сложной системе путем замедления или ускорения явлений в ходе имитации.
6. При подготовке специалистов и освоении новой техники, когда имитатор обеспечивает возможность приобретения необходимых навыков в эксплуатации новой техники.

7. Когда изучаются новые ситуации в сложных системах, о которых мало что известно. В этом случае имитация служит для проверки новых стратегий и правил принятия решений перед проведением экспериментов на реальной системе.

8. Когда основное значение имеет последовательность событий в проектируемой сложной системе, и модель используется для предсказания узких мест в функционировании системы и других трудностей, связанных с добавлением в систему новых элементов.

Таким образом, применение имитационного моделирования оправдано, если вопросы, ответ на которые должна дать модель, относятся не к выяснению фундаментальных законов и причин, определяющих динамику реальной системы, а к практическому анализу поведения системы.

Математическую (логическую) модель, для которой не всегда можно найти решение в традиционном аналитическом или численном виде, называют имитационной моделью (Neelamkavil F., 1987). Суть имитационного подхода состоит в том, что процесс функционирования сложной системы представляется в виде определенного алгоритма, реализуемого на ЭВМ. Имитационные методы используются, как правило, для моделирования сложных динамических систем. При этом моделируется не только структура системы, но и время ее функционирования. При моделировании используются три представления времени (Трусов П.В., 2005):

- реальное время моделируемой системы;
- модельное время, по которому организуется синхронизация событий в системе (изменяется пошагово);
- машинное время имитации, отражающее затраты ресурсов времени ЭВМ на организацию имитации.

### **Приведите пример каждого из представлений времени?**

Система имитационного моделирования, обеспечивающая создание моделей для решения прикладных задач, должна обладать следующими свойствами (Емельянов А.А., 2004):

- возможностью применения имитационных программ совместно со специальными экономико-математическими моделями и методами, основанными на теории управления;
- инструментальными методами проведения структурного анализа сложного экономического процесса;
- способностью моделирования материальных, денежных и информационных процессов и потоков в рамках единой модели, в общем модельном времени;
- возможностью введения режима постоянного уточнения при получении выходных данных (основных финансовых показателей, временных и

пространственных характеристик, параметров рисков и т.д.) и проведении экстремального эксперимента.

### **Почему именно на эти свойства нужно обратить внимание?**

Системы имитационного моделирования обладают как достоинствами, так и недостатками.

### **Какие плюсы и минусы можно выделить, по вашему мнению?**

При достаточно глубоком знании поведения реальной системы и правильном представлении исходной информации имитационные модели характеризуются большей близостью к реальной системе и наглядностью, чем аналитические и численные модели. С помощью имитационного моделирования и соответствующих современных программных средств даже неспециалисты в области математического моделирования могут создавать модели, которые сложно описать традиционными методами. Кроме того, имитационное моделирование позволяет создавать модели тех систем, с которыми нельзя провести эксперимент, что позволяет упростить и усовершенствовать управление ими.

Однако имитационное моделирование обладает и рядом недостатков. Имитационное моделирование является итеративной, экспериментальной техникой решения проблем; требует значительных затрат кадров и компьютерного времени; чаще всего находит решение, только близкое к оптимальному. Ученому трудно оценить адекватность модели и найти источник ошибок; а сбор, анализ и интерпретация результатов требует хорошего знания теории вероятности и статистики. Однако чаще всего этот метод является единственным способом создания модели сложной системы.

В настоящее время принято считать, что, имитационное моделирование включает четыре основных направления (Карпов Ю., 2005):

1. моделирование динамических систем;
2. дискретно-событийное моделирование;
3. системная динамика;
4. агентное моделирование.

В рамках каждого из этих четырех направлений развиваются свои инструментальные средства, которые позволяют упростить разработку модели и ее анализ.

Самым молодым из этих направлений является агентное моделирование. Агент - это некоторая сущность, которая обладает активностью, автономным поведением, может принимать решения в соответствии с некоторым набором правил, может взаимодействовать с окружением и другими агентами, а также может эволюционировать. Такие модели используются для изучения

децентрализованных систем, законы функционирования которых являются результатом активности отдельных членов группы.

Дискретно-событийное моделирование представляет собой моделирование систем массового обслуживания, т.к. изменение состояния таких систем при их функционировании происходит в дискретные моменты времени при возникновении таких событий, как выборка заявки из входной очереди для обслуживания, окончание обслуживания и т.п.

Динамические системы – это сложные объекты, поведение которых описывается системами алгебраических и дифференциальных уравнений, а также событиями, меняющими либо среду, либо модель, либо даже саму структуру системы.

Основателем системно-динамического направления является Джей Форрестер. На основе теории систем, аппарата дифференциальных уравнений и компьютерного моделирования он разработал основную методологию и принципы данного подхода. Основной идеей системной динамики является существование обратной информационной связи. В ее рамках существует специальные графические обозначения для структурных элементов потоковой диаграммы.

**Запишите в тетрадь 2-3 предложения, которые дают ответ на вопрос: «Имитационное моделирование – это наука или искусство»? После этого студентам предлагается проголосовать за один из двух указанных вариантов либо за компромиссный вариант. Желающие могут зачтать свои обоснования.**

### ***Практическое занятие 3. Имитационное моделирование (метод Монте-Карло)***

**Материалы практического занятия предполагают освоение достаточно сложного теоретического материала, поэтому, когда внимание аудитории будет ослабевать, можно провести упражнение «Раз, два, три. Хлоп!», которое представляет собой эффективный способ концентрации внимания и своеобразную «встряску» для ума.**

**Упражнение «Раз, два, три. Хлоп!» (Бут Свини Л., 2014):**

**Участники должны хорошо видеть преподавателя. Следует попросить студентов держать руки так, как будто они собираются хлопнуть в ладоши. Затем преподаватель объясняет правила: «Я буду медленно считать до трех, а потом скажу «Хлоп!». Когда я скажу «Хлоп!», хлопните все в ладоши». После этого преподаватель должен медленно считать вслух «Раз. Два. Три». Затем хлопнуть в ладоши, выдержать паузу в пару секунд и сказать «Хлоп!». После этого нужно дать паузу, чтобы у каждого было время задуматься. После этого повторить инструкцию и**

**выполнить упражнение снова. После этого следует спросить, чему учит данное упражнение.**

Статистические испытания по методу Монте-Карло представляют собой простейшее имитационное моделирование при полном отсутствии каких-либо правил поведения. Получение выборок по методу Монте-Карло – основной принцип компьютерного моделирования систем, содержащих стохастические или вероятностные элементы. Зарождение метода связано с работой фон Неймана и Ульмана в конце 1940-х гг., когда они ввели его для него название «Монте-Карло» и применили его к решению некоторых задач по экранированию ядерных излучений. Этот математический метод был известен и ранее, но новую жизнь получил в закрытых работах по ядерной технике в Лос-Аламосе под кодовым названием «Монте-Карло». Применение метода было весьма эффективным, и он получил распространение и в других отраслях науки (Емельянов А.А., 2004).

Применение метода Монте-Карло позволяет изучать очень сложные системы, состоящие из тысяч или миллионов элементов, или очень длинные промежутки модельного времени (при этом время моделирования может составлять несколько секунд).

При моделировании сложных систем очень часто приходится иметь дело с переменными, значения которых определяются случайным образом. Например, момент поступления заказов или оплата банковских кредитов. Одной из базовых разновидностей метода Монте-Карло при численном решении задач, включающих случайные переменные, является метод статистических испытаний, который заключается в моделировании случайных событий.

Метод Монте-Карло основан на статистических испытаниях и по своей сущности является экстремальным. Он может применяться и для решения полностью детерминированных задач, например решение дифференциальных уравнений в частных производных или численное интегрирование. В рамках метода Монте-Карло статистические результаты получаются путем повторяющихся испытаний. Вероятность того, что результаты отличаются от истинных не более чем на заданную величину, есть функция количества испытаний (Емельянов А.А., 2004).

В основе вычислений по методу Монте-Карло лежит случайный выбор числе из заданного вероятностного распределения. При практических вычислениях эти числа берут из таблиц или получают путем некоторых операций, результатами которых являются псевдослучайные числа с теми же свойствами, что и числа, получаемые путем случайной выборки. Рассмотрим процедуру, описывающую суть метода Монте-Карло согласно (Максимей И.В., 2009)

То есть вместо того, чтобы описывать сложную систему, с помощью аналитической модели проводится  $N$  «розыгрышей» случайного явления в модели объекта имитации (заранее заданным числом  $N$  раз). При этом вектор

параметров модели  $X$  не меняется (фиксирован) и на модели определяются значения компонент вектора откликов  $Y$ . Так же, как в реальности, конкретная  $j$ -ая реализация случайного процесса (из-за случайного характера алгоритма поведения реального явления) в модели всякий раз будет складываться по-разному. Таким образом, проведя  $N$  экспериментов с моделью сложной системы при одних и тех же значениях вектора параметров модели  $X$ , из-за случайного характера алгоритма сложной системы получают выборку значений откликов  $\{Y_l\}$ ,  $l = \overline{1, N}$ . Усредняя выборку значений  $\{Y_l\}$ , находят вектор математических ожиданий значений компонент этого вектора  $\bar{Y} = (\bar{Y}_1, \bar{Y}_2, \dots, \bar{Y}_l, \dots, \bar{Y}_N)$  и дисперсию  $S_y^2$  компонент вектора откликов при фиксированных значениях вектора параметров  $\{X\}$ .

Число экспериментов  $N$  определяется из необходимой точности оценки  $\bar{Y}$ . Задавшись точностью вычислений  $\varepsilon$ , по таблицам нормального распределения для доверительной вероятности  $\beta=1-\alpha$  находят требуемое число экспериментов  $N$ , обеспечивающее оценку среднего  $\bar{Y}$  с вероятностью ошибки  $\alpha$ . При оценивании среднего значения компонент вектора  $\bar{Y}$  наиболее часто встречаются следующие случаи:

1.  $Y_i$  имеют нормальное распределение, но объем выборки мал ( $N \leq 30$ ).

Тогда составляется  $t$ -статистика:

$$t = \sqrt{N-1} \frac{(\bar{Y} - \mu)}{S_y}; S_y = \sqrt{S_{ij}^2}, \quad (3.1)$$

где  $S_{ij}^2$  и  $\mu$  – оценка дисперсии и истинное математическое ожидание компонент вектора откликов  $Y$ ;  $\bar{Y}$  – среднее значение компонент вектора откликов.

$t$ -статистика имеет распределение Стьюдента, поэтому по соответствующим таблицам при ( $N-1$ ) степенях свободы и заданном уровне значимости  $\alpha$  можно оценить доверительные интервалы для математических ожиданий вектора откликов:

$$\bar{Y} \pm d = \bar{Y} \pm \frac{t_{kp} S_y}{\sqrt{N-1}}, \quad (3.2)$$

где  $t_{kp}$  – значение  $t$ -статистики, вычисленное по функции распределения Стьюдента при заданном уровне значимости  $\alpha$  и числе степеней свободы  $v=N-1$ , откуда требуемый объем выборки для оценки отклика с точностью  $d$  будет равен:

$$N \geq \left( \frac{t_{kp} - S_y}{d} \right)^2 + 1. \quad (3.3)$$

2.  $Y_i$  имеют нормальное распределение; истинное математическое ожидание  $\mu$  известно, объем выборки велик ( $N \geq 30$ ). В этом случае используется двусторонняя нормальная статистика  $Z$  при заданном уровне значимости  $\alpha/2$  из

стандартного нормального распределения. Поэтому доверительный интервал можно определить в виде соотношения

$$\bar{Y} \pm d = \bar{Y} \pm Z_{\alpha/2} \frac{S_y}{\sqrt{N}}, \quad (3.4)$$

где  $Z_{\alpha/2}$  вычисляется из функции нормального распределения.

Требуемый объем выборки определяется по формуле:

$$N \geq \left( \frac{S_y - Z_{\alpha/2}}{d} \right)^2, \quad (3.5)$$

где  $Z_{\alpha/2}$  – квантиль стандартного нормального распределения при доверительном уровне  $\left(1 - \frac{\alpha}{2}\right)$ ;  $d$  – допустимая величина ошибки для оценки средних значений откликов.

3. Нормальность распределения компонент вектора  $Y$  предположить нельзя, но известны истинные значения математического ожидания  $\mu$  и дисперсии  $\sigma^2$  при большом объеме выборки ( $N \geq 30$ ). В этом случае лучше всего использовать неравенство Чебышева:

$$P\left\{|\bar{Y} - \mu| \geq K \frac{\sigma}{\sqrt{N}}\right\} \leq \frac{1}{K^2}. \quad (3.6)$$

Из этого неравенства доверительный интервал для оценки среднего значения можно записать в виде

$$\bar{Y} \pm d = \bar{Y} \pm \frac{K\sigma}{\sqrt{N}} = \bar{Y} \pm \frac{\sigma}{\sqrt{N}(1-\alpha)}, \quad (3.7)$$

а требуемый объем выборки отклика

$$N \geq \frac{\sigma}{d^2(1-\alpha)}. \quad (3.8)$$

Обычно задается  $d \approx \frac{\sigma}{4}$ ,  $\alpha=0,05$ . Тогда  $N \geq 320$ .

При оценивании дисперсии  $\sigma^2$  задача отыскания ее оценки  $S_y^2$  с достоверностью  $(1-\alpha)$  записывается в виде

$$P\left\{(1-d)\sigma^2 \leq S_y^2 \leq (1+d)\sigma^2\right\} = 1 - \alpha. \quad (3.9)$$

Эту задачу можно решать только при больших объемах выборки  $N$ . В этих случаях удобнее всего использовать  $\chi^2$  статистику:

$$\chi^2 = \frac{(N-1)S^2}{\sigma^2} \text{ с } (N-1) \text{ степенями свободы.} \quad (3.10)$$

Поскольку объем выборки  $N$  большой, то эту статистику можно аппроксимировать нормальным распределением. Поэтому формула для расчета требуемого объема выборки отклика имеет вид:

$$N \geq 1 + 2 \left( \frac{Z_{\alpha/2}}{d} \right)^2, \quad (3.11)$$

где  $Z_{\alpha/2}$  – квантиль стандартного нормального распределения при уровне значимости  $\alpha/2$ ;  $d$  – доверительный интервал оценки (чаще всего  $d = \sigma_9/4$ ;  $\sigma_9^2$  – эмпирическая оценка дисперсии отклика).

Основной операцией, из совокупности которых складывается процесс моделирования сложных систем согласно процедуре Монте-Карло, является некая  $l$ -ая реализация случайного процесса  $F(X, \gamma)$ . Она представляет собой как бы один экземпляр реализации алгоритмов развития сложных систем в дереве вариантов его функционирования. Как правило, она складывается из последовательности, состоящей из компонент двух типов. Первый тип составляющих представляет собой вычислительные процедуры  $F$ , а второй – розыгрыш значений  $\gamma_i$  с помощью специально разработанного алгоритма («бросание жребия»). Поэтому возникновение случайности в ходе моделируемого явления описывается не расчетами, а «жребием».

Классическим примером применения процедуры Монте-Карло является задача вычисления площади области сложной формы  $A$ . Процедура Монте-Карло при решении данной задачи реализуется следующим образом.

Сначала область  $A$  погружается в область  $G$  с известной площадью  $g = \text{mes}(G) < \infty$  (рис. 12). Затем формируется случайная величина Бернулли  $\xi$ , математическое ожидание которой равно  $C$ :

$$\xi = gF_A(\eta) = \begin{cases} g & \text{для } \eta \in A, \\ 0 & \text{для } \eta \notin A. \end{cases} \quad (3.12)$$

где  $F_A(\eta)$  – индикаторная функция области  $A$ ;  $\eta$  – случайный двумерный вектор, равномерно распределенный для области  $G$ . Обозначим  $p = P(\eta \in A)$  – вероятность события  $\{\eta \in A\}$ . Тогда

$$\begin{aligned} M[\xi] &= gp + 0(1-p) = gp = C; \\ D[\xi] &= g^2 p(1-p) = C(g - C) < \infty. \end{aligned} \quad (3.13)$$

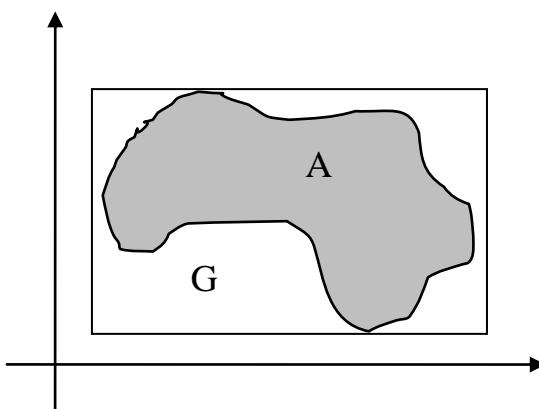


Рис. 12. Пример применения метода Монте-Карло

Моделируется  $N$  независимых реализаций  $(\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_N)$ . Строится случайная выборка  $\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_N$  с помощью функции распределения (3.12) и вычисляется оценка величины  $C$ :

$$\tilde{C} = \frac{1}{N} \sum_{l=1}^N \xi_l = g \cdot \frac{1}{n} \sum_{l=1}^N F_A(\eta_l) = g \cdot \frac{h'}{N}, \quad (3.14)$$

где  $h'$  – число реализаций из  $\{\xi_l\}$ ,  $l = \overline{1, N}$ , попавших в область  $A$ ,  $h'/N$  – относительная частота пропадания вовнутрь области, т.е. эффективная оценка вероятности  $p$ .

Для вычисления одной и той же величины возможны разные варианты построения случайной величины  $\xi$ , удовлетворяющие условию  $M[\xi] = C$ ,  $D[\xi] < \infty$ . При этом предпочтение отдается варианту, наиболее полно удовлетворяющему следующим условиям:

- дисперсия  $D[\xi]$  минимальна на множестве  $\{\xi\}$ ;
- моделирование  $\xi$  осуществляется одним из известных способов реализации жребии первого типа (за более полной информацией см. (Максимей И.В., 2009)).

**Студентам предлагается нарисовать в тетради фигуру А, вписать ее в фигуру G (согласно рис. 13) и с помощью метода Монте-Карло оценить ее площади сравнивать с реальным результатом. Алгоритм «бросания жребия» условно реализуется как расстановка с закрытыми глазами точек ручкой по рисунку в тетради. Результаты студентов сравниваются. Им задается вопрос: от чего зависит точность метода Монте-Карло?**

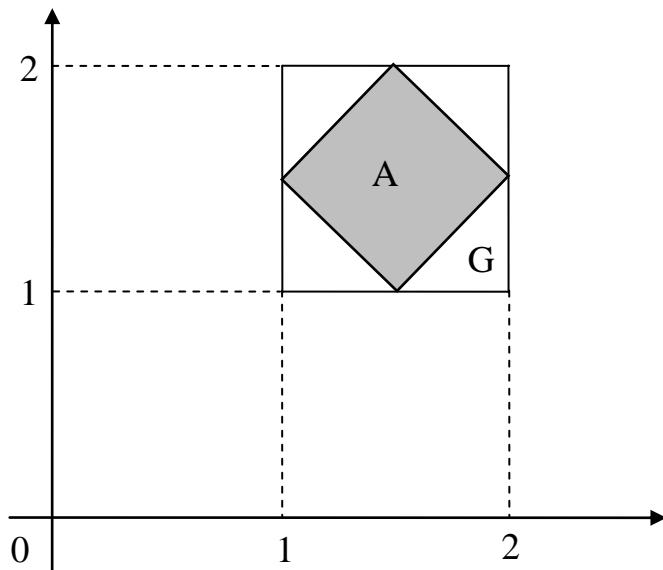


Рис. 13. Определение площади фигуры с помощью метода Монте-Карло

Применение метода Монте-Карло является особенно эффективным в тех случаях, когда невозможно или нежелательно реальное наблюдение или эксперимент с объектом, а другие методы математического моделирования не разработаны или не применимы из-за многочисленных допущений и предположений, которые могут привести к большим погрешностям или ошибочным выводам.

### ***Лабораторная работа 3. Реализация метода Монте-Карло в Excel***

Лабораторная работа выполняется индивидуально либо в группах, размер которых определяется исходя из численности студентов и количества компьютеров в компьютерном классе. По результатам выполнения лабораторной работы студенты сдают отчеты, оформленные в Microsoft Word, и расчетные файлы в Microsoft Excel.

Фирма рассматривает инвестиционный проект по производству продукта «А» (Лукасевич И.Я., 1998). В процессе предварительного анализа экспертами были выявлены три ключевых параметра проекта и определены возможные границы их изменений (табл. 16). Пусть все ключевые переменные имеют равномерное распределение вероятностей. Прочие параметры проекта считаются постоянными величинами в течение срока реализации проекта (табл. 17). В качестве результирующего показателя используется показатель чистого приведенного дохода (net present value, NPV).

Таблица 16. Ключевые параметры проекта по производству продукта «А»

Показатели	Сценарий		
	Наихудший	Наилучший	Вероятный
Объем выпуска – Q	150	300	200
Цена за штуку – P	40	55	50
Переменные затраты – V	35	25	30

Таблица 17. Неизменяемые параметры проекта по производству продукта «А»

Показатели	Наиболее вероятное значение
Постоянные затраты – F	500
Амортизация – А	100
Налог на прибыль – Т	60%
Норма дисконта – г	10%
Срок проекта – n	5
Начальные инвестиции – I <sub>0</sub>	2000

Проведение имитационных экспериментов по методу Монте-Карло в Excel можно осуществить двумя способами – с помощью встроенных функций

и путем использования инструмента «Генератор случайных чисел» надстройки «Анализ данных».

### 1. Имитационное моделирование с применением встроенных функций Excel

Применение встроенных функций целесообразно лишь в том случае, когда вероятности реализации всех значений случайной величины считаются одинаковыми. Тогда для имитации значений требуемой переменной можно воспользоваться математическими функциями СЛЧИС() или СЛУЧМЕЖДУ(). Описание функций приведено в табл. 18.

Таблица 18. Математические функции Excel для генерации случайных чисел

Наименование функции		Формат функции	Описание
Английская версия	Русская версия		
RAND	СЛЧИС	СЛЧИС() – не имеет аргументов	Возвращает равномерно распределенное случайное вещественное число, которое большее или равно 0 и меньше 1. Новое случайное вещественное число возвращается при каждом вычислении листа. Чтобы получить случайное вещественное число в диапазоне между $a$ и $b$ , можно использовать следующую формулу: $\text{СЛЧИС}()*(b-a)+a$
RANDBETWEEN	СЛУЧМЕЖДУ	СЛУЧМЕЖДУ(нижн_граница; верхн_граница)	Возвращает случайное целое число, находящееся в диапазоне между двумя заданными числами. При каждом вычислении листа возвращается новое случайное целое число.

Чтобы значения случайных чисел не изменялись при каждом пересчете листа, нужно отключить режим автоматических вычислений, выбрав на вкладке «Формулы» в раскрывающемся списке кнопки «Параметры вычислений» пункт «Вручную». Тогда пересчет листа будет осуществляться после нажатия клавиши F9.

Если с помощью этих формул различные значения для объемов выпуска, цен и затрат, то можно получить генеральную совокупность, содержащую различные значения исходных показателей и полученных результатов. После чего рассчитать соответствующие параметры распределения и провести вероятностный анализ.

На листе «Лр 3. Формулы» строим генеральную совокупность, задаем исходные значения и вводим формулы. Пример оформления листа приведен на рис. 14.

The screenshot shows the 'Лр 3. Формулы' sheet in Excel. It contains two main sections: parameter definitions and their distributions.

**Parameter Definitions:**

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
1												
2	Показатели	Сценарий				Показатели	Наиболее вероятное значение					
3	Объем выпуска – Q	Наихудший	Наилучший	Вероятный		Постоянные затраты – F	500					
4	Цена за штуку – P	40	55	50		Амортизация – А	100					
5	Переменные затраты – V	35	25	30		Налог на прибыль – Т	60%					
6						Норма дисконта – г	10%					
7						Срок проекта – п	5					
8	Экспериментов	500				Начальные инвестиции – I <sub>0</sub>	2000					

**Distributions:**

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	
10	Переменные затраты	Количество	Цена	Поступления	Чистый приведенный доход (NPV)			Показатели	Переменные затраты – V	Объем выпуска – Q	Цена за штуку – Р (NCF)	Поступления	Чистый приведенный доход (NPV)
11	31	188	41	612	319,96р.			Среднее значение	30,304	222,514	47,606	1398,7008	3302,176487
12	29	279	42	1310,8	2 968,96р.			Стандартное отклонение	3,204390775	43,59884773	4,604037	614,0141932	2327,59688
13	33	243	41	637,6	417,01р.			Коэффициент вариации	0,105741512	0,195937549	0,096711	0,438988948	0,704867498
14	34	277	43	857,2	1 249,46р.			Минимум	25	151	40	244	-1075,048028
15	35	184	42	375,2	-577,70р.			Максимум	35	300	55	3340	10661,22781
16	31	271	48	1702,8	4 454,95р.			Число случаев NPV<0					21
17	34	163	46	642,4	435,20р.			Сумма убытков					-11594,85748
18	28	254	54	2501,6	7 483,03р.			Сумма доходов					1662683,101
19	28	273	49	2153,2	6 162,32р.								
20	28	195	50	1576	3 974,28р.			Вероятность p(NPV<=X)					
21	32	152	55	1258,4	2 770,33р.			Вел. (X)	Нормал. (X)	p(NPV<=X)			
22	33	230	50	1424	3 398,08р.			0	-1,418706356	0,077992322			

Рис. 14. Лист «Лр 3. Формулы»

Для ряда ячеек задаем имена, чтобы было их удобнее использовать при расчете: вкладка «Формулы», кнопка «Присвоить имя» (рис. 15).

Левая часть листа предназначена для ввода ключевых переменных, значения которых будут генерироваться в процессе проведения эксперимента. В ячейках \$A\$11:\$A\$510, \$B\$11:\$B\$510 и \$C\$11:\$C\$510 генерируют значения для соответствующих переменных с учетом заданных в ячейках B3:C5 диапазонов их изменений с помощью функции СЛУЧМЕЖДУ(нижн\_граница; верхн\_граница). Формулы в ячейках \$D\$11:\$D\$510 и \$E\$11:\$E\$510 вычисляют величину потока платежей и его чистую современную стоимость соответственно. Например, для ячейки D11 задается формула =(B11\*(C11-A11)-Пост\_затраты-Амортизация)\*(1-Налог)+Амортизация, а для ячейки E11 – формула =ПС(Дисконт;Срок;-D11)-Нач\_инвест.

Функция ПС(ставка;кпер;плт;бс;тип) возвращает приведенную (к текущему моменту) стоимость инвестиции. Приведенная (нынешняя) стоимость представляет собой общую сумму, которая на данный момент равна цене ряду будущих выплат. В функции ставка – процентная ставка за

период, кпер – общее число периодов платежей по аннуитету, плт – выплата, производимая в каждый период и не меняющаяся на протяжении всего периода ренты, бс – требуемое значение будущей стоимости или остатка средств после последней выплаты, тип – число 0 или 1, обозначающее срок выплаты. Параметры бс и тип являются обязательными.

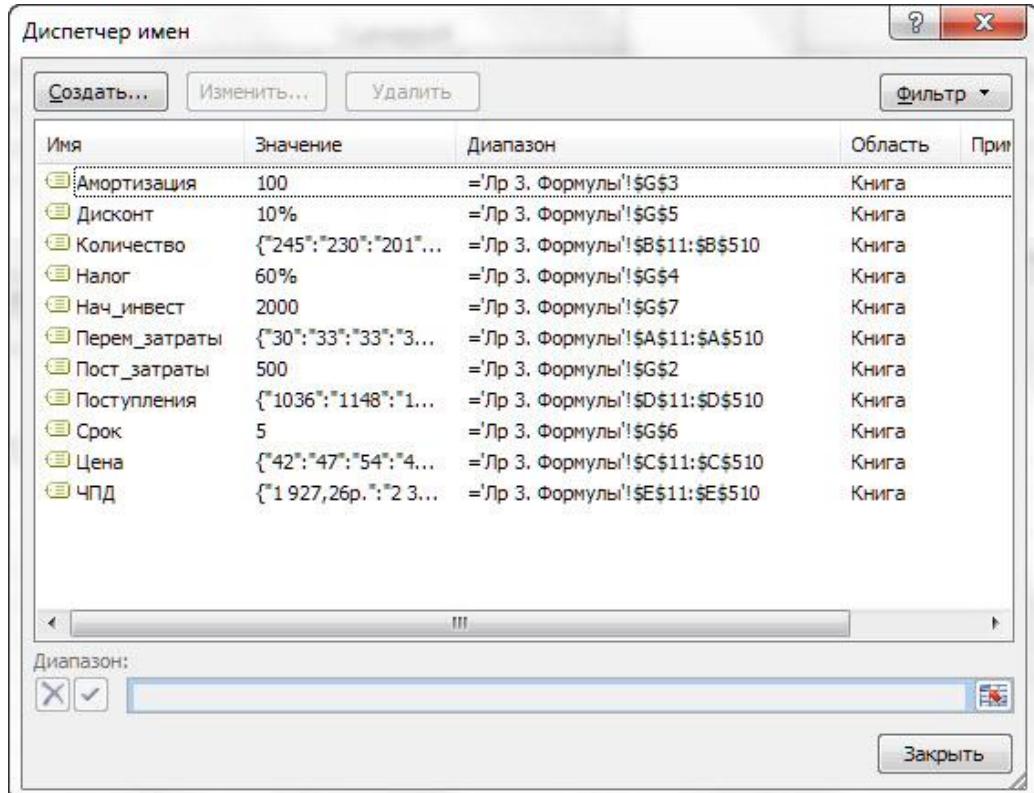


Рис. 15. Имена ячеек листа «Лр 3. Формулы»

В правой части листа кроме значений постоянных переменных содержатся также функции, вычисляющие параметры распределения изменяемых ( $Q, V, P$ ) и результатных ( $NCF, NPV$ ) переменных и вероятности различных событий. Соответствующие формулы приведены в табл. 19.

Здесь используются следующие формулы:

- СРЗНАЧ(число1, [число2], ...) возвращает среднее значение (среднее арифметическое) аргументов.
- СТАНДОТКОЛОН(число1; число2; ...) оценивает стандартное отклонение по выборке., то есть меру того, насколько широко разбросаны точки данных относительно их среднего.
- МИН(число1;число2; ...) возвращает наименьшее значение в списке аргументов.
- МАКС(число1;число2; ...) возвращает наибольшее значение в списке аргументов.
- СЧЁТЕСЛИ(диапазон, критерий) подсчитывает количество ячеек в диапазоне, которые соответствуют одному указанному пользователем критерию.

- СУММЕСЛИ(диапазон, критерий, [диапазон\_суммирования]) используется, если необходимо просуммировать значения диапазона, соответствующие указанным условиям. Если ячейки, по которым нужно выполнить суммирование, отличаются от ячеек, указанных в качестве диапазона, то их указывают в качестве необязательного диапазона суммирования.

Таблица 19. Формулы листа «Лр 3. Формулы»

Показатели	Переменные затраты ( $V$ )	Объем выпуска ( $Q$ )	Цена за штуку ( $P$ )	Поступления ( $NCF$ )	Чистый приведенный доход ( $NPV$ )
Среднее значение	=СРЗНАЧ(Перем_затраты)	=СРЗНАЧ(Количество)	=СРЗНАЧ(Цена)	=СРЗНАЧ(Поступления)	=СРЗНАЧ(ЧПД)
Стандартное отклонение	=СТАНДОТКЛОН(Перем_затраты)	=СТАНДОТКЛОН(Количество)	=СТАНДОТКЛОН(Цена)	=СТАНДОТКЛОН(Поступления)	=СТАНДОТКЛОН(ЧПД)
Коэффициент вариации	=H12/H11	=I12/I11	=J12/J11	=K12/K11	=L12/L11
Минимум	=МИН(Перем_затраты)	=МИН(Количество)	=МИН(Цена)	=МИН(Поступления)	=МИН(ЧПД)
Максимум	=МАКС(Перем_затраты)	=МАКС(Количество)	=МАКС(Цена)	=МАКС(Поступления)	=МАКС(ЧПД)
Число случаев $NPV < 0$					=СЧЁТЕСЛИ(ЧПД;"<0")
Сумма убытков					=СУММЕСЛИ(ЧПД;"<0")
Сумма доходов					=СУММЕСЛИ(ЧПД;">0")

В рассматриваемом примере сделано предположение о независимости и равномерном распределении ключевых переменных  $Q$ ,  $V$ ,  $P$ . Однако какое распределение при этом будет показатель  $NPV$  заранее определить нельзя. Одно из возможных решений этой проблемы – попытаться аппроксимировать неизвестное распределение каким-либо известным. При этом в качестве приближения удобнее всего использовать нормальное распределение. Это связано с тем, что в соответствии с центральной предельной теоремой теории вероятностей при выполнении определенных условий сумма большого числа случайных величин имеет распределение, приблизительно соответствующее нормальному (Лукасевич И.Я., 1998).

В прикладном анализе для целей аппроксимации широко применяется частный случай нормального распределения – так называемое стандартное нормальное распределение. Математическое ожидание стандартно распределенной случайной величины  $E$  равно 0:  $M(E) = 0$ . График этого распределения симметричен относительно оси ординат, и оно характеризуется всего одним параметром – стандартным отклонением  $\sigma$ , равным 1.

Приведение случайной переменной  $E$  к стандартно распределенной величине  $Z$  осуществляется с помощью нормализации – вычитания средней и последующего деления на стандартное отклонение:  $Z = \frac{E - M(E)}{\sigma(E)}$ .

Следовательно, величина  $Z$  выражается в количестве стандартных отклонений. Для вычисления вероятностей по значению нормализованной величины  $Z$  используются специальные статистические таблицы.

В Excel подобные вычисления осуществляются с помощью статистических функций НОРМАЛИЗАЦИЯ() и НОРМСТРАСП():

- НОРМАЛИЗАЦИЯ(х;среднее;стандартное\_откл) нормализует значение  $x$  для распределения, характеризуемого средним и стандартным отклонением.
- НОРМСТРАСП(з) возвращает стандартное нормальное интегральное распределение для значения  $z$ . Это распределение имеет среднее, равное нулю, и стандартное отклонение, равное единице. Данная функция используется вместо таблицы площадей стандартной нормальной кривой.

Эти функции заданы в ячейках K21 и L21. В ячейке L21 отображается вероятность того, что чистый приведенный доход будет меньше некоторого значения  $X$ . В примере, отображаемом на рис. X, риск получить отрицательную величину чистого приведенного дохода не превышает 8%. Сумма всех отрицательных значений NPV в полученной генеральной совокупности (ячейка L17) может быть интерпретирована как чистая стоимость неопределенности для инвестора в случае принятия проекта. Аналогично сумма всех положительных значений NPV (ячейка L18) может трактоваться как чистая стоимость неопределенности для инвестора в случае отклонения проекта. Несмотря на всю условность этих показателей, в целом они представляют собой индикаторы целесообразности проведения дальнейшего анализа.

## 2. Имитационное моделирование с применением инструмента «Генерация случайных чисел»

Инструмент «Генерация случайных чисел» применяется для заполнения диапазона случайными числами, извлеченными из одного или нескольких распределений. С помощью этой процедуры можно моделировать объекты, имеющие случайную природу, по известному распределению вероятностей. Использование этого инструмента возможно после установки надстройки «Анализ данных» (см. Приложение 1).

Рассмотрим ранее описанный пример. Также предположим, что распределение ключевых переменных является нормальным. Создайте копию листа «Лр 3. Формулы», переименуйте его в «Лр 3. Генерация», очистите диапазоны \$A\$11:\$A\$510, \$B\$11:\$B\$510 и \$C\$11:\$C\$510, а также внесите соответствующие изменения согласно рис. 16 и описанию ниже.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N
1														
2														
3	Показатели	Наихудший	Сценарий	Наилучший	Вероятный	Среднее	Отклонение	Показатели	Наиболее вероятное значение					
4	Объем выпуска – Q	150		300	200	212,5	54,48623679	Постоянные затраты – F	500					
5	Цена за штуку – P	40		55	50	48,75	5,448623679	Амортизация – A	100					
6	Переменные затраты – V	35		25	30	30	3,535533906	Налог на прибыль – T	60%					
7	Вероятность	0,25		0,25	0,5			Норма дисконта – r	10%					
8	Экспериментов	500						Срок проекта – n	5					
9								Начальные инвестиции – I <sub>0</sub>	2000					
10	Переменные затраты	Количество	Цена	Поступления	Чистый приведенный доход (NPV)			Показатели	Переменные затраты – V	Объем выпуска – Q	Цена за штуку – P	Поступления (NCF)	Чистый приведенный доход (NPV)	
11	26,2251024	206,19791	44,741665	1387,230629	3 258,70р.			Среднее значение	29,78508105	210,980032	48,75697	1465,486944	3555,34852	
12	30,13773899	315,23003	51,506626	2554,446009	7 683,36р.			Стандартное отклонение	3,694421442	51,6154615	5,420063	706,8423621	2679,488674	
13	38,63036112	223,29338	46,830537	592,4180124	245,73р.			Коэффициент вариации	0,124035971	0,24464619	0,111165	0,482325936	0,753850074	
14	30,7426798	153,42098	40,986472	488,6450141	-147,65р.			Минимум	19,6369729	60,3994268	29,06894	-506,554839	-3920,241381	
15	33,4299404	172,33109	50,106562	1009,560142	1 827,03р.			Максимум	40,90031583	358,324502	65,26667	4656,679863	15652,48042	
16	27,64898353	191,32216	39,752564	786,2732708	980,59р.			Число случаев NPV<0					34	
17	27,79686027	162,57069	42,315425	804,1172176	1 048,24р.			Сумма убытков					-33934,0343	
18	30,43887728	218,14786	52,30737	1768,252927	4 702,97р.			Сумма доходов					1811608,294	
19	33,13480668	157,9573	49,703542	906,8610622	1 437,72р.									
20	35,98865399	284,38714	55,844591	2118,709193	6 031,57р.			P(E<=0)	3,74737E-16	2,1799E-05	1,17E-19	0,019072798	0,092274895	
21	29,56385134	175,74838	44,768388	928,8691162	1 521,14р.			P(E<min(E))	0,003008317	0,00176507	0,00014	0,00263596	0,00263596	
22	30,36392473	257,93598	47,910563	1670,363681	4 531,99р.			P(M(E)+s<=E<=max)	0,157343214	0,15650109	0,157496	0,158652084	0,158652084	
23	37,3277708	280,87568	43,737082	580,0878009	198,99р.			P(M(E)-s<=E<=M(E))	0,341344746	0,34134475	0,341345	0,341344746	0,341344746	
24	31,77179231	206,00067	49,64517	1332,771078	3 052,25р.									
25	29,90344788	214,76197	39,022435	643,3646724	438,86р.									

Рис. 16. Лист «Лр 3. Генерация»

Как следует из рис. 16 этот лист практически соответствует ранее разработанному для решения предыдущей задачи (см. рис. 14). Отличие составляют лишь формулы для расчета вероятностей, которые приведены в табл. 20 и небольшие дополнения к таблице со сценариями (вероятности, средние и отклонения), которые необходимы для расчета параметров распределений ключевых величин (табл. 21).

Таблица 20. Формулы для расчета вероятностей листа «Лр 3. Генерация»

Показатели	Переменные затраты (V)	Объем выпуска (Q)	Цена за штуку (P)	Поступления (NCF)	Чистый приведенный доход (NPV)
P(E<=0)	=HOPMPACП(0:I11;I12;1)	=HOPMPACП(0;J11;J12;1)	=HOPMPACП(0;K11;K12;1)	=HOPMPACП(0;L11;L12;1)	=HOPMPACП(0;M11;M12;1)
P(E<min(E))	=HOPMPACП(I14;I11;I12;1)	=HOPMPACП(J14;J11;J12;1)	=HOPMPACП(K14;K11;K12;1)	=HOPMPACП(L14;L11;L12;1)	=HOPMPACП(M14;M11;M12;1)
P(M(E)+s<=E<=max)	=HOPMPACП(I15;I11;I12;1)-HOPMPACП(I11+I12;I11;I12;1)	=HOPMPACП(J15;J11;J12;1)-HOPMPACП(J11+J12;J11;J12;1)	=HOPMPACП(K15;K11;K12;1)-HOPMPACП(K11+K12;K11;K12;1)	=HOPMPACП(L15;L11;L12;1)-HOPMPACП(L11+L12;L11;L12;1)	=HOPMPACП(M15;M11;M12;1)-HOPMPACП(M11+M12;M11;M12;1)
P(M(E)-s<=E<=M(E))	=HOPMPACП(I11;I11;I12;1)-HOPMPACП(I11-I12;I11;I12;1)	=HOPMPACП(J11;J11;J12;1)-HOPMPACП(J11-J12;J11;J12;1)	=HOPMPACП(K11;K11;K12;1)-HOPMPACП(K11-K12;K11;K12;1)	=HOPMPACП(L11;L11;L12;1)-HOPMPACП(L11-L12;L11;L12;1)	=HOPMPACП(M11;M11;M12;1)-HOPMPACП(M11-M12;M11;M12;1)

Обратите внимание на то, что для расчета стандартных отклонений используются формулы-массивы, то есть формулы, при помощи которых можно выполнять различные вычисления с одним или несколькими элементами в массиве (для ввода таких формул в рабочих книгах используется сочетание клавиш CTRL+SHIFT+ВВОД).

Таблица 21. Формулы для расчета параметров распределения листа «Лр 3. Генерация»

Показатели	Среднее	Отклонение
Объем выпуска – Q	=СУММПРОИЗВ(B3:D3;\$B\$6:\$D\$6)	{=КОРЕНЬ(СУММПРОИЗВ((B3:D3-E3)^2;\$B\$6:\$D\$6))}
Цена за штуку – P	=СУММПРОИЗВ(B4:D4;\$B\$6:\$D\$6)	{=КОРЕНЬ(СУММПРОИЗВ((B4:D4-E4)^2;\$B\$6:\$D\$6))}
Переменные затраты – V	=СУММПРОИЗВ(B5:D5;\$B\$6:\$D\$6)	{=КОРЕНЬ(СУММПРОИЗВ((B5:D5-E5)^2;\$B\$6:\$D\$6))}

Функция НОРМРАСП ( $x$ ; среднее; стандартное\_откл; интегральная) возвращает нормальную функцию распределения для значения  $x$  для указанного среднего и стандартного отклонения. Параметр «интегральная» - логическое значение, определяющее форму функции. Если аргумент «интегральная» имеет значение ИСТИНА, функция НОРМРАСП возвращает интегральную функцию распределения; если этот аргумент имеет значение ЛОЖЬ, возвращается функция плотности распределения.

Задайте значения вероятностей: 0,5 для вероятного сценария и по 0,25 для каждого из наилучшего и наихудшего сценариев.

Проведение имитационного эксперимента заключается в следующем: на вкладке «Данные» в меню «Анализ данных» выберите пункт «Генерация случайных чисел». В появившемся диалоговом окне выберите тип распределения «Нормальное», заполните остальные поля согласно рис. 17 и нажмите кнопку ОК. В результате переменные затраты будут заполнены сгенерированными случайными значениями. Аналогично заполните количества и цены.

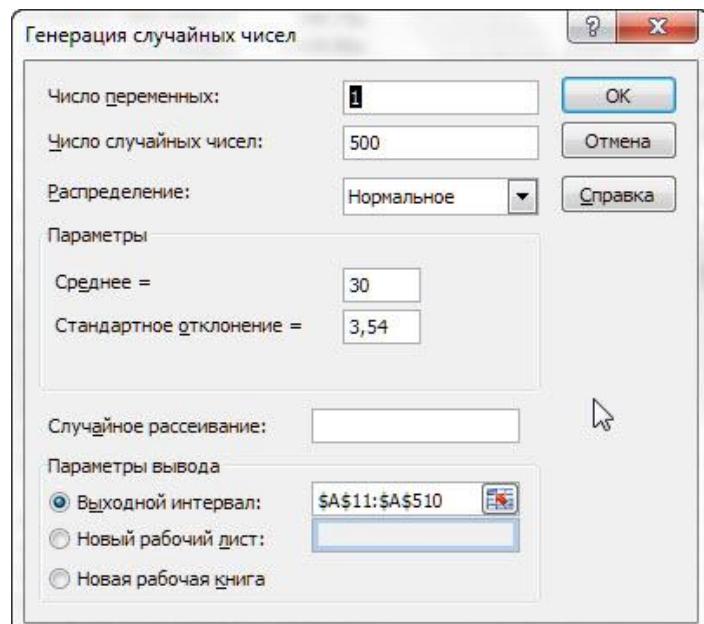


Рис. 17. Заполнение полей окна «Генератор случайных чисел»

При заполнении полей окна «Генератор случайных чисел» следует обратить внимание, что параметры «Среднее» и «Стандартное отклонение»

можно задать только в виде констант. Использовать адреса ячеек и собственные имена не допустимо! Указание аргумента «Случайное рассеивание», равным 1, позволяет при повторных запусках генератора получать те же значения случайных величин, что и при первом.

Результаты (рис. 16) проведенного имитационного эксперимента ненамного отличаются от предыдущих (рис. 14). Величина ожидаемого чистого приведенного дохода (NPV) равна 3555,35 при стандартном отклонении 2679,49. Коэффициент вариации (0,75) немного выше, чем в предыдущем случае, но меньше 1, таким образом, риск данного проекта в целом ниже среднего риска инвестиционного портфеля фирмы. Результаты вероятностного анализа показывают, что шанс получить отрицательную величину NPV не превышает 9%. Общее число отрицательных значений NPV в выборке составляет 34 из 500. Таким образом, с вероятностью около 91% можно утверждать, что чистый приведенный доход проекта будет больше 0. При этом вероятность того, что величина NPV окажется больше чем  $M(NPV)+\sigma$ , равна 16% (ячейка M22). Вероятность попадания значения NPV в интервал  $[M(NPV)-\sigma; M(NPV)]$  равна 34%.

#### *Лекция 4. Системная динамика*

**Как вы думаете, что объединяет людей на рис. 18?**

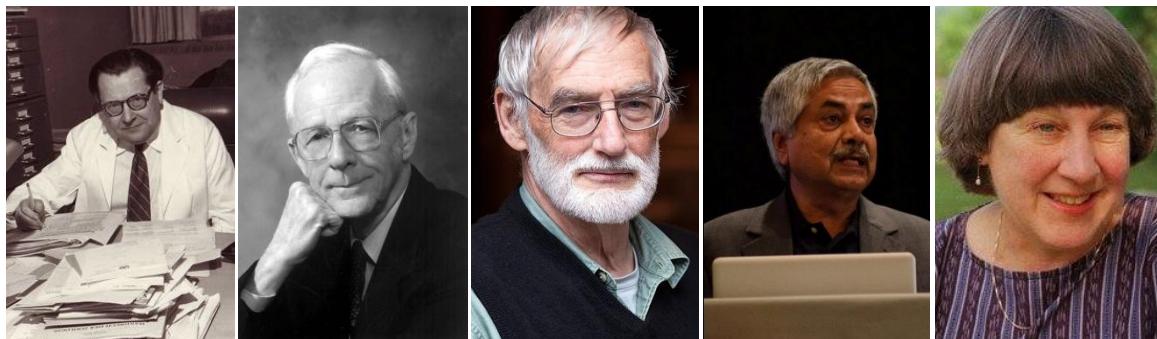


Рис. 18. Ключевые ученые в области системной динамики

Системная динамика представляет одно из направлений системного подхода в управлении. Данный подход предполагает, что руководители должны рассматривать организацию как совокупность взаимосвязанных элементов (люди, технологии, цели и т.д.), которые ориентированы на достижение различных целей в условиях меняющейся внешней среды. Такое системное представление позволяет руководителям видеть организацию как единую систему компонент, которые неразрывно связаны с окружающим миром.

Теория систем сначала была применена в точных науках и технике, и только в конце 50-х гг. начала применяться к управлению. При этом системный подход это не набор каких-то руководств или принципов для управленцев, а

прежде всего способ мышления по отношению к организации и управлению (Каталевский Д.Ю., 2011).

**Как вы думаете, может ли существовать алгоритм или руководство для управляющих?**

В настоящее время, системная динамика – это один из методов изучения сложных систем, применяемых для моделирования социально-экономических проблем. Это стало возможно благодаря развитию объектно-ориентированных языков программирования (Thygesen H.H., 2004).

**С вашей точки зрения, на каких двух понятия основывается данная дисциплина?**

Как следует из названия, данная дисциплина основывается на двух ключевых понятиях: «системность» и «динамика». Системность подразумевает, что мир вокруг нас представляет собой совокупность сложных социальных систем с нелинейным поведением и не всегда очевидной динамикой взаимодействия. Динамика позволяет анализировать исследуемые социальные системы не в статике, а в развитии – отслеживая поведение системы во времени, ее изменение под действием тех или иных параметров. Именно динамическая компонента делает метод системной динамики привлекательным инструментом для прогнозирования будущих событий в сложной и неопределенной среде (Каталевский Д.Ю., 2011).

Системная динамика обладает рядом характеристик, которые должны учитываться при составлении моделей (Thygesen H.H., 2004):

- динамическое поведение системы зависит от ее структуры;
- моделирование и последующий анализ любой системы требует идентификации и представления структуры модели;
- рассматривается только рациональное принятие решений человеком;
- изучение правил принятия решения, которые используются людьми, требует эмпирических наблюдений, включая поведение при принятии решения в качестве поля наблюдения.

**Какой математический аппарат используется в теории систем?**

С математической точки зрения, модели системной динамики состоят из системы нелинейных дифференциальных уравнений, которые обычно рассматривают непрерывное время и непрерывные переменные. Однако, в случае необходимости некоторые переменные (но не все) могут быть дискретными.

Зарождение системного подхода началось еще в античной греческой философии (Платон, Аристотель, стоики, Евклид) (Сидоренко В.Н., 1999).

Именно тогда впервые возникли представления о системе (от греч. sysntema — целое, составленное из частей; соединение) как о множестве элементов, находящихся в отношениях и связях друг с другом, образующих определенную целостность, единство. Затем эти представления получили дальнейшее развитие в работах Николая Кузанского, Спинозы, Канта, Шеллинга, Гегеля, Маркса и других мыслителей. Трудно найти того или иного философа, который бы не затрагивал этой темы. Непосредственно, системный анализ возник только в XX веке в работах Людвига фон Берталанфи (рис. 19), выдвинувшего первую в современной науке обобщенную системную концепцию («общую теорию систем»), задачами которой были разработка математического аппарата описания разных типов систем, установление изоморфизма законов в различных областях знания («Общая теория систем», 1968). В 60-70 годы системный анализ становится базовой методологией в экономике, экологии, социологии, демографии, политике, военном деле и других областях.



Рис. 19. Людвиг фон Берталанфи

Основателем системно-динамического подхода можно считать Джая Форрестера (Jay W. Forrester, рис. 20). Он родился 14 июля 1918 в городе Ансельмо, шт. Небраска. Известен он не только, как основоположник системной динамики, но и как изобретатель запоминающего устройства на магнитных сердечниках, применяемое в настоящее время в большинстве цифровых компьютеров (Кузнецов Ю.А., 2007). Форрестер обучался электротехнике в университете Небраски в Линкольне, а также Массачусетском технологическом институте в Кембридже, по окончании которого преподавал и занимался исследовательской работой. В 1947 основал одну из первых лабораторий цифровых компьютеров при Массачусетском технологическом институте для разработки симулятора авиационных полетов для американских военно-морских сил. В это же время участвовал в разработке одного из первых

суперкомпьютеров — Whirlwind I («Вихрь-1»). Компьютерная система, созданная под руководством Джая Форрестера, успешно действовала в течение следующих двадцати пяти лет, оставаясь надежной в 99,8% всего времени.

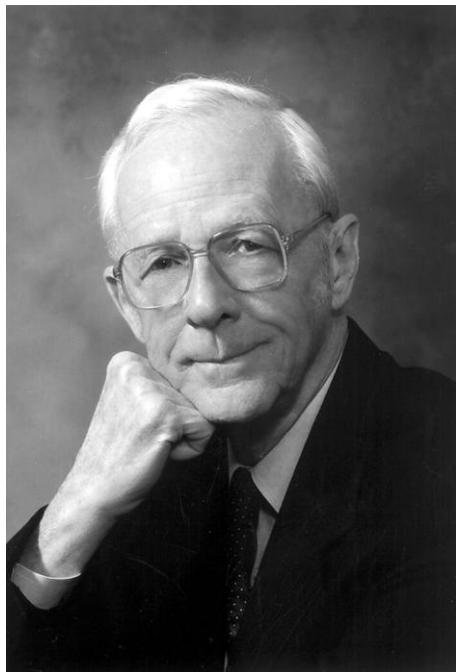


Рис. 20 Джей Форрестер

Одним из самых важных результатов работы Форрестера стало понимание принципов функционирования систем с обратной связью (*feedback control systems*). Будучи успешным руководителем, Джей Форрестер пришел к выводу, что, пожалуй, главные проблемы в работе любого менеджера возникают не со стороны механических, инженерных систем, а во многом являются следствием управленческой структуры организаций. По его мнению, это происходило в результате того, что социальные системы настолько сложны, что понять и контролировать их представляет несравненно большую сложность, чем управлять искусственными (механическими) системами (Каталевский Д.Ю., 2011).

В 1956 году Джей Форрестер перешел работать в только что созданную MIT Sloan School of Management, одну из самых престижных бизнес-школ мира на сегодняшний день. Во время работы Форрестер участвовал в исследовании процесса управления на одном из заводов компании General Electric в штате Кентукки. Менеджеры General Electric были озабочены низкими показателями эффективности работы завода и считали, что традиционное объяснение циклическости бизнес-процессов в данном случае является недостаточным. Применив метод исследования, который позднее лег в основу системной динамики, Форрестер исследовал структуру системы управления завода в целом, принимая во внимание особенности существовавшего в то время процесса принятия корпоративных решений относительно найма и увольнения сотрудников. В результате исследований он сумел показать, что нестабильная

работа завода была обусловлена внутренними причинами, а не внешними факторами, как были склонны считать многие (Каталевский Д.Ю., 2011).

Начавшееся применение компьютеров позволило значительно облегчить задачу по созданию системных моделей. Так, уже в 1959 году Филлис Фокс (Phyllis Fox) и Александр Паф (Alexander Pugh) разработали первую версию компьютерной программы DYNAMO (DYNAMIC MOdels), ставшей основой компьютерного моделирования в течение последующих тридцати лет. В 1961 году вышла книга Джая Форрестера «Индустриальная Динамика» (Industrial Dynamics), ставшая классическим трудом по системной динамике. А в 1968 г. Форрестер был награжден премией «Изобретатель года», учрежденной Университетом Джорджа Вашингтона, и золотой медалью Вальдемара Поулсена, учрежденной Датской академией технических наук.

В 70-х гг. вышла вторая книга Форрестера Urban Dynamics («Динамика города») (Форрестер Дж., 1974). Модель социально-экономического развития города, представленная в книге, стала первым крупным приложением системно-динамического моделирования в некоммерческой сфере. Вскоре после этого последовало и второе, по масштабам исследования несопоставимое с предыдущими. В 1970 году Джей Форрестер был приглашен Римским клубом (the Club of Rome) на ежегодное заседание его членов в швейцарском Берне. Члены этой организации предприняли попытку разработать сценарии будущего развития человечества, основываясь на экспоненциальном росте населения Земли и принимая во внимание ограниченные ресурсы планеты. Вскоре после этого Форрестером была создана модель, ставшая позже известной как WORLD2. Эта модель была опубликована книге «Мировая динамика» (World Dynamics) (Форрестер Дж., 1978). Она рассматривает мир как единое целое, как единую систему различных взаимодействующих процессов: демографических, промышленных, процессов исчерпания природных ресурсов и загрязнения окружающей среды, процесса производства продуктов питания.

Дальнейшие исследования мировой динамики проводились учеником Форрестера Дэннисом Медоузом (Dennis Meadows, рис. 21). Модель, созданная под руководством Медоуза, получила название WORLD3 и была опубликована в знаменитом докладе Римского Клуба «Пределы роста» (The Limits to Growth) [11]. И хотя модель WORLD3 была более совершенной, чем предыдущая версия, данные, полученные в результате имитационного моделирования, повторяли выводы прошлых моделей. Несмотря на сходство, доклад «Пределы роста» получил еще большую мировую известность, чем «Мировая Динамика» Форрестера. По мнению некоторых исследователей, это было вызвано более доступным для массового читателя изложением материала и отсутствием акцента на технической стороне расчетов.

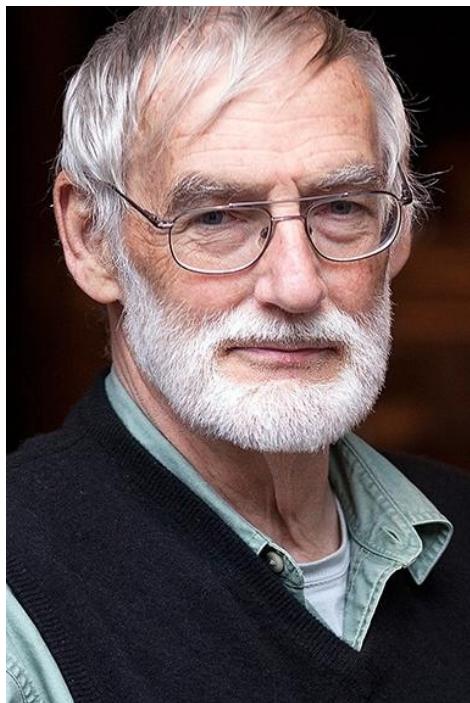


Рис. 21. Дэннис Медоуз

С 80-ых годов прошлого века основные усилия Джая Форрестера были сосредоточены на двух областях – на разработке модели национального экономического развития США, а также продвижению обучения системной динамики в средних школах. Что касается разработки модели национальной экономики (the National Model Project, <http://sysdyn.mit.edu>), то, несмотря на более чем двадцатилетнюю историю, модель и по сей день остается незавершенной. Опубликованные предварительные результаты показывают, что модель уверенно воспроизводит 40-60-летнюю волну длинного цикла («волны Кондратьева»), тем самым не только объясняя экономическую Депрессию в США 1930-ых годов, но и показывая, что такого рода экономические спады являются неотъемлемым элементом капиталистической экономики. В настоящее время, согласно модели Форрестера, экономика США находится в начале длительного экономического подъема, постепенно выходя из кризиса, вызванного негативными последствиями волны длительного спада.

Вторым не менее важным направлением развития системной динамики стала разработка программы преподавания системной динамики в средней школе (K-12) [30]. Этот процесс начался в 1980-ых годах, когда Гордон Браун (Gordon Brown), бывший наставник Форрестера в МИТ, ушел на пенсию и переехал в город Тусон, Аризона (Tucson). В конце 1980-ых годов Браун рассказал о принципах системной динамики учителям средних школ Тусона... и результаты превзошли все его ожидания. Принципы системной динамики начали с энтузиазмом преподаваться как в старших, так и в младших классах, по специально разработанной программе для каждого уровня обучения. Большое значение уделяется не только собственно технологии моделирования (построенной на основе дифференциально-интегрального исчисления), но и усвоению детьми принципа «системного мышления» - нелинейности и тесной

взаимосвязанности процессов повседневной жизни, роли обратной связи в определении поведения социальных систем. Более того, сама школа активно использует принципы системной динамики для разработки плана собственного развития, превращаясь постепенно в настоящую «обучающуюся организацию». Существуют успешно функционирующие аналогичные проекты в странах Западной Европы (прежде всего Германии и Австрии), проводятся конференции международного уровня для преподавателей этих дисциплин.

В 1988 г. таиландским ученым Халидом Саидом (рис. 22) (Saeed K., 1994) была разработана системно-динамическая модель развивающихся стран, учитывающая взаимосвязь экономических демографических, экологических, социально-политических и технологических факторов развития. Причем, системно-динамические модели позволили выявить взаимосвязь между различными сферами функционирования человеческого общества. Аналогичные модели при поддержке Института Тысячелетия и Всемирного банка были созданы и создаются в настоящее время во многих странах мира (Таиланд, Тунис, Китай, Малави, Грузия, Армения и другие). Большинство моделей, используемых для анализа социо-эколого-экономических процессов, созданы и создаются в настоящее время на основе специальных сред разработки имитационных моделей. В настоящий момент времени известны такие наиболее распространенные среди разработки имитационных моделей как STELLA (iThink), DYNAMO, VENSIM, POWERSIM. Они позволяют не только быстро создавать имитационные модели при помощи простых визуальных инструментов, но и проводить анализ работы созданных моделей и использовать данные модели для оценки воздействия управленческих решений на протекание социо-эколого-экономических процессов в моделируемых системах.

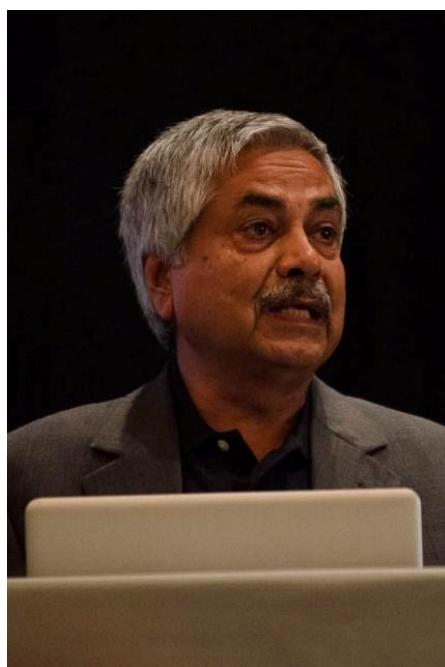


Рис. 22. Халид Саид

Быстрое развитие современных средств моделирования дает возможность для превращения некоторых, наиболее значимых, системно-динамических моделей в интерактивные игры. Имитационные игры дают возможность обучаться и проводить эксперименты по управлению теми системами, которыми нельзя управлять в реальном мире. Одной из первых таких игр была игра «STRATEGEM-1», разработанная Медоузом на основе своей модели мировой динамики. Это эколого-экономическая имитационная игра, охарактеризованная ее создателями как «микрокомпьютерная обучающая управлеченческая игра о взаимодействиях между энергетикой и окружающей средой». Перед ее участниками ставится задача обеспечить устойчивое развитие условной страны. Важно, что они получают возможность принимать решения в динамичной среде. Это весьма ценная возможность для получения целостного видения экономики (Крюков М.М., 2006).

Среди современных работ в области системной динамики и имитационного моделирования можно отметить работы зарубежных и отечественных ученых, таких как Дж.Ф. Форрестер, Дж. Стерман, Д.Л. Кауфман, М.Р. Гудман, Н. Робертс, Донелла и Деннис Медоузы (рис. 23), М. Месарович, Е. Пестель, Т.К. Абдель-Хамид, Д.Ф. Андерсон, Р.А. Кларк, А. Форд, Д.Н. Ким, Дж.Д. Морекрофт, П.М. Миллинг, Ж.П. Ричардсон, Е.Б. Роберте, К. Сайд, П.М. Сенж, К. Ванг, Е.Ф. Фольштейнхолм, Р. Зараза, Н.Н. Моисеев, Т. Нейлор, А.Г. Гранберг, В.С. Дадаян, Н.В. Чепурных, А.Л. Новоселов, В.И. Дудорин, В.Г. Соколов, В.А. Смирнов, Р.В. Игудин, Д.М. Хомяков и П.М. Хомяков, А. Рыженков, Д.Ю. Каталевский, В.Н. Сидоренко и других авторов (наиболее полный библиографический список работ по системной динамике и информационно-системному анализу, начиная с 1967 г. по настоящее время содержит более 3000 работ) (Сидоренко В.Н., 1998).



Рис. 23. Донелла Медоуз

Курсы системной динамики читают во многих крупных университетах мира, таких как Университет Бергена (Норвегия), Массачусетский Технологический институт (США), Ворцерстерский Политехнический Институт (США), Копенгагенская Бизнес Школа (Дания), Университет Болоньи (Италия), Университет Лидса (Англия), Университет Палермо (Италия), Университет Штутгарта (Германия), Университет Севильи (Испания) и др. Также в Бостоне (США) действует Институт системной динамики, в состав которого входят многие известные специалисты в этой области. Благодаря существованию Интернет была решена одна из основных проблем: изолированность ученых друг от друга. С развитием новых коммуникационных технологий было создано Общество Системной Динамики, которое включает тысячи специалистов по всему миру. Общедоступность ресурсов Интернет способствует популяризации концепций системной динамики и ее методологии. Основными информационными порталами о возможностях системной динамики являются сайты MIT (<http://sysdyn.mit.edu>) и Общества системной динамики ([www.sysdyn.org](http://www.sysdyn.org)).

### **Что же такое системная динамика?**

Стерман дает следующее определение понятия системная динамика (Thygesen H.H., 2004):

«Системная динамика – это метод, позволяющий усовершенствовать изучение сложных систем. Авиакомпании используют симуляторы полетов, чтобы помочь пилотам в обучении. Системная динамика – это своеобразный симулятор полетов для обучения управленицев (например, компьютерные имитационные модели), который помогает изучить причины динамической сложности, понять источники сопротивления стратегии и построить более эффективные линии поведения».

Рассмотрим определение методологии системной динамики, данное Койлом (Thygesen H.H., 2004):

«Системная динамика имеет дело с зависящим от времени поведением управляемых систем с целью описать систему и понять (с помощью качественных и количественных моделей), как информационные обратные связи обуславливают ее поведение, построить четкую структуру информационных обратных связей и управлять стратегией через имитацию и оптимизацию».

Таким образом, системная динамика может использоваться как качественно, информируя о взаимосвязях в системе, так и количественно, как имитационная модель.

Морекрофт в 1988 году писал, что широкое развитие системной динамики привело к тому, что она используется командой управленцем для проведения информационно структурированных дебатов о стратегических изменениях, причем и модели, и компьютерные имитации являются неотъемлемой частью управленческого диалога (Thygesen H.H., 2004). Важно

то, что в процесс построения модели непосредственно вовлекаются те люди, которые отвечают за принятие решений.

Часто, наиболее важным компонентом системы являются ее нелинейные взаимосвязи. Изначально, моделирование и имитационные технологии были сосредоточены на линейных взаимосвязях, поскольку существовало очень небольшое количество средств для решения и моделирования нелинейных систем. Однако практически любой значимый экономический процесс в реальном мире подразумевает нелинейность. Причем сложность не обязательно зависит от количества компонент в системе, даже очень простая нелинейная система может быть очень сложной для понимания и решения.

### **Как вы думаете, где можно применять системно-динамические модели?**

Необходимо отметить, что существует множество примеров успешного применения системной динамики для моделирования самых различных объектов – от разработки стратегий крупнейших корпораций до динамики распространения диабета, от гонки вооружений между США и Советским Союзом во время Холодной войны до моделирования на клеточном уровне проникновения вируса СПИДА в иммунную систему. Конечно, надо понимать, что в России использование моделей системной динамики не столь широко распространено, как на Западе, но применение этого инструмента системного анализа становится все более популярным, так как это один из самых эффективных и универсальных методов с очень широкой сферой применения. Перечислить все сферы применения системной динамики практически невозможно, поэтому упомянем основные (Каталевский Д.Ю., 2011):

- разработка энергетической политики: анализ рынков традиционной энергетики и перехода к нетрадиционным источникам энергии. Особую роль здесь сыграл повышенный интерес Министерства Энергетики США, которое активно использует принципы системно-динамического моделирования для прогнозирования и выработки оптимальной стратегии использования энергоресурсов;
- проектный менеджмент: системная динамика широко используется при разработке оптимального плана выполнения сложных проектов (строительство крупных объектов, разработка нового инновационного продукта, и т.п.) – там, где необходима координация многих исполнителей и ресурсов. В основе применения системной динамики в данной области лежит анализ потенциальных сбоев в определении критического пути проекта, которые минимизируются с помощью инструментария системной динамики;
- здравоохранение: классическими исследованиями стали модели распространения СПИДА и других заболеваний, исследования поведения систем здравоохранения в случае чрезвычайных ситуаций (поведение госпиталей при пиковых нагрузках), реформированием систем здравоохранения и т.д.;

- охрана окружающей среды: модели глобального развития человечества (WORLD2, WORLD3), модель глобального изменения климата Тома Фиддамона, а также многочисленные исследования по прогнозированию последствий загрязнения окружающей среды, моделирование ареалов распространения редких видов животных, причин их вырождения и т.п.;
- государственное (некоммерческое управление): среди огромного количества успешных исследований в этой области следует выделить моделирование системы общественного транспорта, модель распространения наркотиков и борьбы с наркотрафиком, моделирование социально-экономического развития города и региона, исследования по прогнозированию последствий динамики старения населения, реформирование различных государственных структур и т.п.;
- управленческий консалтинг: здесь применение системной динамики самое широкое – моделирование поведения организаций во время роста на рынке и связанных с этим проблем (преодоление «барьеров роста» и т.д.), стратегический менеджмент, принятие оптимальных управленческих решений, управление логистикой и моделирование цепи поставщиков, оптимизация структуры организации, управление знаниями и трансформация компании в «обучающуюся организацию» и многое другое. Потенциал системной динамики здесь огромен, а современные коммуникационные технологии позволяют эффективно обмениваться знаниями и опытом с коллегами со всего мира.

### **Так что же общего между людьми на рис. 18?**

Таким образом, системная динамика – это инструмент, который может облегчить понимание сложных взаимосвязей между поведением системы во времени и ее структуры для вспомогательного анализа и процесса структурирования проблемы. Системная динамика сосредоточена на динамике, а не на статических взаимосвязях, т.е. цель создания динамической модели – это визуализация сложных процессов и создание инструментов для имитации, сценарного тестирования и увеличения осведомленности. Модели системной динамики используются для решения различных проблем в социальных, экономических и естественных науках – например, используются как инструмент для стимуляции обучения среди руководителей корпораций.

**Напишите небольшое эссе, которое бы ответило на вопрос «В чем для вас заключается важность системного мышления (системного подхода)?»**

### ***Практическое занятие 4. Основные концепции системной динамики***

Центральной концепцией системной динамики является использование причинно-следственных диаграмм, как способа представления системы в виде

структуры с обратными связями. Контур (цикл, петля) обратной связи – это замкнутый маршрут, который отражает циркуляцию причин и последствий. Обратная связь существует всякий раз, когда решения, принимаемые агентами в системе, влияют на последующие состояния системы, таким образом, предоставляя новую информацию, которая учитывается при принятии будущих решений (Thygesen H.H., 2004). Согласно Морекрофту, одним из основных вкладов Форрестера в развитие моделирования было изменение излишне усложненного моделирования и методов анализа на более гибкие формы, которые сделали моделирование доступным не только для технических проблем, но и для экономического и социального контекста.

Согласно Стерману (Sterman J.D., 2000) причинно-следственные диаграммы очень удобно применять для:

- быстрого создания гипотезы о причинах изменений;
- выявления и создания ментальных моделей;
- установление взаимосвязей между основными обратными связями и поведением.

Одной из основных целей системной динамики является понимание того, как структура системы в виде обратных связей обуславливает поведение системы. Более того, контур обратной связи рассматривается и как основной источник определения континтуитивных (непредсказуемых) результатов и трудностей управления, и как средство визуализации, которое помогает отразить всю сложность структуры. Хорошая системная диаграмма может формализовать и связать созданную учеными ментальную модель и понимание данной ситуации так, как не может формальная модель.

Иногда в литературе можно встретить такие термины, как диаграммы влияния и когнитивные карты, эти понятия имеют тот же смысл, как и причинно-следственная диаграмма. Чтобы отразить характер связи между переменными вводится понятие положительного (отрицательного) воздействия элемента А на элемент В (Сидоренко В.Н., 1999).

«Переменная А оказывает положительное (отрицательное) воздействие на переменную В, если при прочих равных условиях увеличение переменной А ведет к увеличению (уменьшению) переменной В».

Соответственно различают как положительные (позитивные, усиливающие, reinforcing loops), так и отрицательные (негативные, балансирующие, balancing loops) контуры обратной связи, которые также могут называться цепочкой или петлей обратной связи. Примером контура положительной обратной связи является инфляционная спираль «зарплата - цены» или начисление сложных процентов, а контура отрицательной обратной связи – связь между зубной болью и походами к стоматологу (в условиях нормального здравоохранения) или зависимость между ценой товара и спросом (рис. 24). Сидоренко В.Н. дает следующие определения этих понятий: контур положительной обратной связи – это контур, который имеет четное число отрицательных причинно-следственных связей; а отрицательный контур – контур с нечетным числом отрицательных обратных связей. Необходимо

отметить, что связи в причинно-следственных диаграммах обозначаются стрелками, рядом с ними указывается знак связи (+ или -). Основные свойства контуров обратной связи приведены в табл. 22.

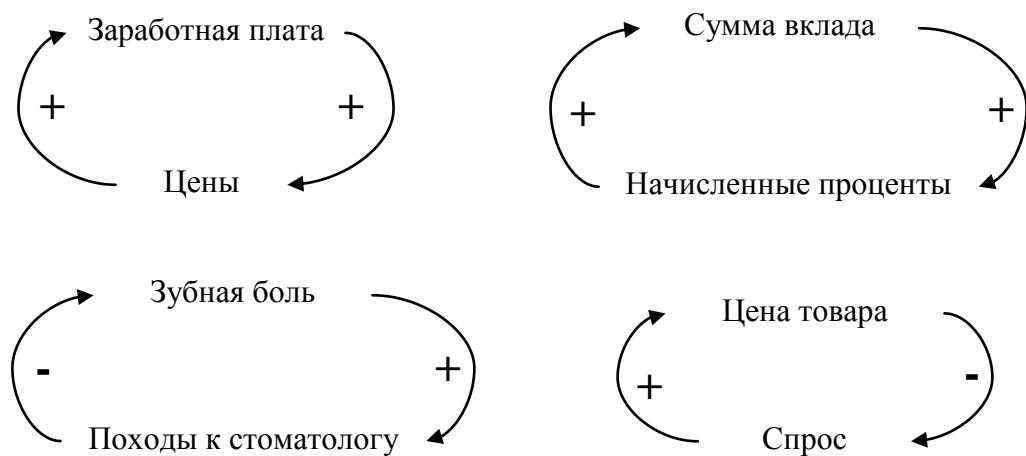


Рис. 24. Положительные и отрицательные контуры обратной связи

Таблица 22. Положительные и отрицательные контуры обратной связи  
(Каталевский Д.Ю., 2011)

Положительные контуры обратной связи	Отрицательные контуры обратной связи
<ul style="list-style-type: none"> <li>• самовоспроизводящиеся</li> <li>• вызывающие рост</li> <li>• дестабилизирующие систему</li> <li>• ускоряющие систему</li> <li>• четное количество «минусов» в петле</li> </ul> 	<ul style="list-style-type: none"> <li>• противодействующие росту</li> <li>• целенаправленное поведение</li> <li>• стабилизирующие систему</li> <li>• возвращающие систему к балансу</li> <li>• нечетное количество «минусов» в петле</li> </ul> 

Концепцию контуров обратной связи достаточно сложно понять интуитивно. При первом взгляде на диаграммы причинно-следственных связей, где зависимостей несколько сотен, может показаться, что их невозможно распутать и понять. Даже опытные специалисты могут испытывать затруднения при интерпретации взаимных зависимостей и при предсказании будущего поведения системы. Тем не менее диаграммы причинно-следственных связей – это вполне эффективное средство для понимания структур, определяющих поведение системы. Упражнение «Живые циклы», которое мы сейчас будем выполнять, поможет понять, как работают простые контуры обратных связей; почувствовать, причем не только умственно, но и физически, и эмоционально,

особенности двух принципиальных видов системного поведения. Вы попробуете себя в качестве причинно-следственных связей.

*Упражнение «Живые циклы»* (Бут Свини Л., 2014):

В упражнении активно задействовано 6-12 человек, остальные участники в качестве наблюдателей. Для проведения упражнения необходимо: один мяч или другой цветной предмет, который можно легко держать в руке; по одной карточке 9×12 см для каждого активного участника, на них должен быть нарисован большой знак «+» («плюс») на одной стороне и большой знак «-» («минус») на другой; кусок шнура длиной около 1 метра для каждого участника; степлер. К верхним углам карточек нужны степлером прикрепить концы веревки, чтобы участники могли одеть их на шею и показывать на груди знак «+» или «-».

Задача наблюдателей следить за соблюдением правил. Если кто-либо осознанно или неосознанно нарушает правила, следует привлечь его внимание к определениям положительной и отрицательной обратных связей.

#### **Инструкция:**

##### **Шаг 1. Открытая цепочка**

Следует вызвать 6-12 добровольцев и выстроить их в линию, плечом к плечу, лицом к наблюдателям. Наблюдатели должны подготовить листы бумаги и ручки, чтобы строить графики. Карточки раздаются участникам. Их следует одеть так, чтобы на груди была видна сторона со знаком «+». Преподаватель должен также надеть карточку и повернуть ее знаком «+» вверх.

В руки крайнему левому участнику цепочки дается мяч, и все присутствующие должны следить за его положением. Игроку следует держать мяч в левой руке. Преподаватель встает в цепочку крайним правым участником, лицом к аудитории. Левая рука участника считается активной. Ее нужно сжать в кулак и держать его на уровне талии. Правая рука пассивная, ее ладонью нужно накрыть кулак человека, стоящего справа. У преподавателя правая рука остается свободной.

Знаки на карточках отображают тип движения, который должна совершать левая рука. Если на карточке нарисован знак «+», то левая рука участника должна перемещаться в том же направлении (вверх или вниз) и на тоже расстояние, что и его правая рука, но с запаздыванием в секунду. Если на карточке изображен знак «-», левая рука должна двигаться в противоположном направлении, но на тоже самое расстояние, что и правая рука, и тоже с запаздыванием в секунду.

Преподаватель показывает, что должно происходить: запускает в цепочку «импульс», подняв свою руку на 5 см над уровнем пояса и затем, секундой позже, повторив то же движение левой рукой, со смещением на те же 5 см. Участник, находящийся слева, почувствовав ладонью движение

левой руки преподавателя, должен передать это движение дальше, переместив свою левую руку вверх на 5 см с секундной задержкой, и так до конца цепочки. После демонстрации нужно попросить всех встряхнуть руками и расслабиться, спросить, нет ли вопросов.

Наблюдатели должны в своих тетрадях нарисовать оси координат для построения графика поведения системы в зависимости от времени. На графике будет две кривых: первая – это положение правой руки преподавателя в зависимости от времени, вторая – положение мяча в руке у игрока на противоположном конце шеренги. Для примера можно нарисовать график тренировочного процесса. Если в цепочке 10 участников, то график будет иметь вид (рис. 25):

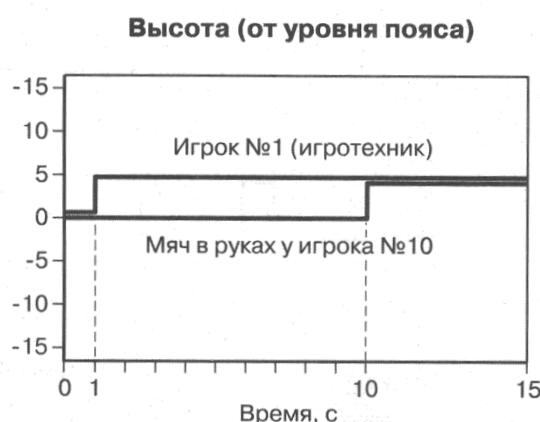


Рис. 25. График поведения системы (5 см вверх)

Теперь преподаватель должен сообщить, что собирается опустить правую руку на 5 см. Следует попросить наблюдателей подумать и нарисовать график поведения системы во времени. После того, как график нарисован, преподаватель опускает правую руку на 5 см, а затем с секундным запаздыванием опускает на 5 см левый кулак. Один за другим, все участники должны по очереди переместить кулаки на 5 см ниже. Каждое движение должно происходить через секунду после предыдущего. Если все выполнено правильно, то график поведения системы во времени будет выглядеть так (рис. 26).

После этого преподаватель сообщает, что собирается опустить правую руку вниз на 10 см. Он должен опустить сначала правую руку, затем левую, после чего вся группа последовательно выполнит тоже упражнение. Правильный график будет похож на предыдущий, но с поправкой на изменение высоты.

Далее карточка одного из игроков в середине шеренги переворачивается так, чтобы стал виден знак «-». Преподаватель просит наблюдателей нарисовать график поведения системы во времени, предупредив, что собирается опустить руку вниз на 10 см. После того, как графики будут нарисованы, следует выполнить упражнение, проследив,

чтобы участник со знаком «-» выполнил движение в противоположном направлении. Пусть наблюдатели сравнят свои графики с тем, что произошло на самом деле. Правильный график представлен на рис. 27.

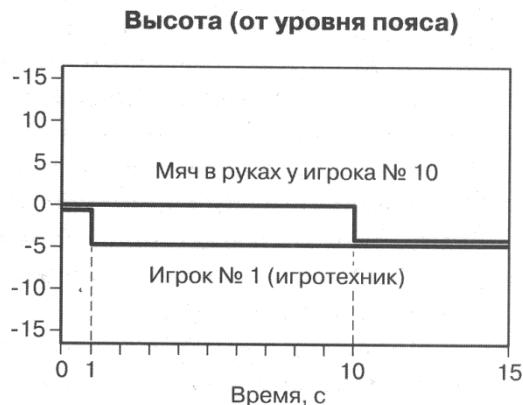


Рис. 26. График поведения системы (5 см вниз)



Рис. 27. График поведения системы (10 см вниз, «-»)

Можно выполнить упражнение еще несколько раз, каждый раз перемещая руку в другом направлении и на другое расстояние. Перед каждой попыткой следует просить наблюдателей нарисовать график, а после выполнения упражнения сравнить нарисованное с правильным графиком.

После этого нужно перевернуть курточку еще у одного человека в шеренге, чтобы у двоих игроков в цепи были знаки «-». Преподаватель просит наблюдателей предсказать положение рук и мяча в ходе упражнения, исходя из того, что рука переместится на 5 см вверх. После выполнения упражнения нужно отметить, что всякий раз, когда в цепи присутствует четное количество «-», исход таков, как если бы «-» вообще не было, и результирующее движение происходит в том же направлении, что и начальное. Это упражнение можно проделать еще несколько раз, меняя знаки у разных участников или увеличив количество «-».

## **Шаг 2. Замкнутый усиливающий контур обратной связи**

Пусть наблюдатели продолжают предсказывать поведение системы перед каждым выполнением упражнения. Карточки всех участников поворачиваются стороной со знаком «+» вверх. Группа должна перестроиться из шеренги в кольцо. Участник с мячом должен поместить левую руку (с мячом) под правую руку преподавателя. После этого нужно убедиться, что все наблюдатели хорошо видят правую руку преподавателя и мяч в левой руке участника. Можно напомнить определение активной и пассивной руки и значение положительной и отрицательной связей.

Преподаватель сообщает, что он поднимет левую руку на 5 см, а затем просто будет отвечать на сигнал, поступающий по кругу в соответствии с его знаком «+». Наблюдатели должны нарисовать предполагаемый график поведения системы. После этого преподаватель смещает руку вверх на 5 см. Нужно следить за тем, чтобы каждый участник цикла перемещал руки в правильном направлении. Нельзя разрешать участникам начинать движение заранее – они должны перемещать левую руку только через секунду после того, как движение выполнила их правая рука.

Когда сигнал будет передан по кругу и дойдет до мяча и правой руки преподавателя, ему следует подождать секунду и поднять руку выше еще на 5 см и т.д. Пусть импульс пройдет несколько полных кругов, пока для кого-то из участников не будет достигнут предел по росту.

После этого преподаватель просит участников опустить руки и описать то, чему они были свидетелями. Почему в этот раз перемещение мяча отличается от предыдущих экспериментов? Ответ заключается в том, что при замыкании шеренги в кольцо возник усиливающий цикл обратной связи. Стоит подчеркнуть, что все усиливающие циклы рано или поздно достигают своего предела, который определяет, до каких пор движение может усиливаться в одном направлении.

Упражнение нужно проделать еще раз со смещением руки вниз на 5 см. Наблюдатели также должны предсказать поведение системы. Выполнить упражнение можно до тех пор, пока чья-нибудь рука не коснется пола. Здесь нужно задать вопрос о разнице ограничений в этих двух упражнениях. В первый раз предел был достигнут за счет внутренних ограничений системы, а во второй раз – за счет внешних.

## **Шаг 3. Замкнутый балансирующий цикл обратной связи**

В систему вводится одна отрицательная связь, для чего у одного участника знак меняется на «-». То есть все участники должны будут перемещать левую руку в том же направлении и на то же расстояние, что и правую, кроме того, кто имеет знак «-» - он будет перемещать левую руку в направлении, противоположном перемещению правой руки, хотя расстояние при этом будет выдерживаться точно такое же.

**Пусть начальное перемещение будет на 10 см вниз. Преподаватель просит всех представить себе, каким будет перемещение кулаков по мере распространения сигнала по кольцу. можно спросить нескольких человек, как они представляют себе изменения в системе.**

**После этого выполняется упражнение. Следует следить, чтобы игрок со знаком «-» правильно отобразил свое движение и чтобы все остальные в цепочке правильно передавали сигнал дальше, в соответствии со своими знаками. Упражнение нужно остановить после нескольких полных кругов, когда всем участником станет понятно, что в системе происходят регулярные колебания.**

**После этого преподаватель может попросить участников встряхнуть руками и расслабиться, и задать аудитории несколько вопросов:**

- **Что произошло? Почему результат отличается от предыдущего?**
- **Сколько времени может функционировать такая система?**
- **Какие впечатления вы получили в балансирующем цикле, особенно по сравнению с ощущениями от усиливающего цикла в предыдущем эксперименте?**
- **Бывали ли в вашей жизни ситуации, когда вы были частью балансирующего цикла?**

Таким образом, колебания – это естественное поведение системы, свойственное сбалансированным циклам. Система колеблется вокруг определенного значения так же, как это происходило с руками участников.

**Также можно выполнить ряд дополнительных экспериментов. В каждом из них один или несколько участников будут менять знак на противоположный. Группе надо предлагать предсказывать поведение системы, после этого проводить упражнение и сравнивать результат, а также задавать вопрос на понимание того, в чем разница с предыдущими вариантами. Можно предложить участникам и наблюдателям поменяться местами.**

**Варианты:**

- **Один знак «-» в системе. Первоначальный импульс – 10 см вверх. Это приведет к бесконечным колебаниям в системе.**

В балансирующих циклах направление начального сигнала никак не влияет на поведение системы: в любом случае результатом будут колебания. В усиливающем цикле начальное направление имеет решающее значение.

- **Участник, который имеет знак «-», меняет знак на «+», а ближайший к нему участник превращается из «+» в «-».**

Расположение «-» в простом цикле не имеет принципиального значения. Определяющий фактор суммарное количество «-» (четное или нечетное), а не их расположение.

- **Пусть два участника будут «-», а остальные – «+».**

Две отрицательные связи (любое четное количество) дают такой же результат, как присутствие в системе исключительно положительных связей.

- **Пусть один человек будет «-», а остальные – «+». Еще один участник пусть перемещает свой левый кулак в правильном направлении, но на удвоенное расстояние. Например, если до правой руки дошло перемещение на 5 см вверх, то левый кулак он сдвигает на 10 см вверх.**

Если в системе какой-то параметр работает на увеличение, то изменения будут усиливаться (расходящиеся колебания).

- **Пусть задержка во времени будет 2 секунды между движением правой руки и перемещением левой.**

Более продолжительные запаздывания не изменяют качественную форму графика, иллюстрирующего поведение системы. Он лишь растягивается по оси времени.

#### **Вопросы для обсуждения:**

- **Какой принцип иллюстрируют все эти эксперименты?**

Цикл с четным количеством отрицательных связей (включая нулевое количество) – всегда усиливающий. Цикл с нечетным количеством «минусов» – всегда балансирующий.

- **Влияет ли расположение «минусов» на цикле на то, какой он имеет характер: усиливающий или балансирующий?**
- **Можете ли вы описать поведение системы, в которой полярность связи изменила знак с «+» на «-»? (Например, когда люди работая больше, получают меньше денег)**
- **По вашему собственному опыту, какие усиливающие петли встречаются чаще: со всеми положительными связями или с частью отрицательных связей?**
- **Как бы описали впечатления от участия в разных типах циклов? В каких жизненных ситуациях ваши ощущения были похожими?**

## **Лабораторная работа 4. Системная динамика: типовые структуры**

Обратные связи и структуры образуют основу системно-динамического имитационного моделирования. Они генерируют различные виды поведения модели, поэтому изучение системно динамического моделирования нужно начинать с типовых структур, которые встречаются в большинстве системно-динамических моделей. Зная характерные особенности типовых структур, легче конструировать сложные социо-экономические модели.

**Задание:** Построить базовые типовые структуры в программе iThink, изучит их возможное поведение при различных начальных параметрах, придумать экономическую, социальную, экологическую или любую другую постановку задачи, которая могла бы описываться построенной моделью, нарисовать для придуманных постановок задачи причинно-следственные диаграммы. Основные принципы работы с iThink изложены в Приложении 2.

### Положительная обратная связь первого порядка

Положительный контур обратной связи является одной из самых простых типовых структур. Под порядком связи понимают количество входящих в модель переменных уровня (запасов). Положительный контур обратной связи первого порядка будет демонстрировать экспоненциальный рост (спад) при любых положительных (отрицательных) начальных значениях уровня (Сидоренко В.Н., 1998). На рис. 28 приведена потоковая диаграмма данной структуры, а на рис. 29 и рис. 30 варианты поведения при  $Y(0)=1$  и  $Y(0)=-1$ .

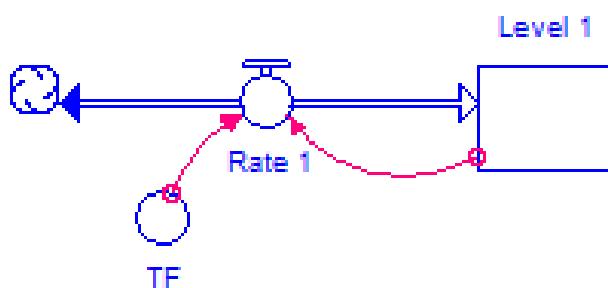


Рис. 28. Положительная обратная связь первого порядка

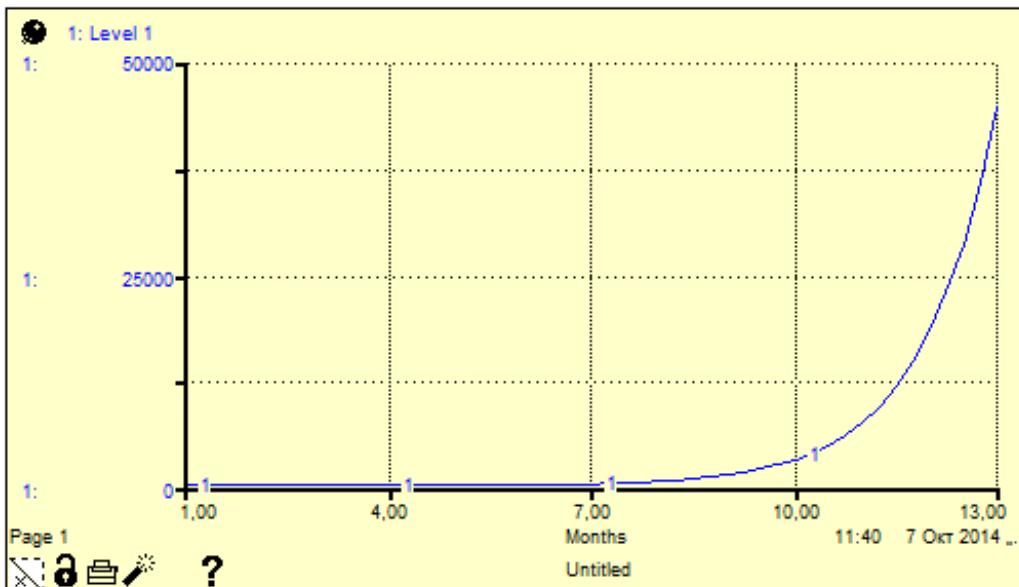


Рис. 29. Экспоненциальный рост при  $y(0)=1$

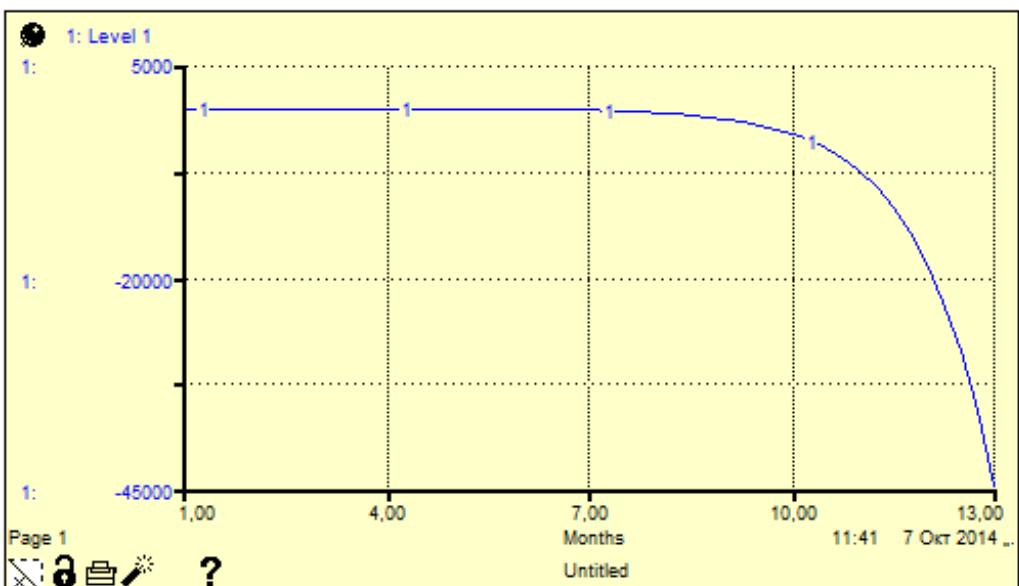


Рис. 30. Экспоненциальный спад при  $Y(0)=-I$

### Положительная обратная связь второго порядка

Возможным поведением системы с положительной обратной связью второго порядка (рис. 31) будет либо экспоненциальный рост, либо экспоненциальный спад значений уровня (рис. 32). При определенной комбинации начальных условий возможно установление и неустойчивого (по Ляпунову) равновесия (рис. 33, 34). Такие линии поведения характерны для моделей с обратными связями второго порядка, в которых возможно наличие отрицательных начальных условий или принятие таких решений, которые выведут модель на единственную траекторию неустойчивого равновесия.(Сидоренко В.Н., 1998)

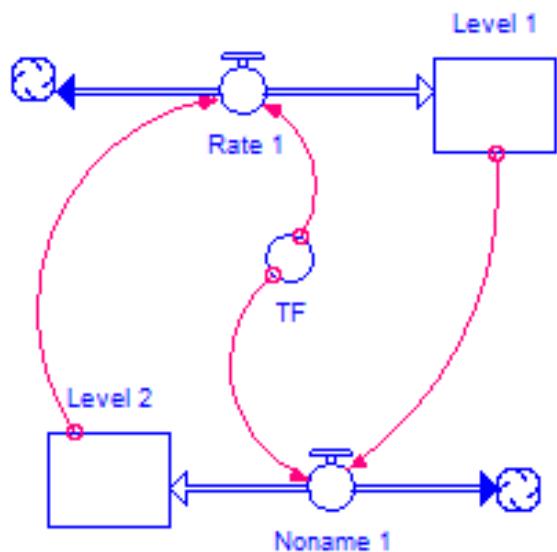


Рис. 31. Положительная обратная связь второго порядка

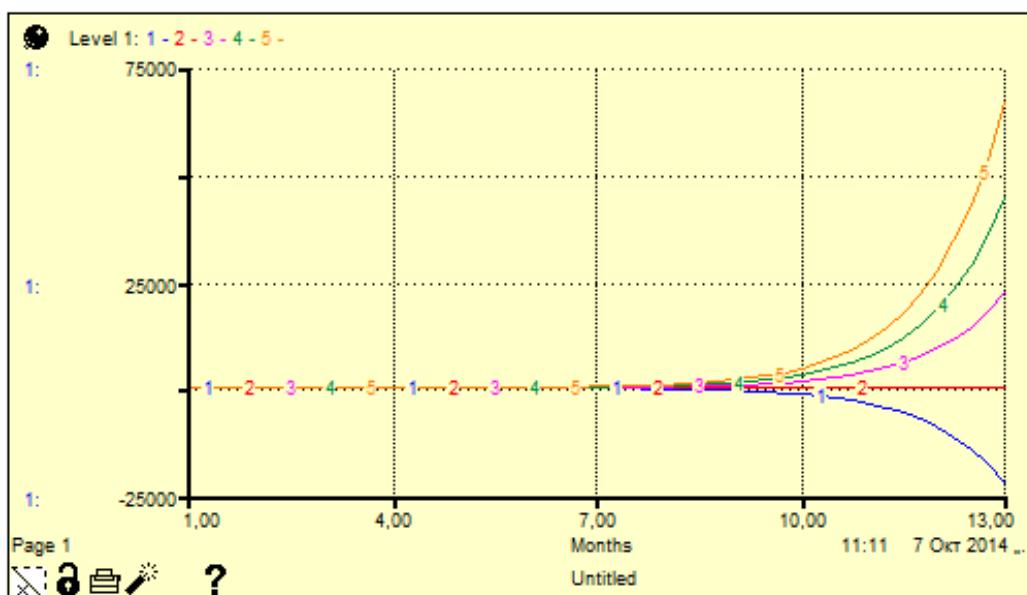


Рис. 32. Экспоненциальный рост (спад) при различных начальных значениях уровня 1 ( $1 - Y1(0)=-2$ ;  $2 - Y1(0)=-1$ ;  $3 - Y1(0)=0$ ;  $4 - Y1(0)=1$ ;  $5 - Y1(0)=2$ ) и фиксированном начальном значении уровня 2 ( $Y2(0)=1$ )

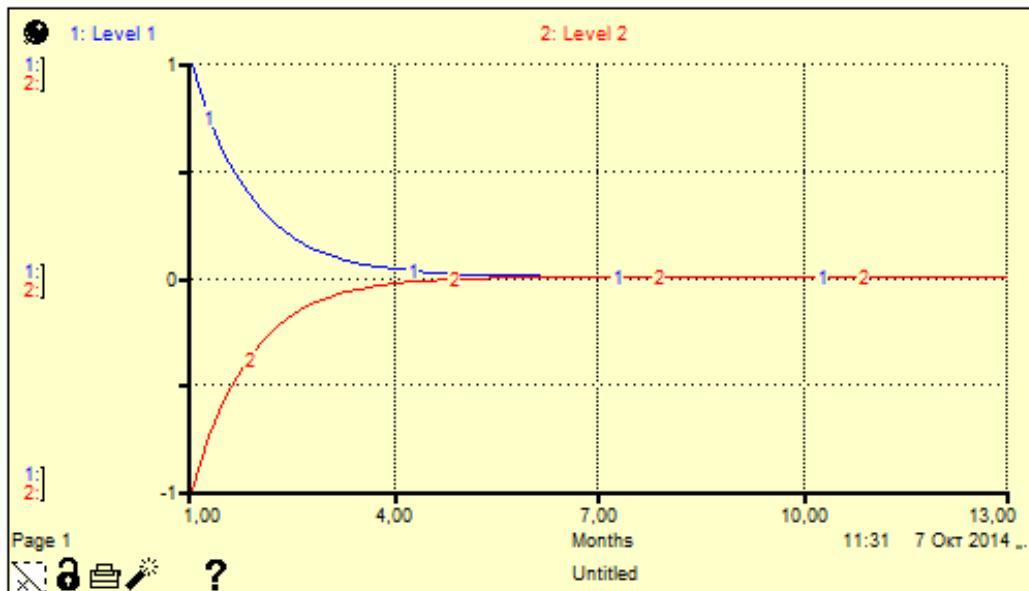


Рис. 33. Равновесное поведение при  $Y1(0)=1$ ,  $Y2(0)=-1$

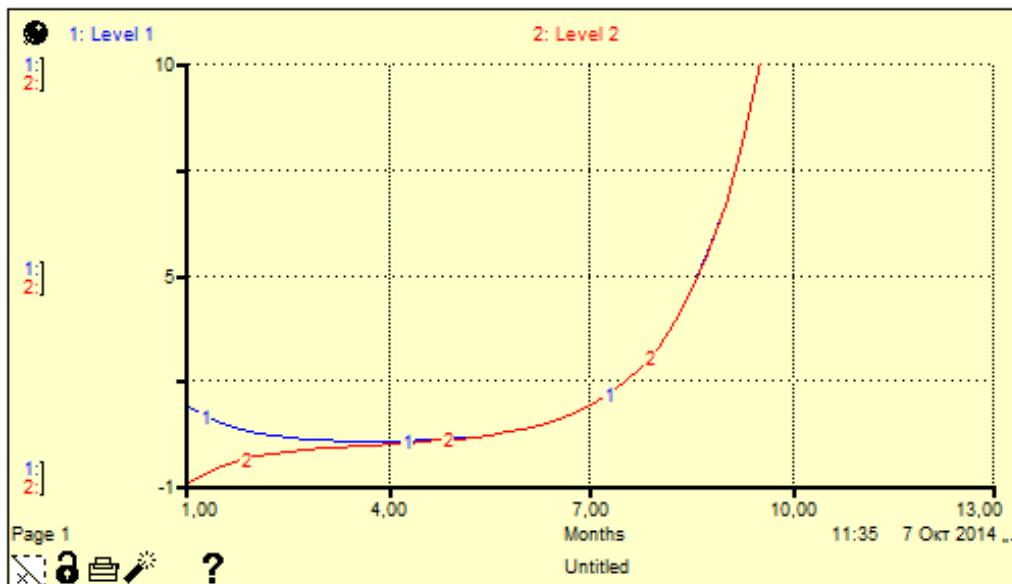


Рис. 34. Неустойчивое равновесие, переходящее в экспоненциальный рост при  $Y1(0)=1$ ,  $Y2(0)=-0.99$

### Положительная обратная связь третьего порядка

Для положительной обратной связи третьего порядка (рис. 35) возможный набор картин поведения будет еще больше (Сидоренко В.Н., 1998). Помимо перечисленных типов поведения в подобных структурах возможно появление осцилляций, которые будут носить затухающий характера (рис. 36). Равновесие в данном случае является неустойчивым, так как при небольшом отклонении наблюдается переход к экспоненциальному росту или спаду (рис. 37).

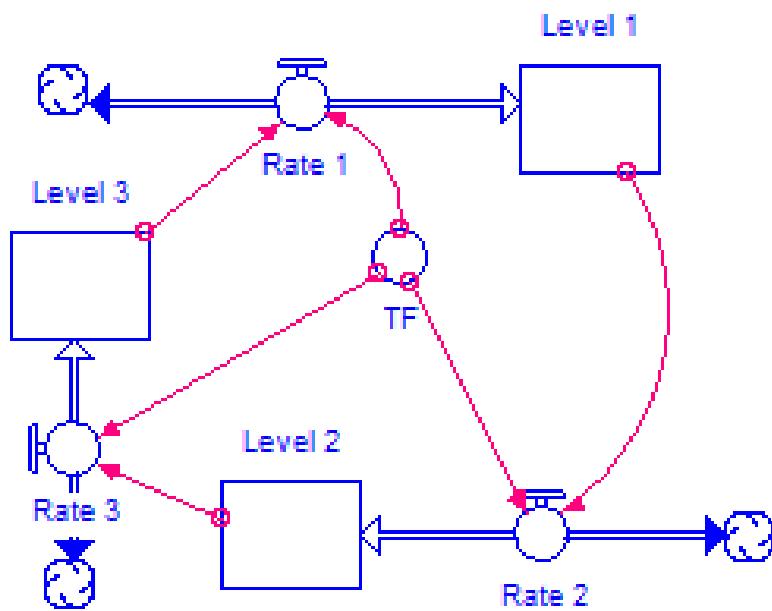


Рис. 35. Положительная обратная связь третьего порядка

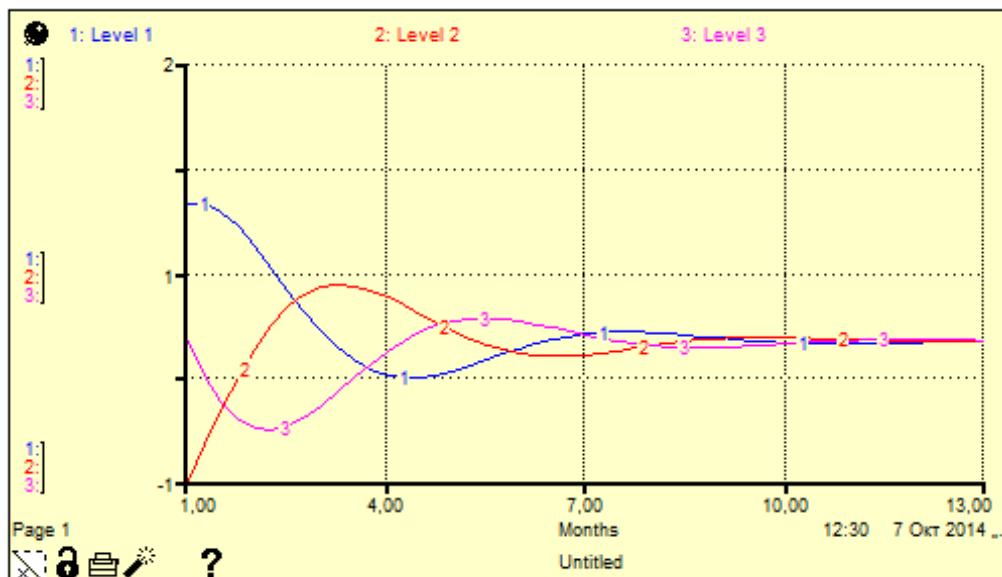


Рис. 36. Равновесное поведение с затухающими осцилляциями при  $Y1(0)=1$ ,  $Y2(0)=-1$ ,  $Y3(0)=0$

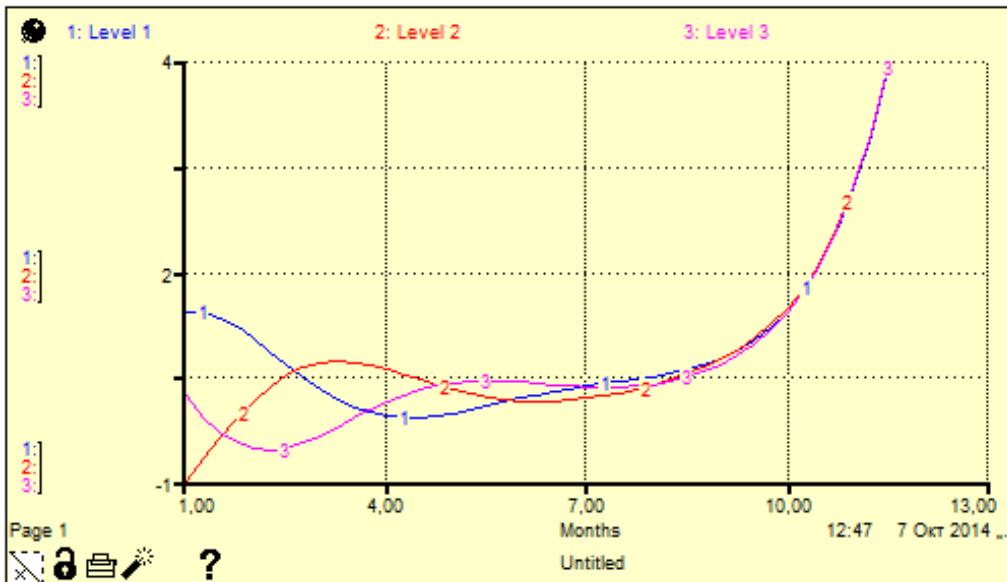


Рис. 37. Неустойчивое равновесие с затухающими осцилляциями, переходящими в экспоненциальный рост, при  $Y1(0)=1$ ,  $Y2(0)=-1$ ,  $Y3(0)=0.001$

#### Положительная обратная связь четвертого порядка

Для положительной обратной связи четвертого порядка (рис. 38) могут возникать незатухающие осцилляции (рис. 39). Они являются неустойчивыми, поскольку при небольших отклонениях в начальных условиях происходит переход к экспоненциальному росту (рис. 40) или спаду (Сидоренко В.Н., 1998).

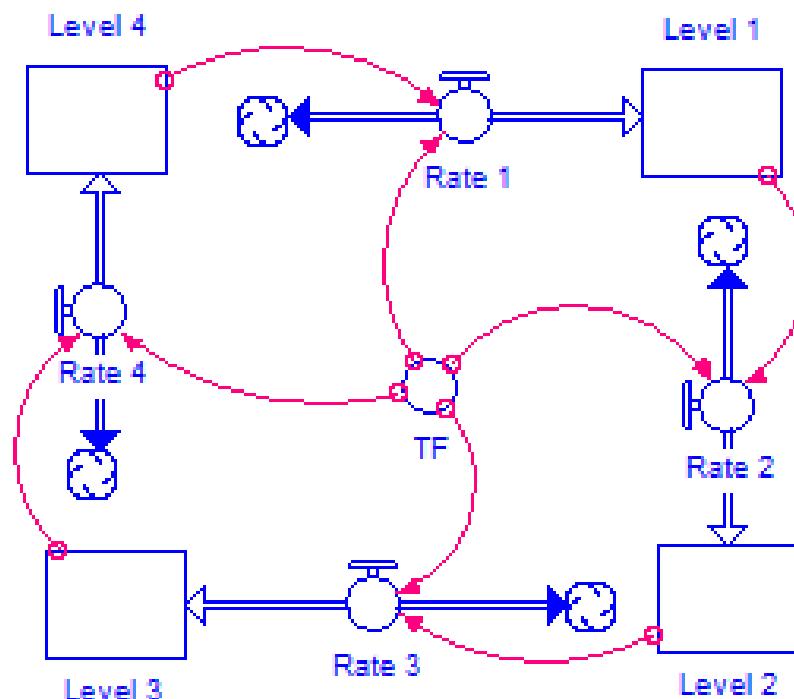


Рис. 38. Положительная обратная связь четвертого порядка

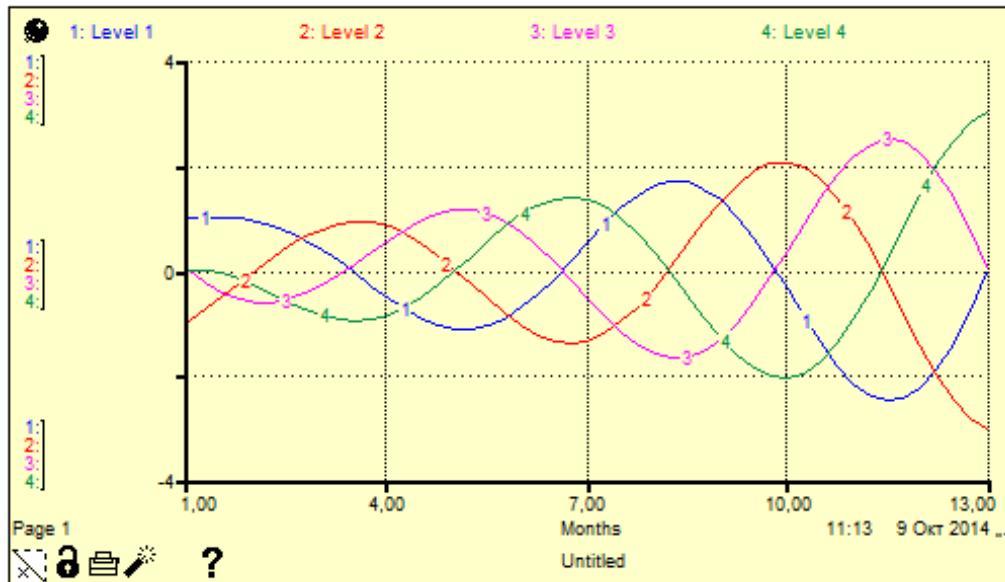


Рис. 39. Незатухающие осцилляции при  $Y1(0)=1$ ,  $Y2(0)=-1$ ,  $Y3(0)=0$ ,  $Y4(0)=0$

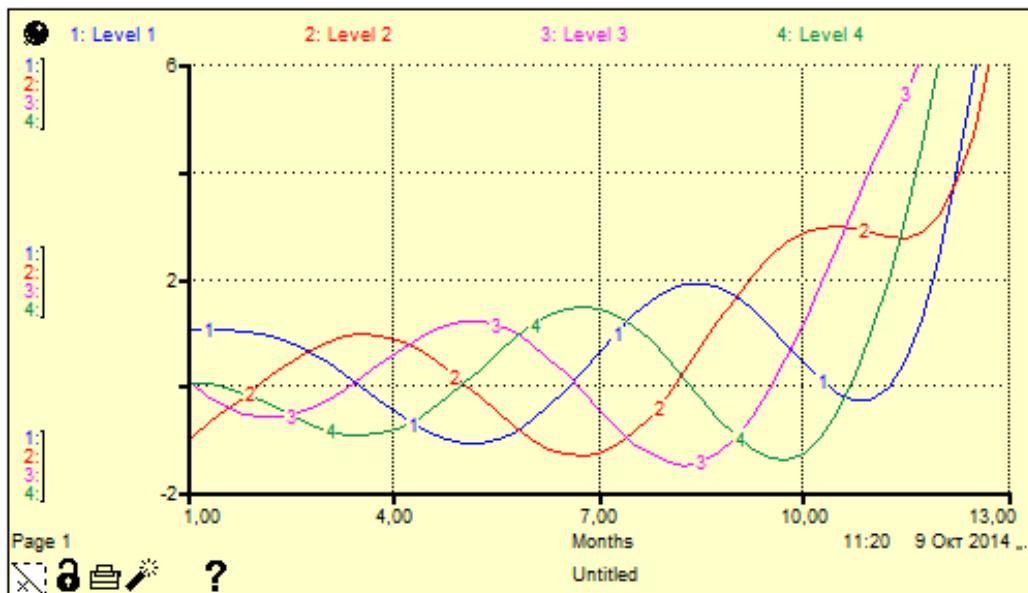


Рис. 40. Незатухающие осцилляции, переходящие в экспоненциальный рост, при  $Y1(0)=1$ ,  
 $Y2(0)=-1$ ,  $Y3(0)=0.001$ ,  $Y4(0)=0$

### Отрицательная обратная связь первого порядка

Простейшим отрицательным контуром обратной связи является отрицательная обратная связь первого порядка (рис. 41). Единственное возможное поведение такой системы – это асимптотическое приближение к целевому значению уровня (рис. 42) при любых положительных (отрицательных) начальных значениях уровня (Сидоренко В.Н., 1998).

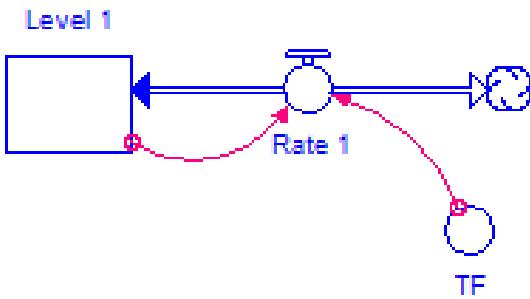


Рис. 41. Отрицательная обратная связь первого порядка

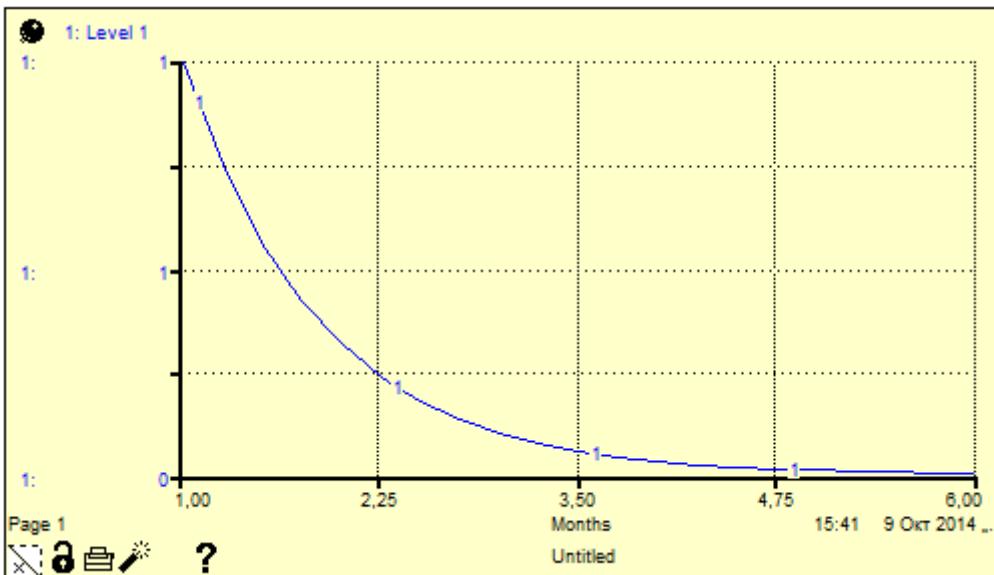


Рис. 42. Асимптотическое стремление к целевому значению при  $YI(0)=1$

### Отрицательная обратная связь второго порядка

Отрицательный контур обратной связи второго порядка (рис. 43), согласно свойству обратных связей ведет себя аналогично положительному контуру обратных связей (Сидоренко В.Н., 1998). Характерным поведением такой системы будет экспоненциальный или степенной рост значения одного уровня и спад значения другого уровня (рис. 44, 45) либо асимптотический спад (рис. 46), если начальные значения уровней совпадают по знаку и величине. Поведение системы на рис. 46, которое, казалось бы, противоречит принципу, что четное число отрицательных связей демонстрирует поведение, характерное для положительного контура обратной связи, объясняется выходом в фазовой плоскости на сепаратрису (Сидоренко В.Н., 1998).

**Означает ли это, что данный принцип на практике не работает?**

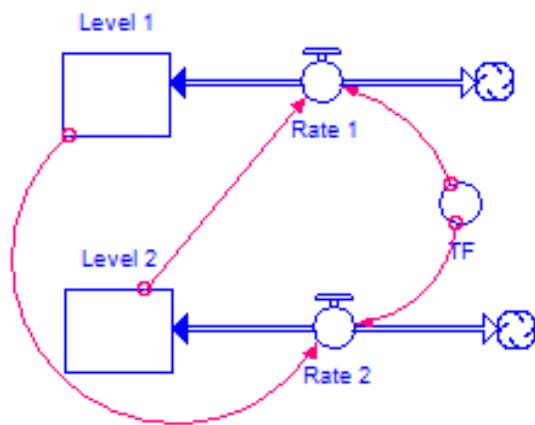


Рис. 43. Отрицательная обратная связь второго порядка

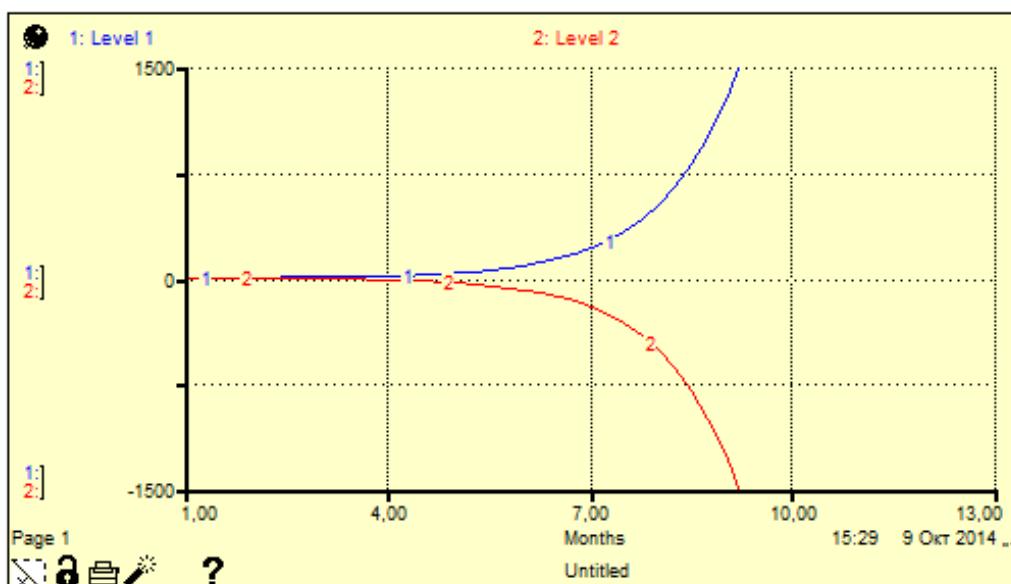


Рис. 44. Экспоненциальный рост  $Y1$  и спад  $Y2$  при  $Y1(0)=1$ ,  $Y2(0)=-1$

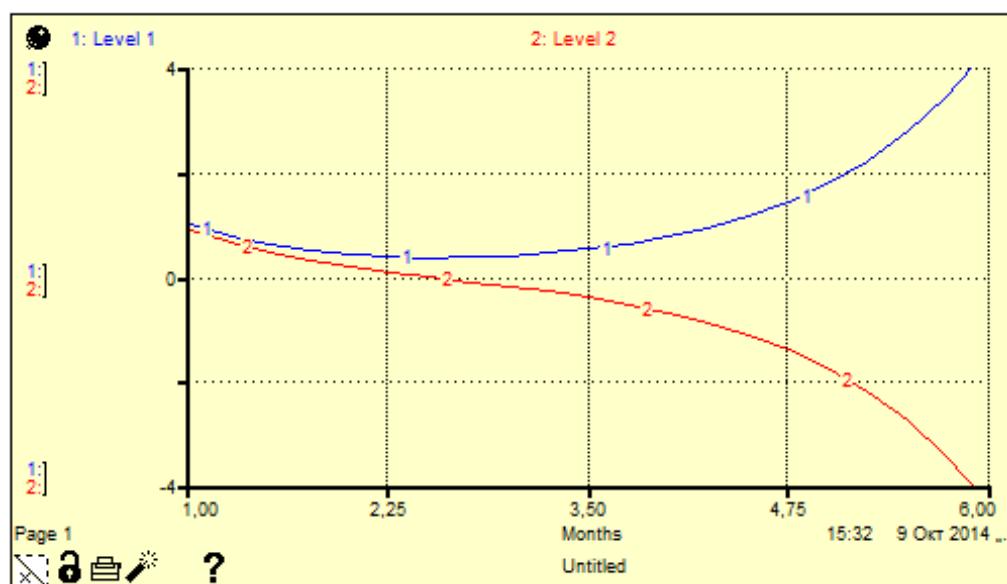


Рис. 45. Степенной рост  $Y1$  и спад  $Y2$  при  $Y1(0)=1$ ,  $Y2(0)=0.9$

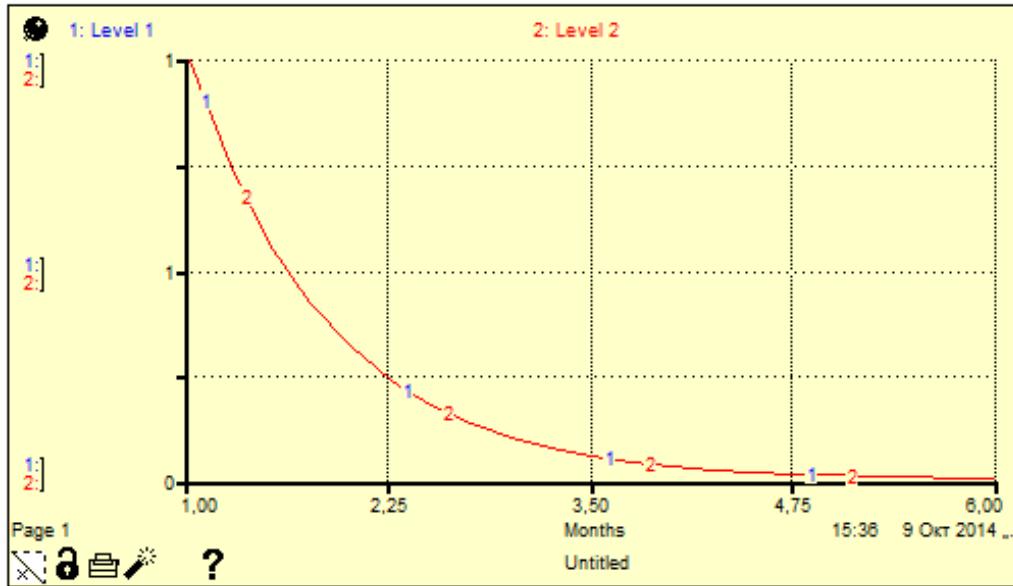


Рис. 46. Асимптотическое стремление к целевому значению при  $Y1(0)=Y2(0)=1$

### Отрицательная обратная связь третьего порядка

Когда в системе присутствуют три отрицательных связи, количество возможных типов поведения будет гораздо разнообразнее (Сидоренко В.Н., 1998). Отрицательный контур обратной связи третьего порядка (рис. 47) может демонстрировать как асимптотическое стремление к целевому значению уровней (рис. 48), так и поведение, представленное на рис. 49. Асимптотическое поведение возникает только в случае совпадения начальных значений уровней по величине и знаку.

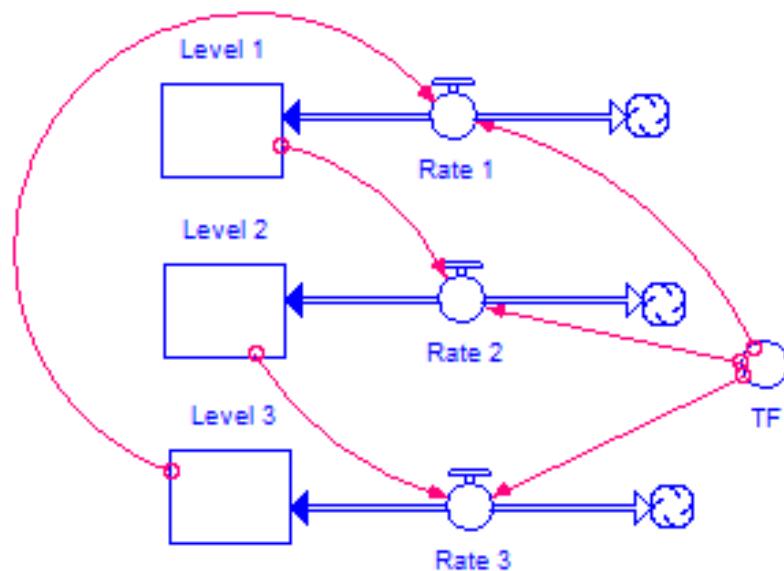


Рис. 47. Отрицательная обратная связь третьего порядка

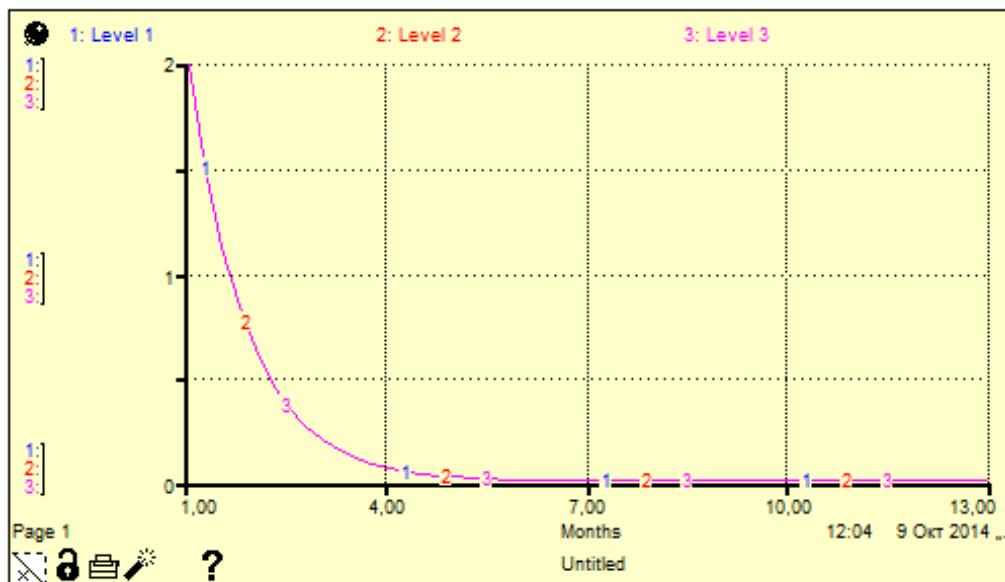


Рис. 48. Асимптотическое стремление к нулевому значению при  $Y1(0)=2$ ,  $Y2(0)=2$ ,  $Y3(0)=2$

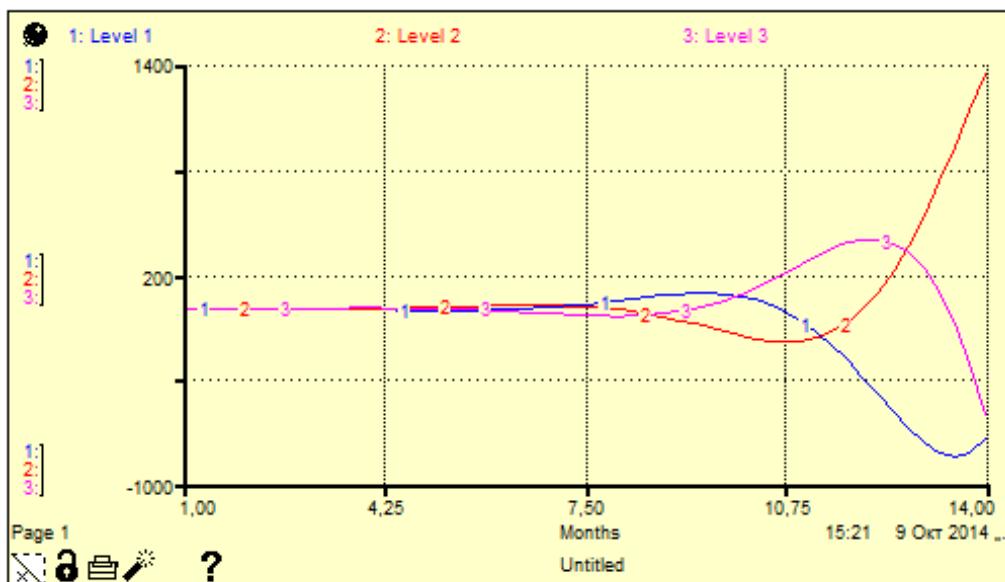


Рис. 49. Колебания с экспоненциально нарастающей амплитудой при  $Y1(0)=1$ ,  $Y2(0)=-1$ ,  $Y3(0)=0$

### Отрицательная обратная связь четвертого порядка

Отрицательный контур обратной связи четвертого порядка (рис. 50) должен вести себя как структура с положительными обратными связями: это может быть как экспоненциальный рост по одним переменным и спад по другим (рис. 51), так и неустойчивые незатухающие осцилляции, переходящие в экспоненциальный рост и спад (рис. 52). Однако незатухающие колебания (рис. 53) возможны только при условии, что значения уровней попарно равны как по величине, так и по знаку (Сидоренко В.Н., 1998). Также в данной структуре при совпадении всех начальных значений уровней по величине и знаку, возможно асимптотическое стремление к нулевому значению (рис. 54).

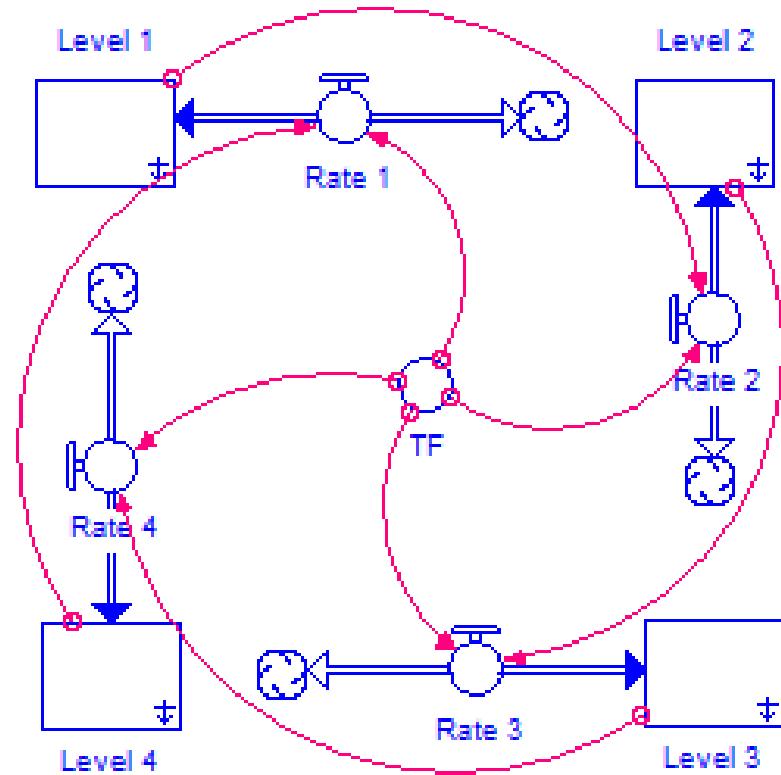


Рис. 50. Экспоненциальная обратная связь четвертого порядка

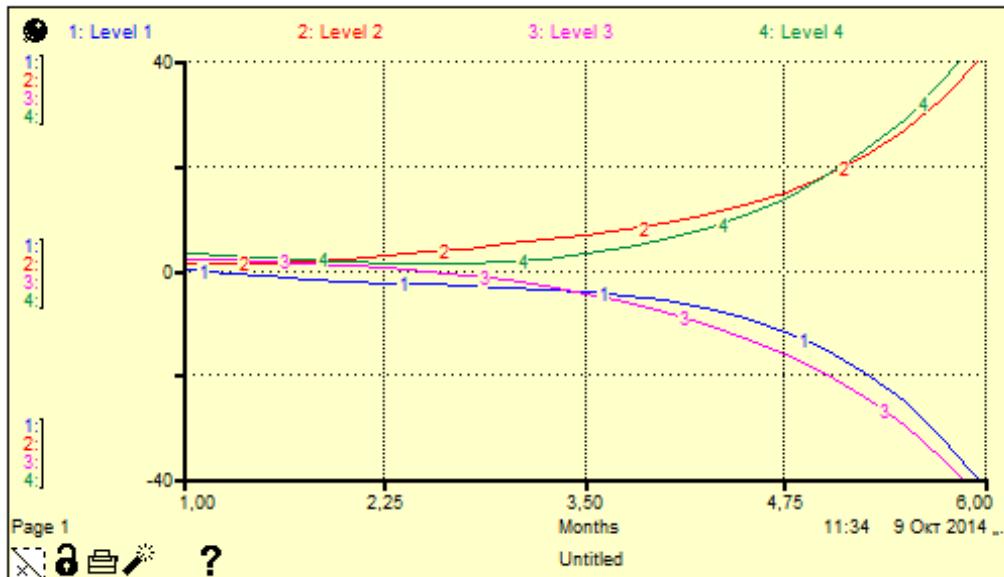


Рис. 51. Экспоненциальный рост и спад при  $Y1(0)=0$ ,  $Y2(0)=1$ ,  $Y3(0)=2$ ,  $Y4(0)=3$

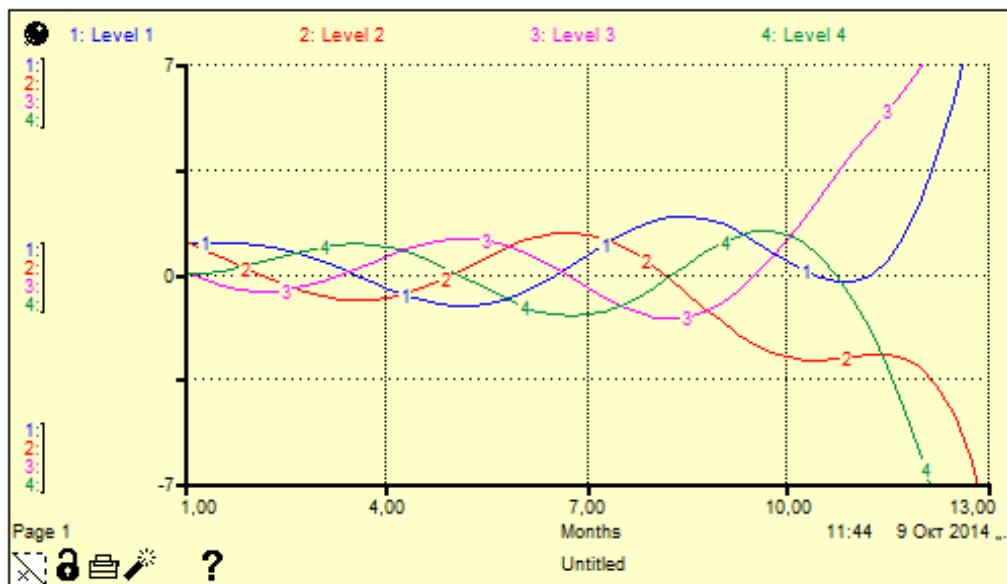


Рис. 52. Незатухающие осцилляции, переходящие в экспоненциальный рост и спад, при  
 $Y1(0)=1, Y2(0)=1, Y3(0)=0.001, Y4(0)=0$

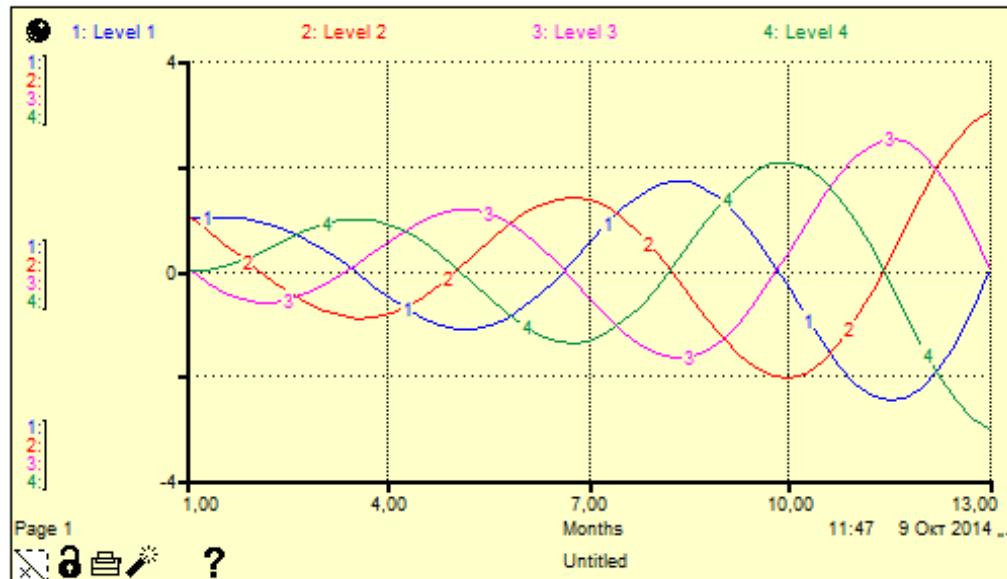


Рис. 53. Незатухающие осцилляции при  $Y1(0)=1, Y2(0)=1, Y3(0)=0, Y4(0)=0$

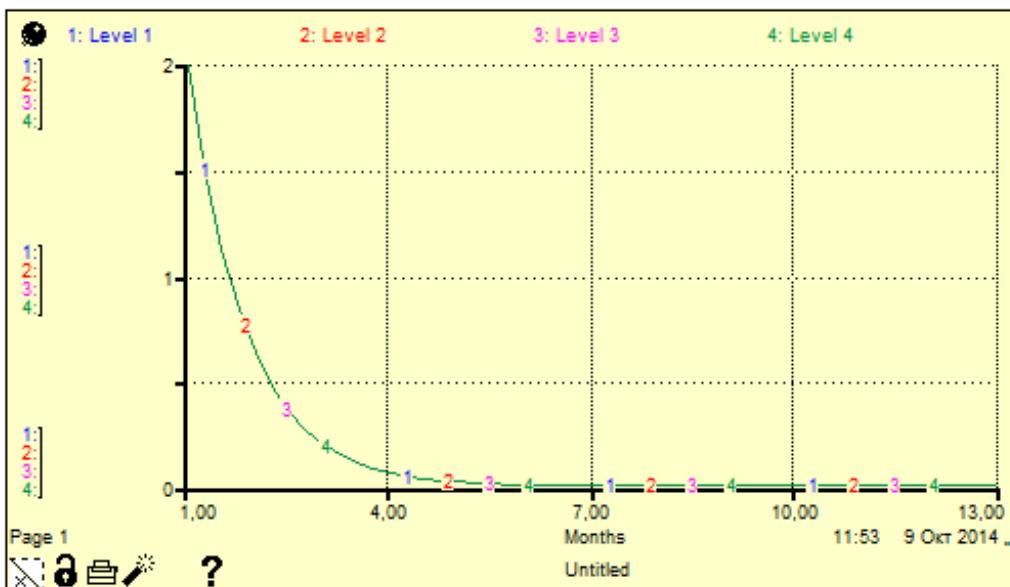


Рис. 54. Асимптотическое стремление к нулевому значению при  $Y1(0)=2$ ,  $Y2(0)=2$ ,  $Y3(0)=2$ ,  $Y4(0)=2$

### Смешанная структура первого порядка

Данная типовая структура включает положительную и отрицательную связи (рис. 55). Структуры такого вида могут приводить к появлению S-образного поведения (рис. 56). Такое поведение связано с переключением доминирующего воздействия с положительной обратной связи на отрицательную, при котором происходит замена экспоненциального роста асимптотическим, то есть стремлением к ненулевому целевому значению уровня (Сидоренко В.Н., 1998).

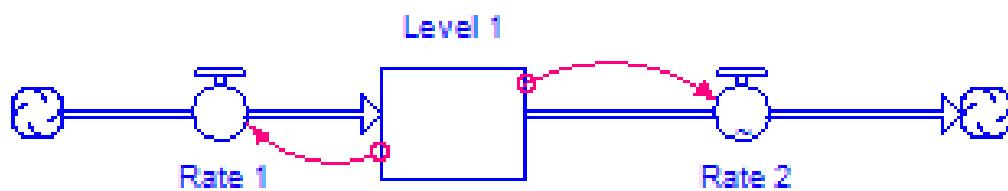


Рис. 55. Типовая структура первого порядка

Для генерации S-образного роста в качестве выходного потока нужно задать соответствующий график функции (рис. 57).

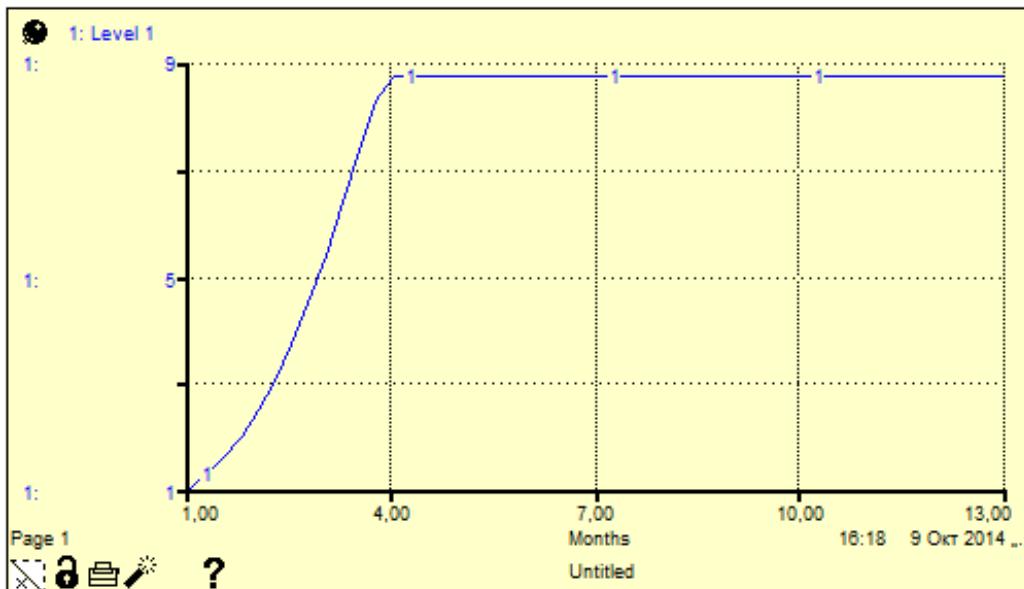


Рис. 56. S-образный рост при  $Y1(0)=2$

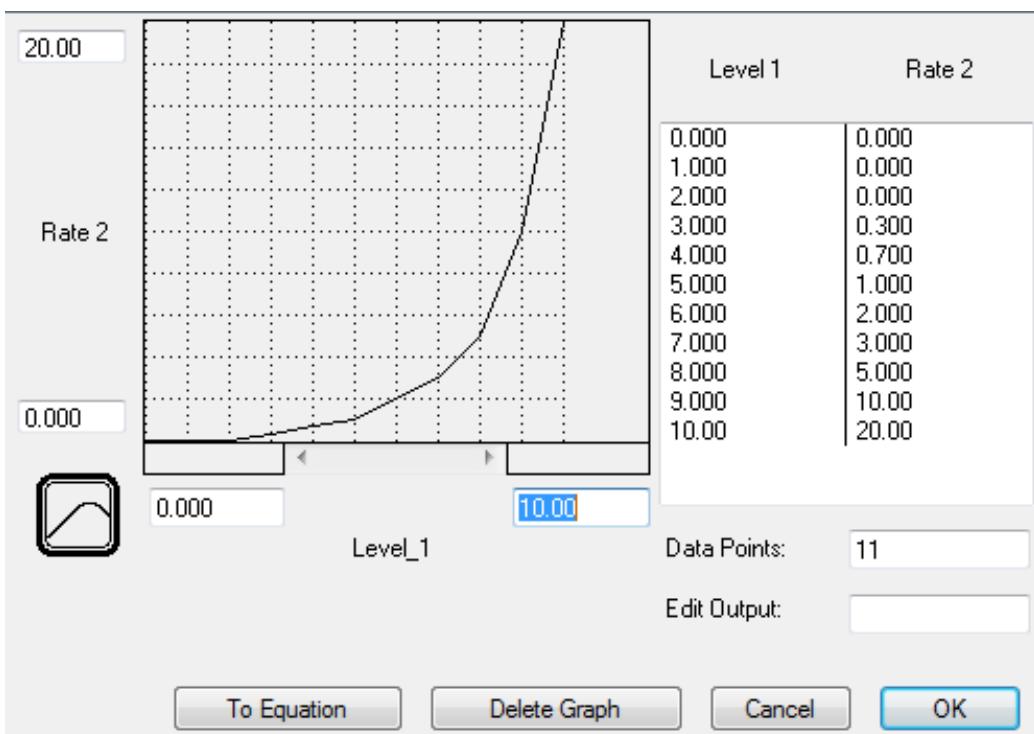


Рис. 57. Задание табличной функции

### Смешанная структура второго порядка с двумя потоками

Единственно возможным (Сидоренко В.Н., 1998) поведением смешанной структуры второго порядка с двумя потоками (рис. 58) будут устойчивые незатухающие колебания возле нулевого значения уровней, представленные на рис. 59.

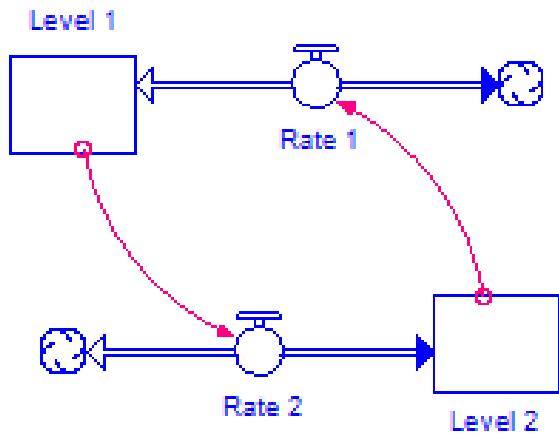


Рис. 58. Типовая структура смешанного типа второго порядка с двумя потоками

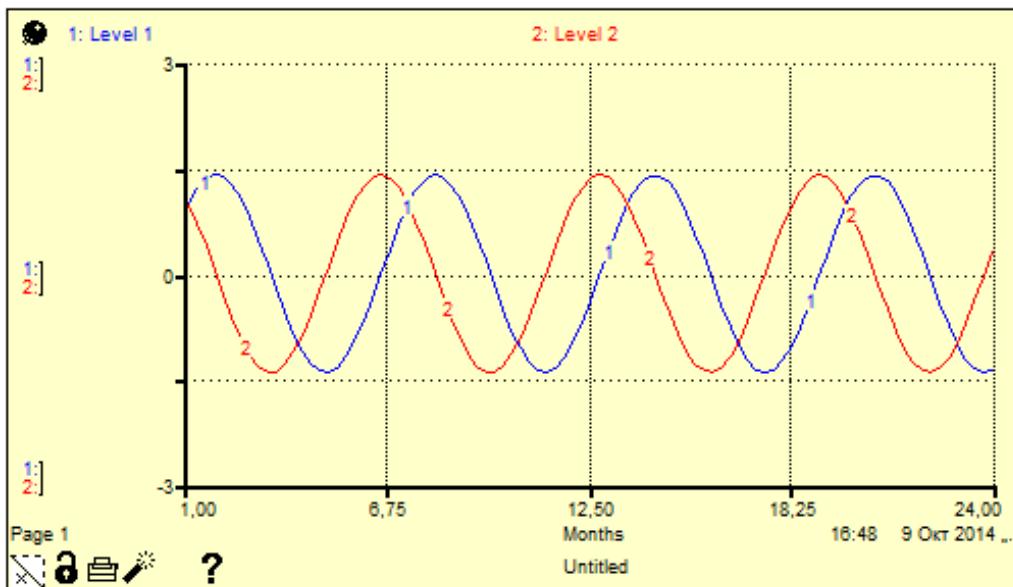


Рис. 59. Устойчивые незатухающие колебания при  $Y1(0)=1$ ,  $Y2(0)=1$

**Задание для самостоятельного анализа: Какое поведение может возникать в смешанной структуре второго порядка с тремя потоками?**

### Лекция 5. Основные концепции системной динамики

**Какие диаграммы строились в лабораторной работе 4 с помощью пакета iThink?**

Связь потоков и запасов отражает физическую структуру системы, таким образом, можно рассматривать потоковую диаграмму как метод перевода причинно-следственной диаграммы в математическую или имитационную модель. Потоковое представление – это основная идея, которая может быть

применена к динамике любых систем (Thygesen H.H., 2004) – запас представляет состояние системы, тогда как поток представляет уровень изменения запаса. В моделях системной динамики запас имеет несколько характеристик, включая представление об истории накопления и разделение входящих и выходящих потоков, что позволяет отразить отсутствие равновесия в системе.

### **Какой вид диаграмм: потоковые или причинно следственные – полезнее, легче для построения моделей, информативнее?**

Причинно-следственная диаграмма, в общем, рассматривается как неплохое средство для обеспечения простого и структурированного обзора системы, ее основных переменных и взаимоотношений между переменными. Однако существуют и проблемы, связанные с использованием причинно-следственных диаграмм. Морекрофт (Thygesen H.H., 2004) писал, что основным слабым местом таких диаграмм является то, что они неточно отражают процесс принятия решения человеком, таким образом, мы игнорируем важную информацию на фазе концептуализации, так как не возможно, глядя на диаграмму, установить то, какое решение и как было принято. Кроме того, Морекрофт утверждает, что причинно-следственные диаграммы имеют очень слабую связь между ментальной моделью и контурной структурой, что, в свою очередь, приводит к потере информации о реальной структуре и взаимосвязях в моделируемом объекте. Спорным является также то, что использование причинно-следственных диаграмм на практике, как руководства для принятия решений, основывается на утверждении, что единственным уместным инструментом для понимания поведения является имитация (или аналитическое решение, в тех немногих случаях, в которых оно может быть найдено).

Более того, как отмечал Венникс (Thygesen H.H., 2004), опытные специалисты по системной динамике предостерегают от использования причинно-следственных диаграмм и обращают внимание, что лучше начать процесс концептуализации с определения запасов и потоков в системе. Причиной для этого является понятие аккумулирования в системе. То есть Венникс утверждает, что причинно-следственная диаграмма будет приводить к ошибке при попытке установить происхождение динамических последствий до тех пор, пока причинно-следственная диаграмма не будет отражать содержание запасов (которые используются в роли определителя уровня). В работе по описанию основных положений модели этот аспект будет обсуждаться бизнес-экспертами относительно практической уместности и риска.

То есть необходимо правильно описывать структуру системы, что возможно только в следующих случаях (Сидоренко В.Н., 1999):

- если в причинно-следственных диаграммах не фигурируют переменные разного типа, т.е. нет переменных темпов и уровней одновременно;

- если все связи между переменными и контуры обратной связи определяются на основе приведенных выше определений;
- если все построения ведутся и интерпретируются изначально в терминах потоковых диаграмм, и только после проведения имитационных экспериментов с моделью результаты анализа модели могут быть представлены на языке причинно-следственных диаграмм.

### **Какое еще явление существенно влияет на развитие событий в рамках моделей?**

Другим центральным понятием системной динамики является эффект задержек. Как и причина, данный эффект не всегда связан со временем, многие соответствующие симптомы, похожие на причины, могут оказывать влияние. Задержки могут различаться по времени (длина задержки), типу (материальные или информационные) и структуре.

В то же время с развитием потоков и запасов, агент предпримет корректирующие действия. Приведут ли такие действия систему обратно в состояние равновесия или нет - зависит от взаимодействий в процессах обратной связи – но в сложной системе отсутствие равновесия будет во многих ситуациях сохраняться, несмотря на корректирующие действия. Этот феномен хорошо известен на примере спекулятивных предприятий на фондовой бирже.

Рассмотрим более подробно одну из типовых системно-динамических структур с одним запасом и двумя балансирующими циклами обратной связи, которые конкурируют между собой. Классический пример такой системы – работа комнатного обогревателя с терmostатом (Медоуз Д., 2011). Он регулирует температуру в помещении, при необходимости включаясь и нагревая воздух. Если температура в помещении падает ниже установленного уровня, заданного в терmostате, то датчик улавливает разницу и подает сигнал включить нагревательный элемент, чтобы нагреть воздух в комнате. Когда температура достигает желаемого значения, терmostат выключает нагревательный элемент. Часть тепла уходит из помещения на улицу в виде потерь. Второй балансирующий цикл пытается сравнять температуру внутри помещения с уличной. Комната не может быть идеально изолирована, поэтому утечки неизбежны. Потоковая диаграмма приведена на рис. 60

### **Что будет происходить, если оба цикла в системе работают одновременно?**

Пусть теплоизоляция достаточно хорошая, а обогреватель имеет достаточную мощность. Тогда цикл, описывающий нагрев, будет сильнее цикла, описывающего остывание. Помещение будет нагреваться. Однако, чем больше тепла, тем сильнее его утечки на улицу, потому что увеличится разница температур. Поэтому температура в комнате будет близка к установленной на

термостате, но не равна ей, потому что утечка тепла – это непрерывный процесс (рис. 61).

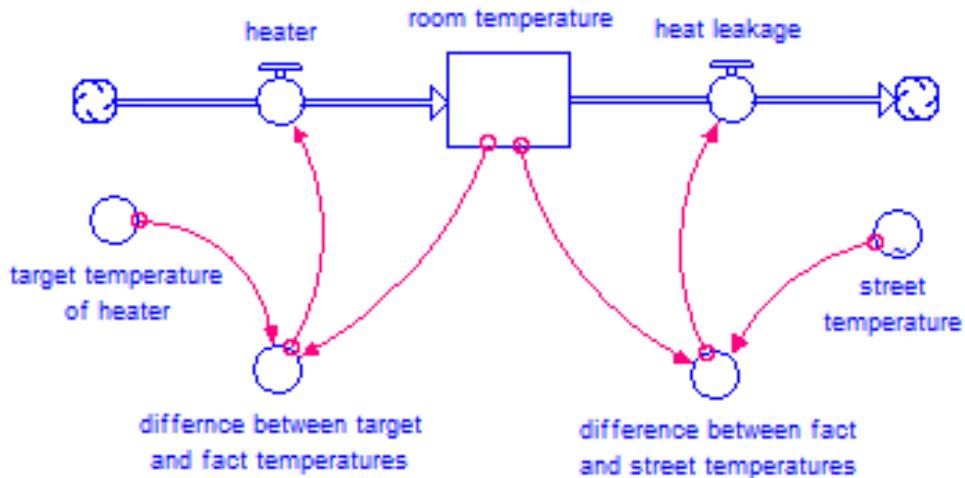


Рис. 60. Температура в помещении регулируется обогревателем с термостатом

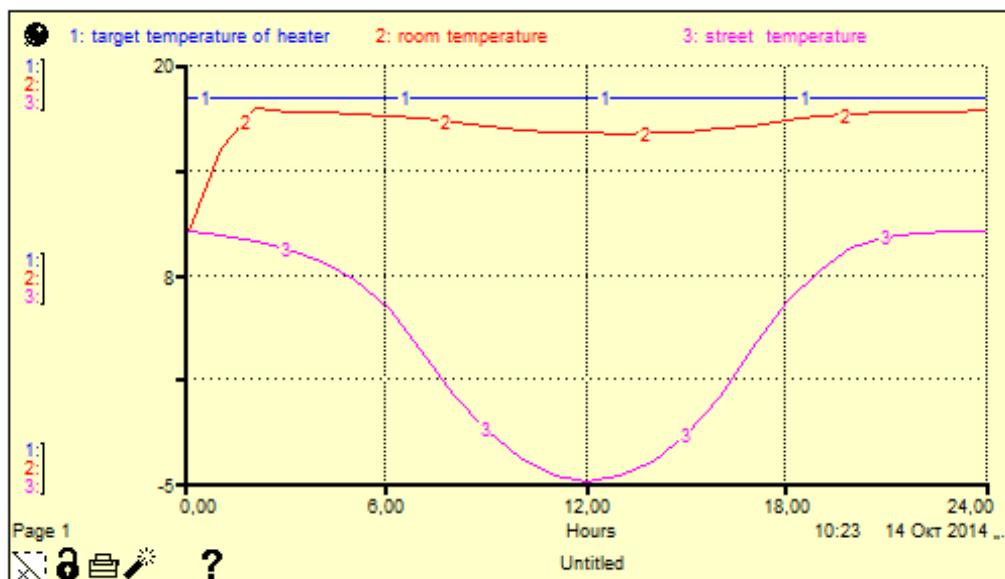


Рис. 61. Изменение температуры в помещении в течение суток

### Как можно решить эту проблему?

Если решение в данном примере достаточно простое – установка температуры чуть выше, чем необходимо, то в других системах с подобными связями такое решение может серьезно осложнить ситуацию.

На основе данного примера важно осознать что, информация, получаемая за счет обратной связи, может повлиять только на будущее, предстоящее поведение. Внутри системы информация распространяется с запаздыванием, и воздействие не может быть настолько быстрым, чтобы моментально

скорректировать поведение, вызвавшее текущую обратную связь (Медоуз Д., 2011).

## Почему это важно?

Потому, что отклик всегда будет поступать с запаздыванием. Ни один поток не может повлиять на другой с моментально. Одна из основных проблем экономических моделей – это мгновенная реакция. Именно поэтому реальные экономические системы ведут себя не так, как предсказывают модели. Кроме того сложившееся представление о системе – мысленная модель – должно включать все важные потоки, в том числе и утечки (которые не всегда видны на первый взгляд).

Рассмотрим поведение системы в примере в случае, когда температура на улице изменяется. На рис. X показан график изменений за сутки для нормально работающей системы с термостатом в условиях, когда ночью значительно холода. У любого балансирующего цикла обратной связи есть переломная точка, после которой другим циклам, влияющим на запас, удается пересилить первый цикл и увести величину запаса в сторону от желаемого значения. В примере такое может произойти, если увеличатся утечки или обогреватель будет менее мощным – то есть цикл, отвечающий за нагрев, станет слабее, либо цикл, описывающий утечки тепла на улицу, станет сильнее.

На рис. 62 показано, что происходит в системе, если температура на улице точно такая же, как в предыдущем случае, а тепло теряется быстрее. В этом случае обогреватель не может справиться с утечками тепла. Цикл, стремящийся сравнять температуру в помещении с уличной, станет доминирующим, и в комнате будет прохладно. Причем изменение температур на улице и в помещении будет происходить с определенной взаимной зависимостью.

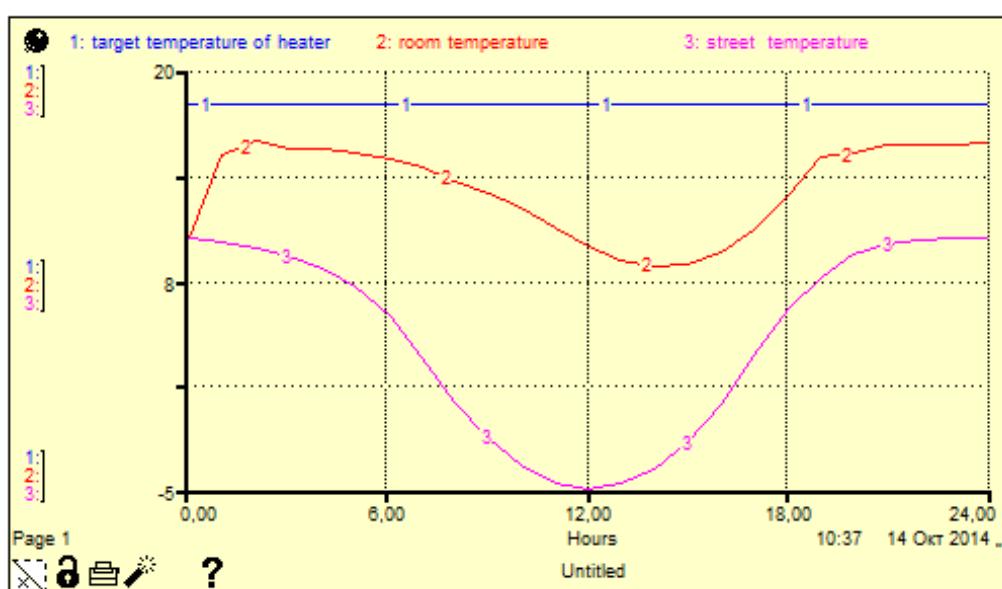


Рис. 62. Изменение температуры в помещении в течение суток при больших потерях тепла

Сложное поведение систем часто объясняется переходом доминирования от одного цикла обратной связи к другому. В этом случае в разные моменты времени поведение системы определяют разные контуры обратной связи (Медоуз Д., 2011).

### **Какие этапы можно выделить в процессе системно-динамического моделирования? Есть ли какие-либо специфические этапы?**

Практически каждый ученый, который занимается созданием системно-динамических моделей, дает свою классификацию этапов процесса построения модели. Схема процедуры системно-динамического моделирования, предложенная К.Сайдом (Saeed K., 1994), приведена на рис.63.



Рис. 63. Процесс построения модели

### **Будет ли система вести себя так, как описывает модель?**

Ответ на этот вопрос требует оценки адекватности модели, определения того, насколько точно она имитирует поведение реальной системы. Чтобы проверить, адекватна ли модель, нужно ответить на вопросы (Медоуз Д., 2011):

1. Могут ли движущие силы изменяться таким образом?
2. Если могут, то будет ли система реагировать именно так?

3. Что управляет движущими силами? Что заставляет меняться входные и выходные потоки?

### **Есть ли минусы у системной динамики?**

Критики теории системной динамики обращают внимание, прежде всего, на то, что модель системы слишком зависит от субъективного мнения людей. От этого и сама модель часто отражает не реальность, а то, что происходит в головах их создателей.

Системная динамика сводит весь спектр возможных решений к небольшому набору стандартизованных архетипов, хотя сначала именно системная динамика выступала против упрощенного подхода операционных исследований, сводящих всю сложную реальность к простым математическим формулам. Однако системная динамика сегодня сводит все к слишком простым решениям.

Системная динамика не учитывает в своих моделях качественных изменений системы. Так если взять мировой динамики Форрестера, то рост населения, рост производства, загрязненность среды неизбежно приведут к мировой катастрофе. В системной динамике нет места процессу перехода системы в принципиально новое качество.

Отсюда и следующий большой недостаток системной динамики – она способна показать пути решения проблем в организации, но в конечном итоге стремится к некому балансу, сохранению стабильного *status quo*. Точно также она не в состоянии предсказать развитие, если в будущем будут возникать любого рода случайности или качественные изменения среды, например, технологические революции или экономические кризисы. Однако такое не под силу ни одному из современных методов математического и имитационного моделирования сложных систем (Кузнецов Ю.А., 2007).

### **Так почему же системная динамика все же используется для моделирования различных социально-экономических процессов?**

Системная динамика открыла глаза на многие континтуитивные проблемы организаций. С помощью моделей системной динамики было доказано, почему быстрые решения приводят к провалу, почему нет и не может быть непреложных законов бизнеса, как благие намерения по улучшению работы без внесения изменений в систему только ухудшают результат. Знание и понимание системных архетипов ведет к возможности эффективно применять на практике системное мышление (Кузнецов Ю.А., 2007).

Системная динамика не предсказывает, что произойдет; она позволяет вычислить, что может произойти при определенном наборе условий.

## ***Практическое занятие 5. Основные концепции системной динамики***

Данное занятие будет посвящено историям. Умение рассказывать и слушать истории – это полезный инструмент системного мышления. Они позволяют взглянуть на важные причинно-следственные взаимосвязи с другой точки зрения. Когда мы слушаем историю, мы узнаем характерное поведение системы в течение времени, а, когда мы рассказываем истории другим, мы помогаем им понимать причины и следствиях тех или иных схем поведения.

Различные истории об одной и той же системе дают нам представление о системе с различных точек зрения и в различные временные периоды. Самое главное, чтобы история содержала полезную информацию – о взаимосвязях и поведении. Упражнение, описанное ниже, позволит участникам приобрести практические навыки в описании и представлении причинных связей между событиями и их участниками, способствует развитию аналитических способностей для изучения влияния различных временных диапазонов на восприятие событий.

*Упражнение «Истории в открытках» (Бут Свини Л., 2014):*

**Всех участников следует разделить на подгруппы из 3-4 человек. Для выполнения упражнения потребуются открытки или фотографии с интересными сюжетами. Таких картинок должно быть примерно в два раза больше, чем участников, чтобы у каждого была возможность выбора. Лучше всего использовать черно-белые картинки. Каждому участнику предлагается выбрать понравившуюся картинку так, чтобы на основе изображения он мог рассказать короткую историю (2-3 предложения). Далее преподаватель напоминает участникам основные особенности причинно-следственных связей, их графическое отображение, разницу между усиливающими и балансирующими контурами (их можно вынести на слайд).**

**1. Преподаватель просит группы представить, что между картинками есть связь, то есть событие на одной картинке может быть причиной или следствием того, что происходит на другой. Здесь нужно привести пример и рассказать историю, задействовав три карточки, точно указывая временной диапазон, указывая балансирующие и усиливающие связи, а также отмечая запаздывание между событиями.**

**2. Преподаватель просит участников выбрать две карточки из каждой группы и показать, какая из них причина, а какая следствие. Затем каждый член группы молча, про себя, придумывает истории. Здесь можно использовать фразы-шаблоны, например:**

«Когда А возрастает, это ведет к росту Б, поскольку...»

**Другие примеры фраз-шаблонов перечислены ниже. После этого участники рассказывают свои истории друг другу. Преподаватель может**

**помогать тем участникам, у которых возникли затруднения (в сложных ситуациях карточку можно поменять). Если времени достаточно, то можно повторить опыт для другой пары карточек.**

**3. Преподаватель указывает природу причинно-следственных связей. Например, формулируя это следующим образом:**

Обратите внимание, вы используете разные типы процессов для описания того, как изменения в одной части истории приводят к изменению в другой. Кто-то из вас описывает физические процессы, например: «Чем быстрее я качаю ручку насоса, тем больше воды поднимается из колодца». Другие описывают психологические процессы: «Чем больше сердилась мать, тем сильнее пугался ребенок». Кроме того, временной диапазон в ваших историях может составлять от нескольких мгновений до многих лет.

**4. Преподаватель предлагает участникам поэкспериментировать с временными диапазонами. Для одного и того же сочетания причины и следствия студенты должны сначала придумать историю, которая занимает буквально минуты, потом историю, которая занимает одну-две недели, потом несколько лет и в течение жизни целого поколения. В случае затруднений участники могут поменять карточки на более подходящие.**

**5. Преподаватель должен показать, какими еще могут быть усиливающие процессы. Для этого нужно предложить участникам рассказать новые истории, построенные по второму шаблону:**

«Когда А уменьшается, это приводит к уменьшению Б, поскольку...»

**6. Преподаватель напоминает про существование балансирующих циклов. Теперь участники должны использовать для историй следующие шаблоны:**

«Когда А уменьшается, это приводит к росту Б, поскольку...»

«Когда А возрастает, это приводит к уменьшению Б, поскольку...»

**7. На данном этапе упражнения следует замкнуть цикл. Теперь участники используют все свои карточки. Участники раскладывают карточки в определенном порядке и сочиняют историю, в которой описывается замкнутый контур усиливающей обратной связи. Можно попросить участников остановиться и описать невозможные или нелогичные связи, которые возникают при составлении истории. В качестве фразы-шаблона можно использовать следующий вариант:**

«Чем больше (меньше) было значение А, тем больше (меньше) было Б. По мере возрастания (уменьшения) Б значение В становилось все больше

(меньше). С возрастанием (уменьшением) В все больше возрастало (уменьшалось) значение А.»

**При необходимости карточки можно поменять. Пусть участники придумают одну историю об очень коротком промежутке времени, а другую – о продолжительном.**

**8. В случае, если осталось время, можно разобрать другие варианты упражнения. В частности примеры экспоненциального роста и экспоненциального коллапса.**

Экспоненциальный рост порождается последовательностью усиливающих связей, которые все больше и больше усиливают первоначальный эффект. Например, развитие производства и инвестиций.

Экспоненциальный коллапс – это тоже результат усиливающих связей, но вызывающий не рост, а упадок. Например, эрозия почвы и голод.

**Аналогично шагу 7 участники должны выложить карточки в замкнутую последовательность и сочинить историю об экспоненциальном росте или коллапсе. В качестве шаблона можно использовать фразу:**

«Чем меньше (больше) становится А, тем меньше (больше) будет Б, потому что... По мере снижения (роста) Б, значение В становится меньше (больше), поскольку... По мере снижения (роста) В, все сильнее уменьшается (увеличивается) значение А.».

**9. Преподаватель рассматривает балансирующее поведение, когда изменение одного параметра приводит к противоположному изменению другого параметра. Когда подобные связи замыкаются в контур, результирующее поведение стремится к стабилизации на каком-либо уровне. Группа должна для круга из своих карточек придумать историю про балансирующий цикл, в котором система стабилизируется на неком желаемом уровне. Для создания истории можно воспользоваться следующим шаблоном:**

«Чем больше становится А, тем больше (в той или иной степени) будет Б, потому что... По мере роста Б, значение В становится меньше, поскольку... По мере снижения В уменьшается значение А.».

**10. Можно пригласить добровольца из числа участников выйти к доске, показать всем свои карточки и рассказать по ним историю в трех вариантах по различным временным диапазонам.**

## *Лабораторная работа 5. Системная динамика: практический пример*

Студенты делятся на группы по 2-3 человека. Каждой группе раздается постановка задачи в словесном описании. Первая задача студентов – построить причинно-следственную диаграмму. Группы, которые выполнили это задание, получают правильный вариант диаграммы и следующее задание – построить потоковую диаграмму в iThink. Справившиеся и с этой задачей студенты получают описание правильной системной диаграммы и вопросы для проведения эксперимента. Выполнившие эксперимент группы отчитываются перед преподавателем и получают усложненную постановку задачи, для которой должны внести изменения в потоковую диаграмму и т.д.

*Постановка задачи «Модель распространения новой продукции»* (Каталевский Д.Ю., 2011):

Рассмотрим причины распространения новой продукции на рынке. Помимо рекламы мощнейшим двигателем этого процесса является «сарафанное радио» — механизм рекламы «из уст в уста». Люди пробуют новинку и рассказывают о ней друзьям. Чем больше друзей узнает, тем большее их количество захочет купить новый продукт. Соответственно, процесс начинает расти экспоненциально.

Представьте себе город N, в котором намечена презентация продукта и его первичное распространение. Все население города можно условно подразделить на две категории — Потенциальных клиентов компании (не имеющих товара) и собственно Клиентов (тех, кто приобрел товар). Соответственно, потенциальные клиенты с течением времени рано или поздно переходят в категорию «клиентов», покупающих товар. Потенциальные клиенты превращаются в Клиентов путем совершения покупок с некоторой скоростью — темпом покупок (человек в неделю).

Для начала предполагаем, что «заражение» клиентов происходит посредством «сарафанного радио»: кто-то купил продукт и посоветовал его своему другу, затем друг купил продукт и посоветовал его своим друзьям, часть которых совершили покупки и в свою очередь порекомендовали его своим приятелям, и т.п., — распространение продукта идет с экспоненциальной скоростью. Для простоты эффект рекламы пока исключается.

Дано: население города 1000 человек; количество клиентов в начальный момент времени - 1 человек; соответственно, число потенциальных клиентов равно 999 человек; количество контактов (количество людей, контактирующих друг с другом за неделю) - 10 человек в неделю; доля заинтересованных (вероятность, с которой при контакте клиента с потенциальным клиентом последний захочет приобрести товар, т.е. станет клиентом) - 0,05.

Постройте причинно-следственную диаграмму процесса покупок новой продукции, т.е. перехода клиентов из категории потенциальных в категорию действующих.

Причинно-следственная диаграмма приведена на рис. 64. Соответствующая потоковая диаграмма на рис. 65.

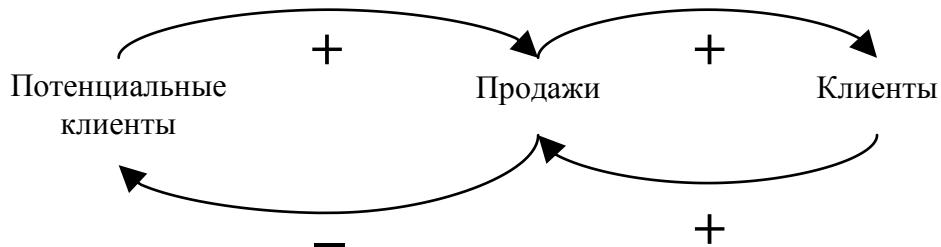


Рис. 64. Причинно-следственная диаграмма модели (упрощенный вариант)

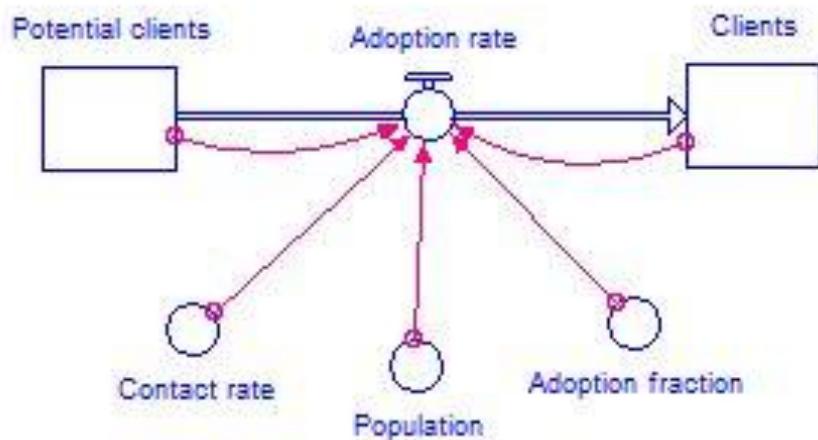


Рис. 65. Потоковая диаграмма модели (упрощенный вариант)

Люди в городе контактируют друг с другом с частотой «Contact rate». Вероятность того, что наугад выбранный человек является клиентом, равна количеству клиентов, деленному на общее население. Соответственно, количество потенциальных клиентов, контактирующих с клиентами в определенный момент времени, легко вычислить следующим образом:  $Potential\ clients \times (Clients/Population) \times Contact\ rate$ . Однако не каждый контакт клиента с потенциальным клиентом заставляет последнего совершить покупку. Поэтому приведенное выше уравнение необходимо помножить на вероятность превращения потенциального клиента в клиента, т.е. на *Adoption fraction*. Следовательно, формула переменной темпа покупок (*Adoption rate*) приобретает следующий вид:

$$Adoption\ rate = Potential\ clients \times (Clients/Population) \times Contact\ rate \times Adoption\ fraction$$

Определите, через какое время все потенциальные клиенты перейдут в категорию клиентов и когда тем покупок достигнет пикового значения?

Предположим, что доля заинтересованных (Adoption fraction) падает с 5 до 2%, т.е. из 100 контактов потенциальных клиентов с клиентами лишь 2 человека становятся новыми покупателями. Как в этом случае изменится динамика поведения системы?

Как поведет себя модель, если переменную «доля заинтересованных», напротив, увеличить с 5 до 10%, т.е. каждый десятый контактирующий с клиентом превратится из потенциального клиента в клиента?

Динамика изменения количества потенциальных клиентов и роста количества клиентов для исходной постановки задачи представлена на рис. 66 и 67, соответственно.

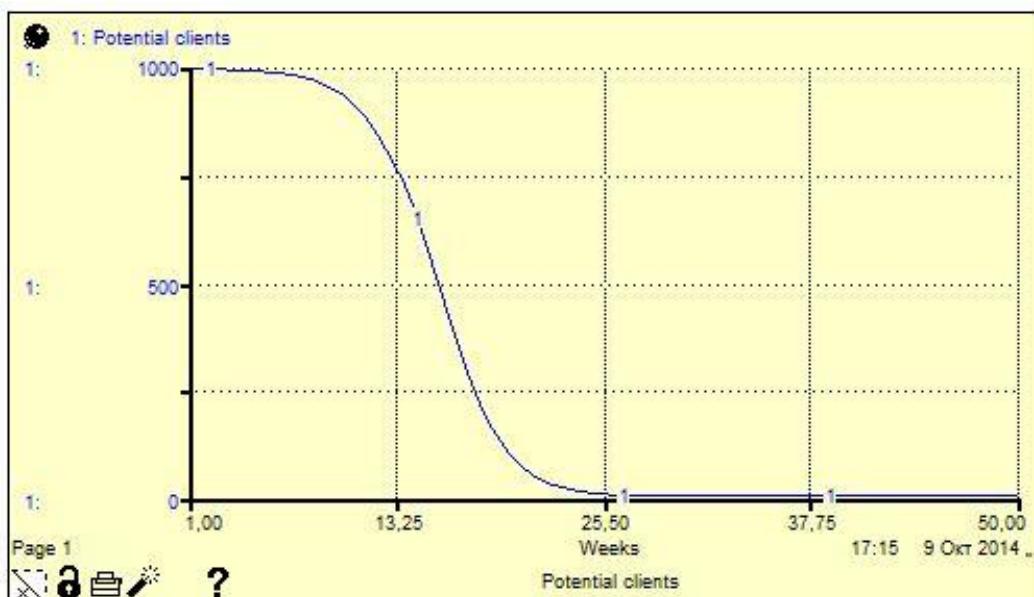


Рис. 66. Динамика количества потенциальных клиентов

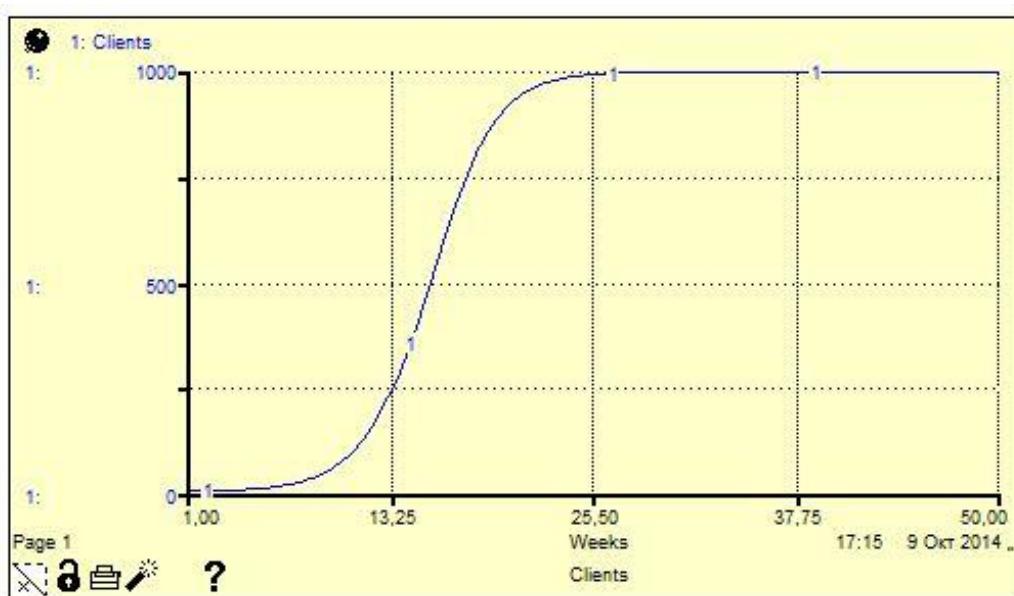


Рис. 67. Динамика количества клиентов

### *Расширенная постановка проблемы:*

Основным замечанием к построенной модели является «проблема старта». Процесс распространения новых товаров возможен только посредством действия устной рекламы, благодаря которой потребители из разряда потенциальных становятся реальными клиентами, совершая покупку. Поэтому нужен как минимум один покупатель, который бы «запустил процесс», в реальности же первоначальных клиентов может вообще не быть. Первоначальную базу клиентов могут обеспечить другие каналы – реклама на ТВ и радио, в прессе, наружная реклама, прямые продажи, раздача пробных образцов, рассылки и т.п. поэтому следует учесть, что темп покупок (Adoption Rate) складывается из двух составляющих – покупок от рекламы (Adoption From Advertising) и покупок от рекламы «из уст в уста» (Adoption From Word-of-Mouth). Покупки от рекламы «из уст в уста» определяются заданной ранее формулой. Темп осуществления покупки от рекламы (Adoption From Advertising) определяется эффективностью рекламного воздействия (Advertising Effectiveness) на потенциальных клиентов по формуле:

$$\text{Adoption From Advertising} = \text{Advertising Effectiveness} \times \text{Potential clients}$$

При этом считается, что объем и эффективность рекламы постоянны.

Дано: Население – 20 000 человек; количество клиентов в начальный момент времени – 0 человек; численность потенциальных клиентов – 20 000 человек; количество контактов – 12 человек в неделю; 2% потенциальных клиентов при контакте с уже существующим клиентом совершают покупки и становятся клиентами; 5% потенциальных клиентов при прослушивании рекламы совершают покупки и становятся клиентами.

Внесите соответствующие изменения в потоковую диаграмму модели (решение представлено на рис. 68). Определите сколько времени необходимо, чтобы все потенциальные покупатели стали клиентами компании. Определите максимальное количество покупателей в неделю и исследуйте влияние каждого вида рекламы в отдельности. На рис. 69-71 представлены соответствующие графики.

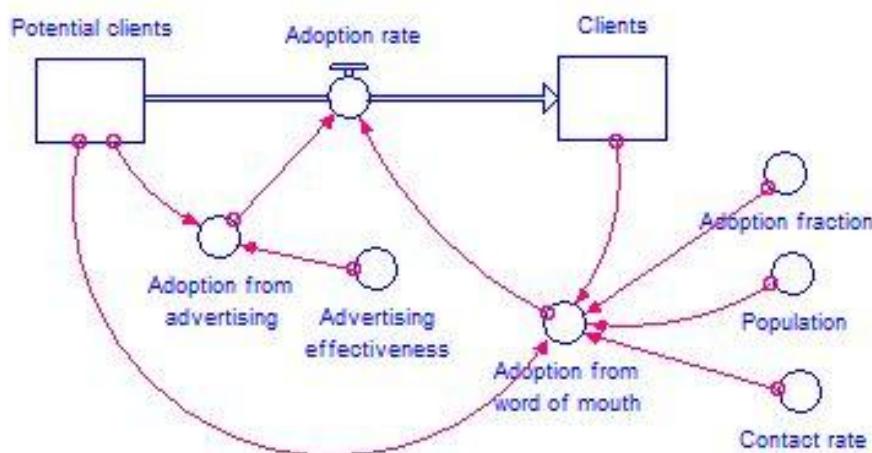


Рис. 68. Потоковая диаграмма модели с учетом рекламы

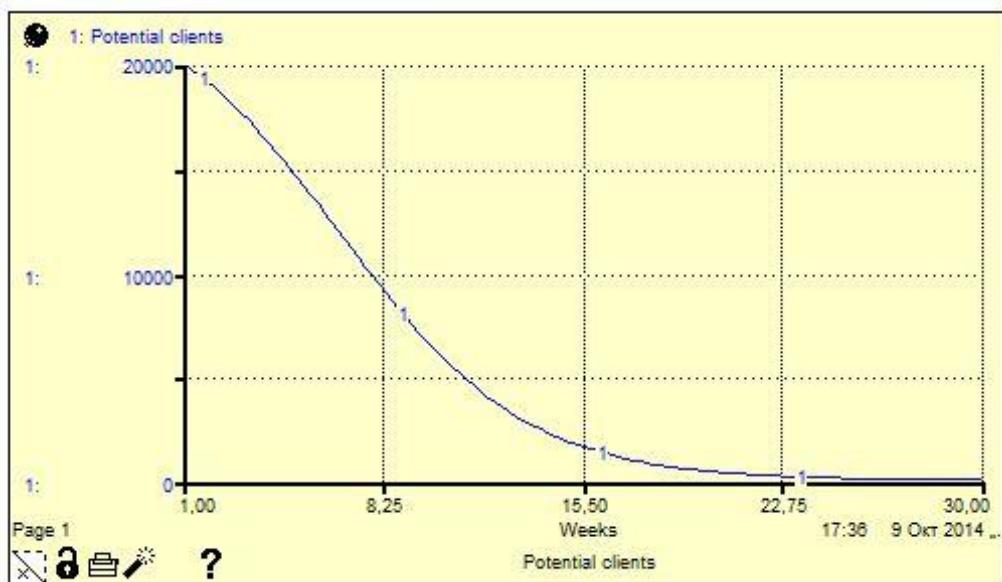


Рис. 69. Численность потенциальных клиентов

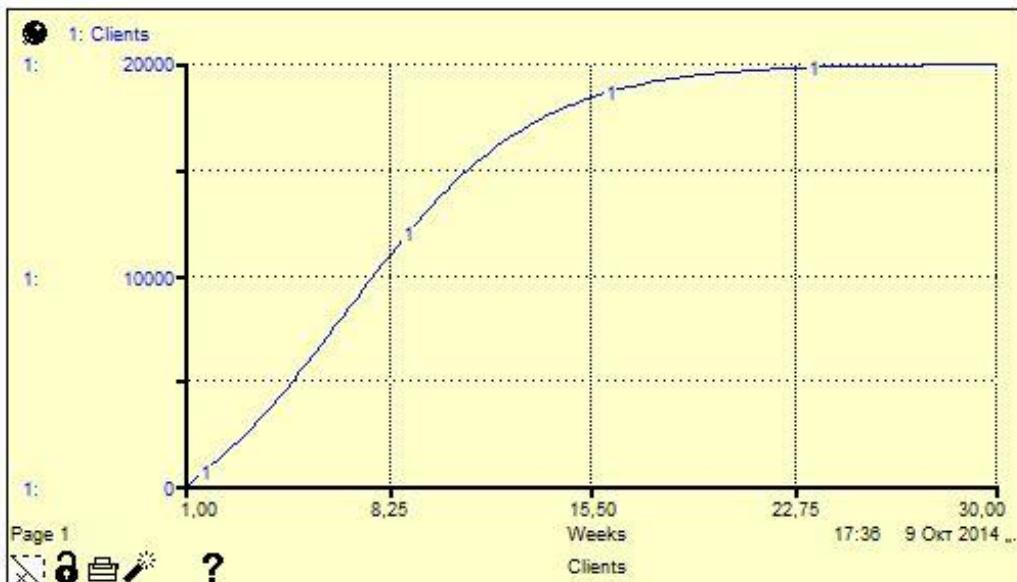


Рис. 70. Численность клиентов

### *Усложненная постановка проблемы:*

Как поведет себя система в случае совершения клиентами повторных продаж? При покупке определенного продукта спустя какое-то время клиенты совершают повторную покупку после того, как заканчивается срок службы или устаревает купленный продукт. Что нужно изменить в потоковой диаграмме?

Фактор повторных покупок нетрудно смоделировать, если представить, что часть клиентов «возвращается» обратно в пул Потенциальных клиентов, чтобы совершить новую покупку. Уровень возвращающихся «лояльных» покупателей зависит как минимум от двух факторов: от количества клиентов, которые хотят совершить повторную покупку; и от срока службы продукта.

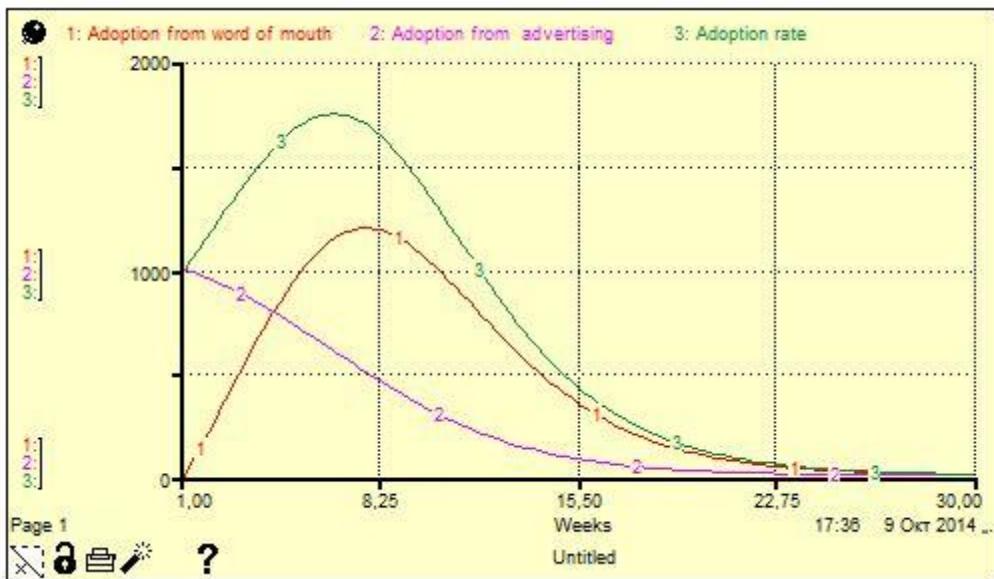


Рис. 71. Эффект от рекламы и от «сарафанного радио»

В этом случае вместо того, чтобы упасть до нуля, количество потенциальных клиентов будет постоянно пополняться притоком клиентов, которые хотят совершить повторную покупку. Потоковая диаграмма этого процесса представлена на рис. 72.

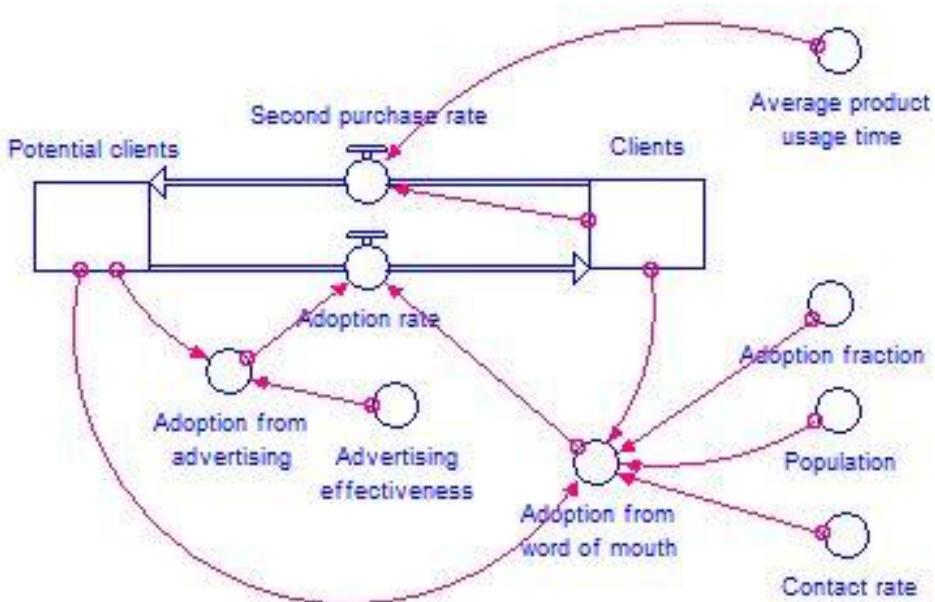


Рис. 72. Потоковая диаграмма модели с учетом повторных покупок

Уравнение темпа повторных покупок можно определить следующим образом:

$$\text{Second purchase rate} = \text{Clients} / \text{Average Product Usage Time}$$

Среднее время пользования продуктом (Average Product Usage Time) задается в единицах времени и составляет 12 недель.

Как изменилось поведение системы? Результаты моделирования представлены на рис. 73-74. Количество потенциальных клиентов не падает до нуля, как это было раньше. Рост количества клиентов также останавливается на определенном уровне, не до конца исчерпав весь пул потенциальных клиентов. Темп покупок стабилизируется на определенном уровне за счет совершения повторных покупок.

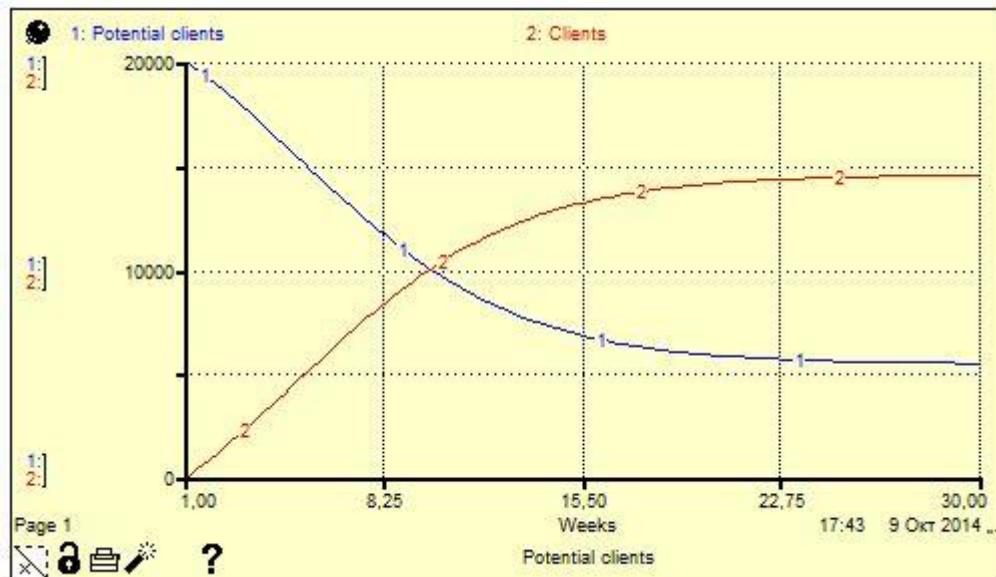


Рис. 73. Динамика численности клиентов и потенциальных клиентов с учетом совершения повторных покупок

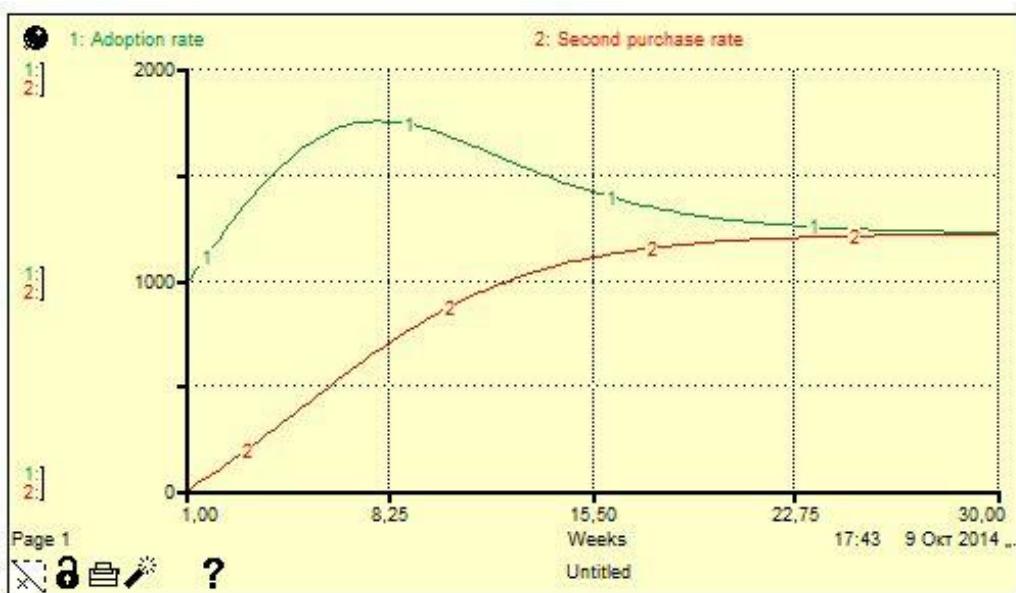


Рис. 74. Динамика темпа совершения покупок и темпа совершения повторных покупок

Анализ чувствительности: Как изменится поведение системы, если:

- количество контактов изменяется от 2 до 10 контактов с шагом 2 контакта;
- доля заинтересованных изменяется от 1 до 5% с шагом 1%;

- эффективность рекламы изменяется от 2 до 10% с шагом 2%;
- среднее время использования продукта изменяется от 1 до 12 месяцев с шагом 3 месяца?

## *Лекция 6. Моделирование динамических систем*

### **Что такое динамическая система?**

Понятие динамической системы это очень сложное и многогранное понятие. Этот термин был заимствован из теоретической механики, где движения в пространстве под действием сил описывались уравнениями динамики, т. е. дифференциальными уравнениями. Со временем круг управляемых объектов расширился и стал включать не только процессы с механическим движением, но также электрические, электромагнитные, тепловые, химические и т. д. Но термин сохранился, поскольку сохранилась форма уравнений.

Одним из главных отличительных признаков систем, описываемых дифференциальными уравнениями, является замедленная реакция на внешнее воздействие, обусловленное инерцией. В природе нет мгновенных процессов, а статические явления – это просто частный случай развития процесса во времени. Также важно другое свойство – наличие в динамической системе двух видов величин, связанных односторонней причинно-следственной зависимостью: экзогенного воздействия ( $U(t)$ ) и эндогенных переменных ( $Y(t)$ ).

Для динамических систем справедливы следующие аксиоматические утверждения, качественный смысл которых заключается в следующем (Асанов А.З., 2007):

1. Если известно начальное состояние в момент  $t_0$  и если приложить к динамической системе известные входные воздействия  $u(t)$  в течение  $[t_0, t]$ ,  $t > t_0$ , то получится выходная реакция динамической системы  $y(t)$ , определяемая единственным образом. Иначе говоря, для предсказания выходной реакции на интервале  $[t_0, t]$  в случае, когда известно начальное состояние систем  $x(t_0)$  при  $t = t_0$ , не требуется знание входного воздействия в моменты времени, предшествующие  $t_0$ . При этом достаточно знания лишь воздействия  $u(t)$  в момент  $t > t_0$ . Будущие знания входных воздействий также не влияют на  $y(t)$ ,  $t > t_0$ , т.е. система не обладает свойством «предвидения».
2. Существует «достаточно» состояний динамической системы, и поэтому можно выбрать для расчёта любую пару вход- выход (входное воздействие – выходная реакция). Знания начального состояния  $x(t_0)$  и воздействий  $u(t)$ ,  $t \in [t_0, t]$  достаточно не только для того, чтобы определить выходную реакцию  $y(\tau)$ ,  $t_0 < \tau \leq t$ , но и состояние

динамической системы в момент времени  $\tau$ ,  $x(\tau)$ ,  $t_0 < \tau \leq t$ . Это важное свойство означает, что состояние в любой момент времени суммирует всю прошлую информацию, требующуюся для того, чтобы предсказать будущий выходной сигнал и будущее состояние системы.

3. Малые изменения входных воздействий или состояния динамической системы вызывают соответствующие малые изменения выходных реакций и движения системы.
4. Изменения состояния динамической системы должны удовлетворять условиям:
  - 4.1. Начальные условия должны соответствовать исходной точке движения.
  - 4.2. Если входное воздействие переводит систему из состояния  $x_0$  в  $x$  вдоль некоторой траектории и  $z$  – некоторое состояние на этой траектории, то это входное воздействие должно перевести систему из  $z$  в  $x$ .
  - 4.3. Система не обладает «предвидением», т.е. будущие значения реакции системы не влияют на текущее состояние динамической системы.

Эти аксиоматические утверждения являются обоснованной абстракцией свойств физических динамических систем.

Динамической системой (ДС) принято называть систему, изменяющую под действием сил свое состояние, характеризуемое значениями выходных переменных (Асанов А.З., 2007). Совокупность всевозможных состояний системы образует пространство состояний (фазовое пространство).

**Зачем строятся математические модели динамических систем? В каких случаях следует применять подобные модели? От чего зависит их результативность?**

Математическая модель динамических систем строится преимущественно с целью количественного анализа. Результативность моделирования в большой степени зависит от того, насколько правильно выбрана степень абстракции при их математическом описании, и от того насколько точно измерены переменные во времени. В зависимости от уровня абстракции при математическом моделировании выделяют следующие классы моделей (Асанов А.З., 2007).

### Линейные и нелинейные системы

Предположим, что при воздействии на вход системы каждого из сигналов  $u_1(t), u_2(t), \dots, u_m(t)$  отдельно, выходные сигналы системы соответственно равны  $y_1(t), y_2(t), \dots, y_m(t)$ . Пусть  $y_i(t) = F\{u_i(t)\}$ ,  $i \in \overline{1, m}$ ,  $F\{\dots\}$  – некоторый оператор преобразования.

Линейной системой называется система, для которой выполняется принцип суперпозиции: при воздействии на вход суммы сигналов, выходной

сигнал является суммой реакций системы на каждый из входных сигналов отдельно; изменение амплитуды входного сигнала в несколько раз приводит к такому же изменению амплитуды выходного сигнала.

Аналитически эти условия можно выразить следующим образом:

$$F\left\{\sum_{i=1}^m c_i u_i(t)\right\} = \sum_{i=1}^m c_i F\{u_i(t)\} = \sum_{i=1}^m c_i y_i(t)$$

где  $c_i$  – произвольные константы,  $F$  – некоторый оператор преобразования.

Динамическая система называется линейной динамической системой, если векторное дифференциальное уравнение для состояний системы  $x(t)$  есть линейное дифференциальное уравнение и если выходная реакция  $y(t)$  есть линейная функция от переменных величин  $x(t)$  и  $u(t)$ , т.е.

$$\dot{x}(t) = A(t)x(t) + B(t)u(t)$$

$$y(t) = C(t)x(t) + D(t)u(t)$$

где  $A(t), B(t), C(t), D(t)$  – матрицы соответствующих размерностей.

Динамическая система называется нелинейной динамической системой если векторное дифференциальное уравнение для состояний системы  $x(t)$  есть нелинейное дифференциальное уравнение или если выходная реакция  $y(t)$  есть нелинейная функция от переменных величин  $x(t)$  и  $u(t)$ , т.е. принцип суперпозиции не выполняется.

**Какие системы чаще всего встречаются на практике: линейные или нелинейные? А моделируют чаще какие системы?**

В связи с большим количеством факторов, которые определяют поведение системы, реальные системы практически всегда нелинейны. При определенных условиях (учет избранных факторов, рассмотрение процессов в некоторой малой окрестности выбранных точек и т.д.) реальные системы можно рассматривать как линейные. В этих случаях предполагается, что линейная модель описывает только наиболее существенные характеристики системы, а модель будет проще и удобнее для дальнейших исследований.

### Стационарные и нестационарные системы

Динамические системы различаются по их способности изменять или не изменять свои свойства. Стационарной системой называется система, параметры которой неизменны во времени. Для них характерно то, что сдвиг во времени входного сигнала приводит к такому же сдвигу во времени выходного сигнала:

$$F\{u(t - t_0)\} = y(t - t_0)$$

Форма выходного сигнала при этом не изменяется. Иначе говоря, система инвариантна к сдвигу во времени входного сигнала. При использовании этого

определения стационарность динамической системы означает, что матрицы  $A$ ,  $B$ ,  $C$ ,  $D$  не зависят от времени  $t$ .

Нестационарной системой называется система, параметры которой зависят во времени.

### **Приведите пример стационарных и нестационарных систем.**

Примером стационарной системы является, например, космический аппарат, находящийся на круговой орбите вокруг Земли. Примером нестационарной системы является космическая ракета на этапе взлета, когда интенсивно расходуется топливо.

#### Аналоговые и дискретные системы

Динамические системы могут различаться по характеру информационных сигналов, циркулирующих в системах.

Аналоговой (непрерывной) системой называется система, в которой циркулируют непрерывные во времени информационные сигналы.

Дискретной системой называется система, в которой на всех или на некоторых участках системы используются дискретные во времени информационные сигналы.

Аналоговый сигнал является непрерывной функцией времени. Цифровой сигнал может принимать лишь определенное число дискретных значений в дискретные моменты времени.

### **Приведите пример аналоговых и дискретных систем.**

Примером аналоговой системы является, например, автомобиль, движущийся по дороге, если учитывать только координаты его местоположения. Примером дискретной системы является любой компьютер.

#### Скалярные и векторные системы

Динамические системы могут различаться по количеству входных и выходных информационных сигналов.

Скалярной динамической системой называется линейная стационарная модель конечномерной динамической системы с одним входом и одним выходом. В англоязычной научной литературе в этих случаях используется аббревиатура SISO (single-input-single-output) систем.

Векторной (матричной) динамической системой называется система, в которой входной и (или) выходной сигналы - векторные величины, т.е. в векторной системе возможно несколько входов и (или) несколько выходов. В англоязычной литературе для них используется аббревиатура MIMO (multi-input-multi-output) систем.

### **Приведите пример скалярных и векторных систем.**

Примерами скалярных систем являются утюг (одно входное воздействие – электрическое напряжение, одна выходная величина – температура рабочей поверхности утюга), электронный усилитель (одно входное усиливаемое напряжение, одно выходное усиленное напряжение). Примерами матричных систем являются, например, автопилот самолета (несколько входных и выходных сигналов), робот (несколько входных сигналов, три пространственные координаты руки робота).

Одна из наиболее эффективных стратегий при построении математической модели динамической системы заключается в постепенном усложнении модели. Вначале строится наиболее простая модель, затем более подробная, а значит, и более сложная, затем еще более сложная и т.д., пока не будет обеспечен приемлемый уровень адекватности математической модели для исследуемой системы.

Решение многих задач может быть облегчено путем графического представления структуры динамических систем, сигналов и их внутренних связей. Изображение структуры динамической системы с помощью условных графических обозначений называется структурной схемой.

Структурная схема показывает строение системы, наличие внешних воздействий и точки их приложения, пути распространения воздействий и выходную величину. По структурной схеме можно составить математическое описание исследуемой системы, т. е. систему алгебраических уравнений относительно изображений всех переменных (обобщенных координат) или ее передаточные функции (Асанов А.З., 2007).

Различают несколько видов динамических систем, которые играют ключевую роль в теории систем. Эти элементы наиболее часто встречаются в качестве составных частей сложных систем - сумматоры, умножители, усилители, линии задержки и интеграторы.

Перечисленные элементы обладают двумя специфическими свойствами:

1. они образуют независимое множество – ни один из них не может быть сконструирован из конечного числа элементов других типов;
2. они образуют замкнутое множество – любые физически реализуемые объекты могут быть синтезированы с произвольно высокой степенью точности из достаточно большого числа таких элементов.

Рассмотрим каждый из них подробнее (Асанов А.З., 2007).

Сумматором называется элемент с несколькими входами и одним выходом, не имеющий памяти и описываемый уравнением:

$$y(t) = u_1(t) + u_2(t) + \dots + u_n(t).$$

Несколько традиционных обозначений сумматора в структурных схемах представлено на рис. 75а.

Умножителем называется элемент с несколькими входами и одним выходом и описываемый уравнением:

$$y(t) = u_1(t) \cdot u_2(t) \cdot \dots \cdot u_n(t).$$

Типичное изображение умножителя представлено на рис. 75б.

Усилителем называется элемент с одним входом и одним выходом и определяемый уравнением вход-выход

$$y(t) = ku(t),$$

где  $k$  – постоянная, которая называется коэффициентом усиления усилителя (масштабным множителем, масштабным коэффициентом). Усилитель изображается в виде, представленном на рис. 75в.

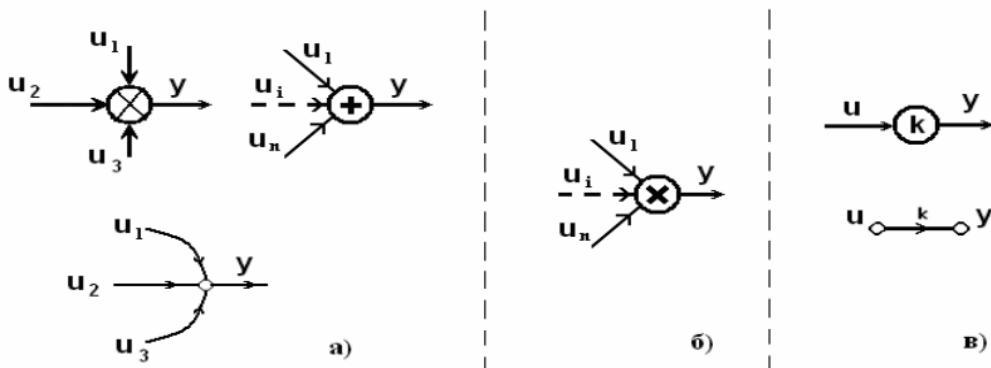


Рис. 75. Обозначения: а) сумматора; б) умножителя; в) усилителя

Линия задержки — элемент системы, определяемый вход-выходным уравнением вида:

$$y(t) = u(t - \delta), \quad t > t_0 + \delta,$$

где  $\delta = \text{const} > 0$  – величина задержки. Физически: значение выхода в момент времени  $t$  равняется входному сигналу в момент времени  $t-\delta$ . Графическое представление изображено на рис. 76а.

Интегратором называется элемент системы, определяемый вход-выходным уравнением вида:

$$y(t) = y(t_0) + \int_{t_0}^t u(w) dw, \quad t \geq t_0.$$

На рис. 76б представлен его графический вид, а символ  $1/p$  обозначает операцию интегрирования.

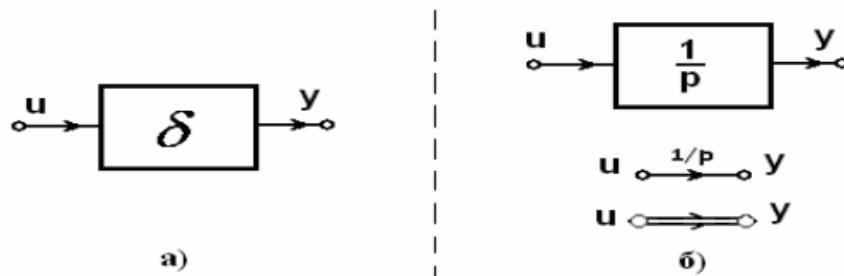


Рис. 76. Обозначения: а) задержки; б) интегратора

**Как построить математическую модель динамической системы?**

## **Практическое занятие 6. Моделирование динамических систем (модель спроса и предложения)**

**Студентам выдается постановка задачи и на каждом этапе дается время на самостоятельную работу. Результаты работы разбираются у доски.**

*Содержательная постановка задачи* (Трусов П.В., 2005):

Некий фермер каждый год выращивает на своем поле пшеницу на продажу. Запасов, которые хранились бы больше года, он не делает. Решение о том, сколько пшеницы сеять, принимается с учетом цен предыдущего года. Причем если цены были высокие, то в предстоящем году фермер решает сеять больше пшеницы, а если низкие – меньше. Спрос на пшеницу в течение года зависит от ее цены в момент продажи. Когда цена растет, спрос падает.

Необходимо описать поведение цен в ближайшие годы как функцию от первоначальной цены.

**Определите параметры и предпосылки модели.**

*Концептуальная постановка:*

В качестве параметров модели используются следующие:

- $p_t$  - цена за единицу массы пшеницы в год  $t$  ( $p_t > 0$ );
- $s_t$  - предложение (объем поставок) пшеницы в год  $t$  (в принятых единицах массы,  $s_t \geq 0$ );
- $d_t$  - спрос на пшеницу в год  $t$  (в единицах массы,  $d_t \geq 0$ ).

Построение модели ведется при следующих предпосылках:

- Объектом исследования является зависимость цены  $p_t$  на пшеницу от ее первоначальной цены  $p_0$ .
- Предложение  $s_{t+1}$  будущего года линейно зависит от цены  $p_t$  в этом году причем, чем выше  $p_t$ , тем больше  $s_{t+1}$ :

$$s_{t+1} = ap_t - b,$$

где  $a$  и  $b$  – положительные константы, неизменные на протяжении всего анализируемого периода времени. Очевидно, что цена на пшеницу не должна быть меньше некоторой минимальной величины, покрывающей затраты на ее производство, так как лишь в этом случае величина предложения  $s_{t+1}$  будет больше нуля.

- Спрос будущего года  $d_{t+1}$  зависит линейно от цены  $p_{t+1}$  в том же году причем, чем выше цена  $p_{t+1}$ , тем меньше спрос  $d_{t+1}$ :

$$d_{t+1} = g - cp_{t+1},$$

где  $c$  и  $g$  – положительные константы, неизменные на протяжении всего анализируемого периода времени. Очевидно, что самый большой спрос на пшеницу будет существовать, когда она бесплатная:  $p_{t+1} = 0$ .

- Рыночная цена  $p_{t+1}$  определяется равновесием между спросом  $d_{t+1}$  и предложением  $s_{t+1}$ .

Требуется описать поведение цен  $p_1, p_2, p_3, \dots$  в зависимости от цены  $p_0$

**Запишите математическую постановку задачи.**

*Математическая постановка задачи:*

Считая значение  $p_0$  заданным, найти последовательность значений  $p_1, p_2, p_3, \dots$ , удовлетворяющих следующим уравнениям:

$$s_{t+1} = ap_t - b, \quad (*)$$

$$d_{t+1} = g - cp_{t+1}, \quad (**)$$

$$s_{t+1} = d_{t+1}, \quad (***)$$

где  $a, b, c$  и  $g$  – положительные вещественные числа, причем отношения  $b/a$  и  $g/c$  характеризуют, соответственно максимально допустимые цены (при выполнении условий  $s_{t+1} \geq 0$  и  $d_{t+1} \geq 0$ ), а величина  $g$  – максимально возможный спрос (при  $p_{t+1} = 0$ ). В результате построена математическая модель – система трех уравнений с тремя неизвестными.

**Решите поставленную задачу.**

*Методика решения задачи:*

На рис. 77 приведена геометрическая интерпретация данной задачи. Зависимость спроса от цены  $d(p)$  и предложения от цены  $s(p)$  являются линейными и представлены на рис. X прямыми линиями. Соотношение (\*\*\*) определяет точку пересечения  $P$  данных прямых, которая является равновесной точкой для данного рынка.

Но при построении графика соотношения (\*) и (\*\*) рассматриваются, как непрерывные от цены  $p$ . Однако процесс изменения цены на протяжении нескольких лет образует дискретную последовательность величин  $p_0, p_1, p_2, \dots$ , которую нужно найти для решения поставленной задачи.

Если подставить (\*) и (\*\*) в (\*\*), то получится, что

$$ap_t - b = g - cp_{t+1}.$$

В результате преобразования получится, что

$$p_{t+1} = -Ap_t + B, \quad (4*)$$

где  $A = a/c > 0$ ,  $B = (b + g)/c > 0$ .

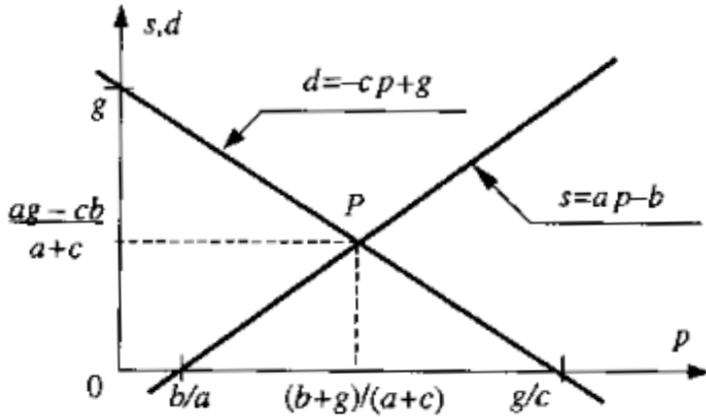


Рис. 77. Равновесие в модели спроса и предложения

Уравнение (4\*) – это линейное рекуррентное соотношение, которое позволяет построить последовательность решений  $p_1, p_2, p_3, \dots$ . Перепишем (4\*) в виде:

$$p_{t+1} + Ap_t = B. \quad (5*)$$

Ищем решение в виде суммы решения однородного уравнения (6\*) и частного решения (5\*):

$$p_{t+1} + Ap_t = 0. \quad (6*)$$

Для решения однородного уравнения, пусть  $p_0 = C$ . Тогда  $p_1 = C(-A)$ ,  $p_2 = C(-A)^2$ ,  $p_3 = C(-A)^3$ , ... или в общем случае  $p_t = C(-A)^t$ .

При нахождении частного решения неоднородного уравнения определяем его вид, исходя из правой части (5\*): константа  $p_t = D$  для всех  $t$ . Подставим его в (5\*) и получим  $D + AD = B$  или  $D = B/(A + 1)$ .

Следовательно, общее решение (5\*) имеет вид:

$$p_t = C(-A)^t + B/(A + 1). \quad (6*)$$

При  $t=0$  получается, что  $C = p_0 - B/(A + 1)$ . Подставим это выражение в (6\*) и получим окончательно решение задачи:

$$p_t = p_0(-A)^t + \frac{B}{(A + 1)} \left[ 1 - (-A)^t \right]. \quad (7*)$$

**Проанализируйте полученные результаты. Какие выводы можно сделать?**

#### Анализ результатов

При рассмотрении соотношения (7\*) можно выделить три характерные области значений  $A$ :

1.  $0 < A < 1$ . Модуль  $(-A)^t$  с увеличением  $t$  стремится к нулю, следовательно  $p_t \rightarrow B/(A + 1)$ . Этот результат можно изобразить графически, построив зависимости функций  $s_{t+1}$  и  $d_{t+1}$  от цены  $p_t$  (рис. 78)

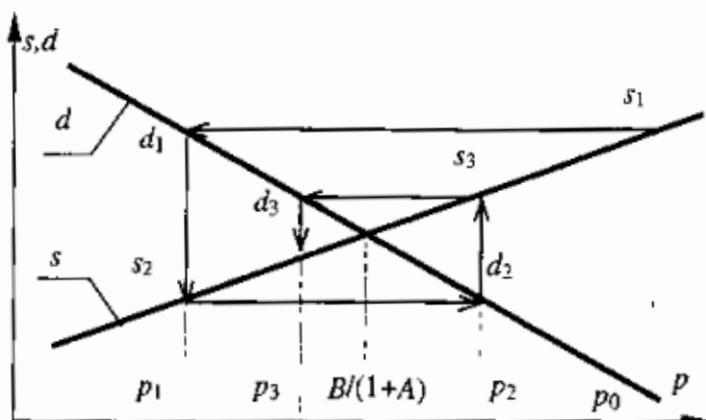


Рис. 78. Иллюстрация к решению задачи  $0 < A < 1$

Проанализируем полученный результат. Рассмотрим цену  $p_0$ . Точка на графике  $s(p)$ , соответствующая  $p_0$ , дает значение предложения  $s_1$ . Двигаясь горизонтально, находим соответствующее значение спроса  $d_1$ , т.е. выполняем условие  $d_1 = s_1$ . Цена, соответствующая  $d_1$ , равна  $p_1$ . Этой цене в свою очередь соответствует предложению  $s_2$ . Выполняя условие  $d_2 = s_2$ , движемся горизонтально и находим  $d_2$ . Процесс продолжается до стягивания полученной «паутины» к цене  $B/(A+1)$ , соответствующей пересечению графиков  $s(p)$  и  $d(p)$ .

2.  $A=1$ . В этом случае уравнение (7\*) примет вид:

$$p_t = p_0(-1)^t + \frac{B}{2} \left[ 1 - (-1)^t \right].$$

Следовательно,  $p_t = -p_0 + B$ , если  $t$  — нечетное, и  $p_t = p_0$ , если  $t$  — четное. Геометрически эта ситуация показана на рис. 79а.

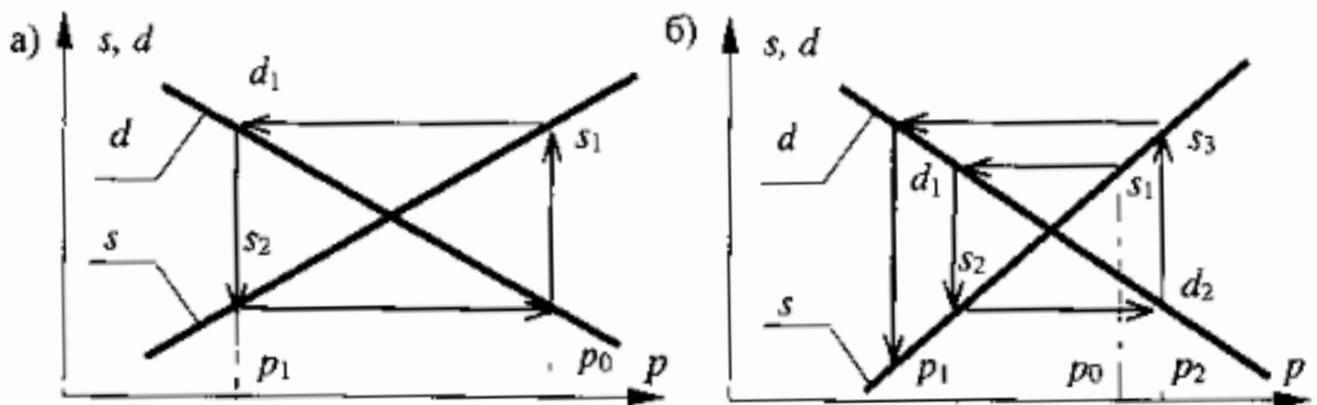


Рис. 79. Геометрическая иллюстрация решения задачи при  $A=1$ (а) и  $A>1$  (б)

3.  $A>1$ . Из уравнения (7\*) очевидно, что с возрастанием  $t$  растет амплитуда колебаний  $p_t$ . Графически это показано на рис. 79б.

Из рассмотренных трех случаев первый соответствует устойчивому равновесию, т.е. сбалансированному рынку, кого спрос соответствует предложению. Во втором случае возникает неустойчивое равновесие, так как идет периодическое понижение и повышение цены. В третьем случае наступает так называемый коллапс, когда рынок полностью разбалансирован.

**Как можно назвать точку пересечения двух графиков по аналогии с качественной теорией дифференциальных уравнений для каждого из трех случаев?**

Точку пересечения графиков  $s(p)$  и  $d(p)$  (особую точку) по аналогии с принятой в качественной теории дифференциальных уравнений терминологией можно назвать соответственно устойчивым фокусом ( $0 < A < 1$ ), центром ( $A = 1$ ) и неустойчивым фокусом ( $A > 1$ ).

Величина  $A$  в соотношении (7\*) представляет собой отношение коэффициентов  $a$  и  $c$ , т.е. тангенсов углов наклона прямых спроса и предложения. При устойчивом состоянии рынка ( $0 < A < 1$ ) прямая спроса круче прямой предложения, т.е. в этом состоянии при увеличении цены на единицу спрос падает быстрее, чем растет предложение.

В том случае, когда зависимости спроса и предложения от цены нелинейные, задача существенно усложняется и может не иметь аналитических решений.

### **Лабораторная работа 6. Моделирование динамических систем (модель спроса и предложения)**

Рассмотрим «паутинообразную» модель спроса и предложения, рассмотренную на лекции. Есть спрос на некоторый продукт (на пшеницу), который на заданном отрезке времени зависит от цены на этом отрезке. Что же касается предложения, то оно определяется ценами предыдущего периода времени (недели, месяца, квартала и т.д.). Кроме того, предполагается, что рынок всегда находится в условиях локального равновесия.

Для простоты рассматривается самый грубый вариант модели: без запасов, случайностей, прогнозов и других усложняющих факторов. Функция зависимости спроса от цены:

$$d_{t+1} = g - cp_{t+1},$$

где  $d_t$  ( $Dmd$ ) - спрос на пшеницу в год  $t$ ;  $g$  - спрос при нулевой цене;  $c$  - крутизна линии спроса;  $p_t$  - цена за единицу товара в год  $t$ .

Функция зависимости предложения от цены:

$$s_{t+1} = ap_t + b,$$

где  $s_t$  (*Spl*) - предложение (объем поставок) пшеницы в год  $t$ ;  $a$  – крутизна линии предложения;  $b$  – предложение при нулевой цене;  $p_t$  - цена за единицу товара в год  $t$ .

Постройте имитационную модель в Simulink (Цисарь И.Ф., 2014) (Снетков Н.Н., 2008) согласно блок-схеме на рис. 80. Основные принципы работы в программе изложены в Приложении 3.

Спрос (Dmd) представлен стандартным блоком пользовательской функции Fcn. Он вычисляет значение спроса в зависимости от цены, подаваемой на вход блока. Обозначения и параметры блока на схеме следующие:  $g=100$ ;  $c=10$ ;  $u=p$ .

Предложение представлено тремя стандартными блоками. Собственно функция зависимости количества предлагаемых на продажу товаров от цены реализуется блоком «Предложение» (*Spl*). Он вычисляет значение предложения в зависимости от цены, подаваемой на вход блока. Для него задаются следующие значения:  $a=7$ ;  $b=10$ ;  $u=p$ .

Блок «Лаг» (Transport Delay) имитирует запаздывание поставщика на рынке. Продавец поставляет товар в количестве *Spl*, определенном на основе цен прошлого интервала времени.

Блок «Условие равновесия спроса и предложения» (Fcн) имитирует решение поставщика смириться с ценой текущего спроса. Он соглашается продать весь товар по цене, которую диктует линия спроса. Блок реализует функцию, обратную функции спроса, и вычисляет цену, по которой покупается весь товар *Spl* поставщика.

Кроме блоков, описывающих экономическую часть модели, в ней присутствуют блоки для управления экспериментом. Это блоки Scope для построения графиков цены, спроса и предложения. Блоки константы, интегратора и усилителя, расположенные слева, задают значения цены для построения графиков статистических характеристик функций спроса и предложения. Ключи предназначены для переключения режимов моделирования. Чтобы построить графики спроса и предложения используется верхнее положение ключей, нижнее же положение позволяет смоделировать переходный процесс рынка в равновесное состояние.

Результаты запуска модели при различных положениях ключей представлены на рис. 81-82.

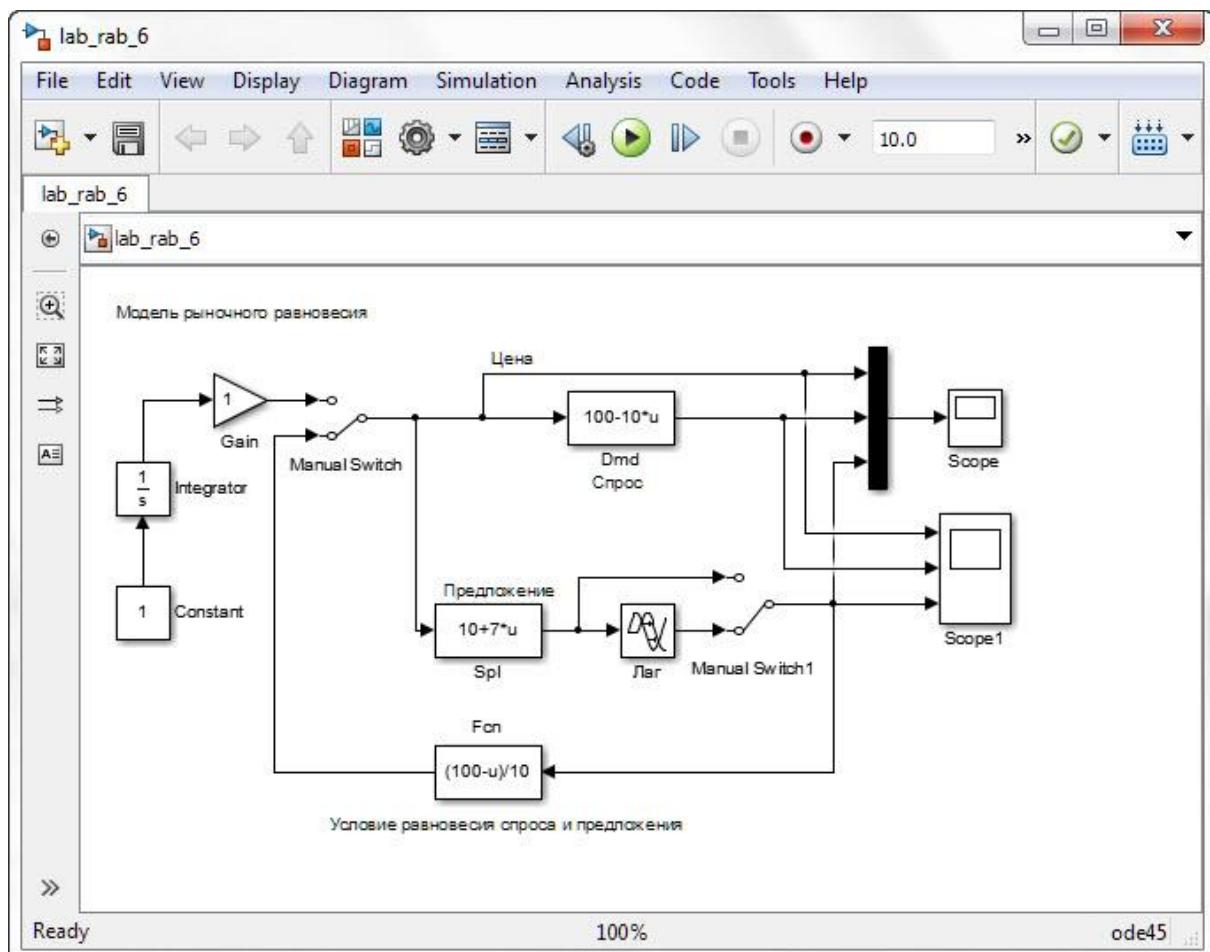


Рис. 80. Блок-схема имитационной модели

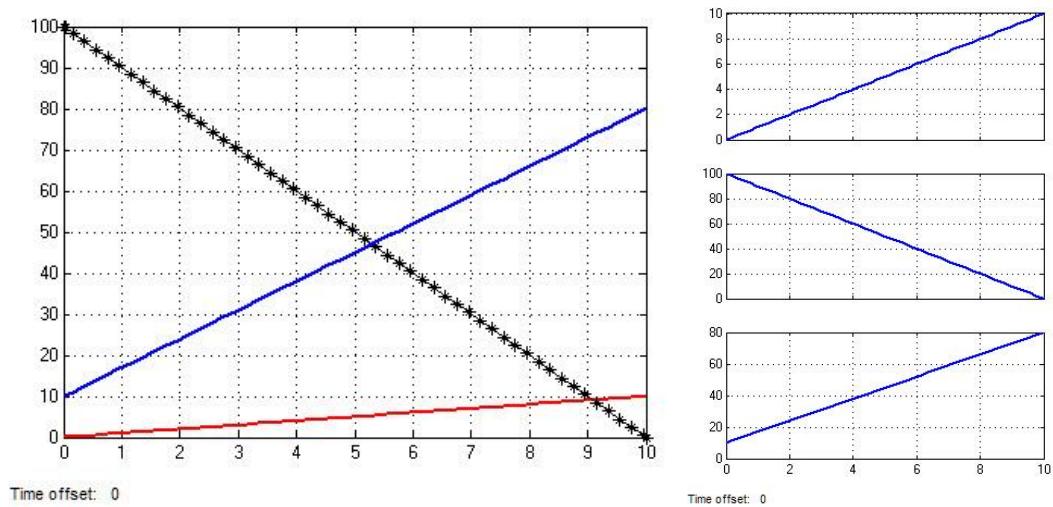


Рис. 81. Изменение цены, спроса и предложения в окне (а) Scope; (б) Scope1

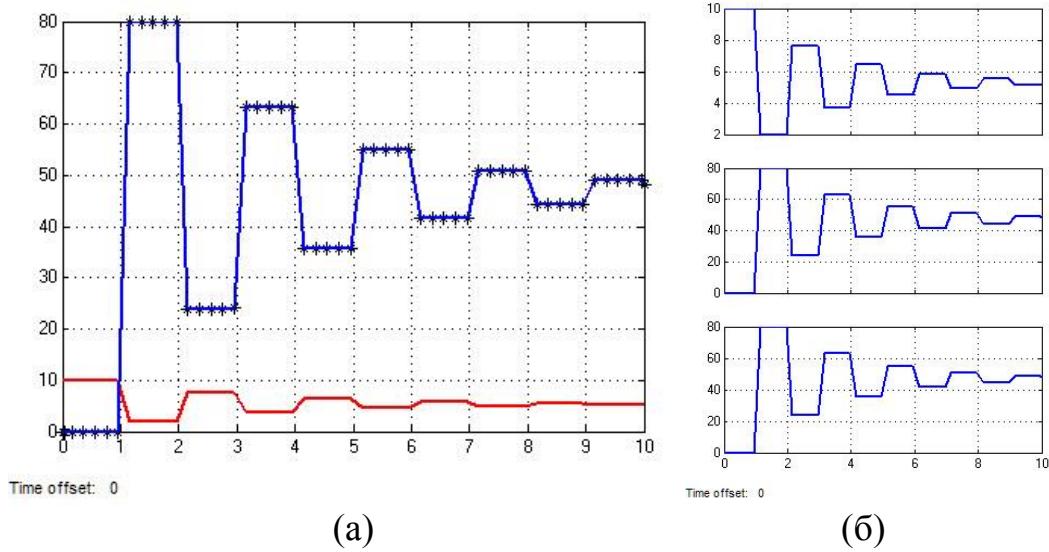


Рис. 82. Изменение цены, спроса и предложения в рамках переходного процесса в окне (a) *Scope*; (б) *Scope1*

Управление экспериментом может осуществляться также в командном окне MatLab. Построим график «паутинного» перехода к состоянию равновесия на конкурентном рынке. Ниже представлен текст программы с комментариями.

```
>> % Устанавливаем путь к модели в файловой системе  
>> path (path,'D:\work_at_MATLAB')  
>> % Загружаем блок-модель в Simulink  
>> open_system('lab_rab_6')  
>> % Запускаем модель. Ключи находятся в нижнем положении.  
>> sim('lab_rab_6')  
>> % Строим линии, которые отображают паутинообразный переход к  
состоянию равновесия.
```

```
>> for i=2:55
```

line([ScopeData(i-1,2) ScopeData(i,2)], [ScopeData(i,4) ScopeData(i,4)])

line([ScopeData(i,2) ScopeData(i,2)], [Scop

end

>> % Разрешение дополнения рисунка новыми линиями

>> hold on

>> % Нанесение сетки на график

```
>> grid on
```

>> Запускаем модель. Ключи находятся в верхнем положении

```
>> sim('lab rab 6')
```

```
>> % Строим графики спроса и предложения
```

```
>> % Страница 1 из 10  
>> plot(ScopeData(:, 2) ScopeData(:, 3:4))
```

На рис. 83 предста-

На рис. 85 представлен результат работы

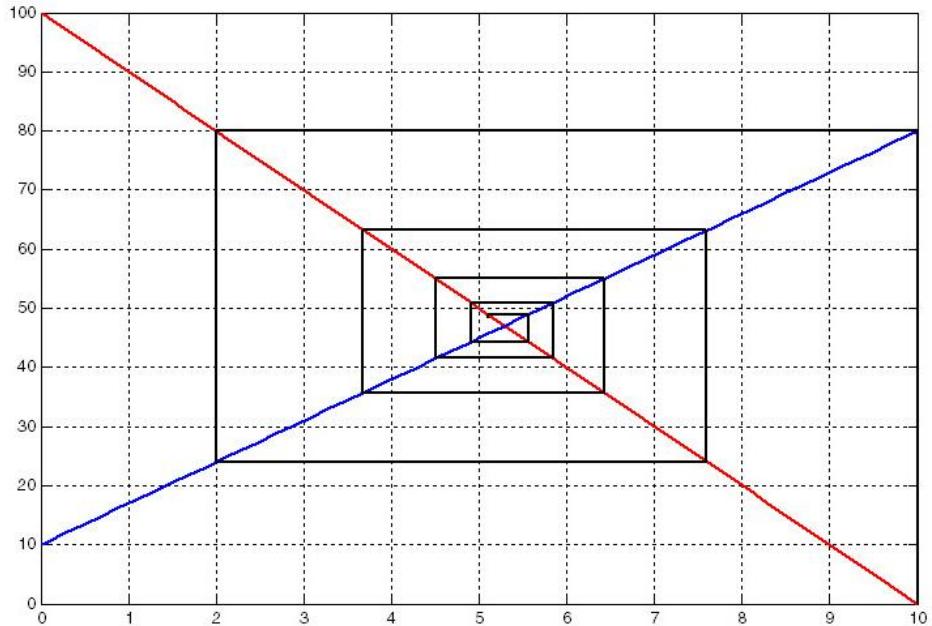


Рис. 83. График паутинообразного движения цены к рыночному равновесию

**Задание:**

1. Постройте вышеописанную модель и изучите переходный процесс к рыночному равновесию.
2. Изучите влияние смещения линий спроса и предложения на рыночное равновесие.
3. Изучите влияние крутизны линий спроса и предложения на рыночное равновесие.

### *Лекция 7. Дискретно-событийное моделирование*

Преподаватель сообщает студентам тему лекции<sup>1</sup> и ключевые понятия лекции:

Дискретно-событийное моделирование, системы массового обслуживания, скачок, интенсивность, марковский процесс, простейший поток, распределение Пуассона, уравнения Колмогорова, очередь, коэффициент использования, вероятность отказа.

После этого преподаватель просит студентов индивидуально составить и записать вопросы к теме лекции. Списки вопросов обсуждаются в группе и выбираются 5 наиболее значимых и хорошо сформулированных вопросов, которые выписываются на доску. По ходу

---

<sup>1</sup> Для проведения занятия используется стратегия «Бортовой журнал» (Грудзинская Е.Ю., 2006).

**лекции студенты должны законспектировать ответы на поставленные вопросы.**

Термин «дискретно-событийное моделирование» исторически возник для описания моделей, описывающих системы обслуживания потоков объектов некоторой природы: клиентов магазина, автомобилей на заправочных станциях, туристов у стойки регистрации на рейс, междугородних переговоров и т.д. Именно такие системы получили название систем массового обслуживания (СМО) – это системы, на вход которых подается случайный поток однотипных заявок (событий), обрабатываемых одним или несколькими однотипными каналами (устройствами).

Теория систем массового обслуживания начала развиваться в начале XX века. Иохансен в 1907 году сформулировал основные предположения новой теории. В 1909 году Эрланг (шведский математик) с помощью теории вероятностей построил модель для описания зависимости обслуживания телефонных вызовов от числа поступающих на телефонную станцию вызовов. В СССР основные положения теории СМО были описаны в монографии «Теория очередей» А.Я. Хинчина (Красс М.С., 2006).

Теория массового обслуживания в качестве аппарата использует понятия теории случайных величин и их расширения.

Когда реальное явление наблюдается во времени, то полученные в результате наблюдения данные можно классифицировать как процесс. В том случае, когда его можно описать явными математическими формулами в терминах детерминированных переменных, то процесс называется детерминированным. В противном случае, если любое наблюдение дает только один вариант из множества возможных, получается случайный процесс – это зависимость случайной величины от времени.

Рассмотрим ряд основных понятий (Трусов П.В., 2005).

Выборочная функция (реализация, траектория) случайного процесса – это конкретная реализация описываемого случайного явления. Поэтому случайный процесс будет являться совокупностью выборочных функций, которые дают изучаемое случайное явление.

Случайная величина, характеризующая исследуемое случайное явление в некоторый момент времени, называется сечением случайного процесса. В каждый момент времени система может находиться только в одном из своих состояний.

Далеко не все случайные процессы позволяют определить математическую модель, которая дает решение в явном (аналитическом) виде. Одним из процессов, для которого можно построить простую математическую модель, является марковский случайный процесс (Красс М.С., 2006) – это процесс, который обладает свойством отсутствия памяти, которое состоит в том, что для любого фиксированного момента времени  $t_0$  вероятность

состояния в будущем (при  $t > t_0$ ) зависит только от ее состояния в настоящем при  $t = t_0$  и не зависит от того, как развивался этот процесс в прошлом ( $t < t_0$ ).

Хотя на практике марковские процессы в чистом виде обычно не встречаются, достаточно часто встречаются процессы, для которых влиянием «предыстории» можно пренебречь.

Будем рассматривать марковские случайные процессы с дискретными состояниями и непрерывным временем. Марковский процесс называется процессом с дискретными состояниями, если его возможные состояния  $S_1, S_2, S_3, \dots$  можно заранее перечислить (перенумеровать), и переход системы из состояния в состояние происходит «скакком», практически мгновенно. Процесс называется процессом с непрерывным временем, если моменты возможных переходов из состояния в состояния не фиксированы заранее, а определены, случайны, т.е. переход может осуществляться в принципе в любой момент. Если процесс марковский и моменты возможных переходов из состояния в состояние фиксированы, то этот процесс с дискретным временем называется марковской цепью (Трусов П.В., 2005).

Для построения математической модели необходимо ввести понятие потока событий – это последовательность однотипных ситуаций, следующих одна за другой в какие-либо случайные моменты времени. Среднее число событий в потоке за единицу времени называется его интенсивностью или средней плотностью потока ( $\lambda$ ).

Поток событий называется регулярным, если события следуют одно за другим через определенные равные промежутки времени. Поток событий называется стационарным, если его вероятностные характеристики не зависят от времени. В частности, интенсивность  $\lambda$  стационарного потока должна быть постоянной.

Поток событий называется потоком без последствий, если для любых двух непересекающихся интервалов времени  $\tau_1$  и  $\tau_2$  число событий, попадающих в один интервал, не зависит от того, сколько событий попало в другой.

Поток событий называется одинарным, если события в нем появляются поодиночке, а не группами по несколько событий сразу. Например, проезд автомобилей мимо наблюдателя по дороге в один ряд.

Поток событий называется простейшим (или стационарным пуассоновским), если он обладает тремя свойствами одновременно: стационарный, одинарный и имеет последствий. Для простейшего потока с интенсивностью  $\lambda$  интервал времени  $\Delta t$  между соседними событиями имеет показательное распределение с плотностью:

$$f(\Delta t) = \lambda e^{-\lambda \Delta t} \quad (\Delta t > 0).$$

Если ввести коэффициент вариации для случайного интервала времени  $T$ , равный отношению среднеквадратического отклонения к математическому ожиданию ( $v_T = \sigma_T / m_T$ ), то можно сделать вывод о том, что для простейшего

потока событий коэффициент вариации интервалов между событиями равен единице, так как для показательного распределения  $\sigma_T = m_T = 1/\lambda$ .

Очевидно, что для регулярного потока событий ( $\sigma_T = 0$ ), коэффициент вариации равен нулю ( $v_T = 0$ ). Для большинства потоков, изучаемых на практике, коэффициент вариации интервалов между событиями лежит в промежутке между 0 и 1, поэтому может рассматриваться как своеобразная мера степени регулярности потока. Простейший поток является наименее регулярным потоком.

Теорема: Величина числа событий  $N$  за время  $\Delta t$  для простейшего потока подчиняется распределению Пуассона:

$$P_{N=k} = \frac{(\lambda\Delta t)^k}{k!} e^{-\lambda\Delta t}.$$

В случае достаточно малого промежутка времени ( $0 < \Delta t \ll 1$ ) величина экспоненты в формуле будет близка к 1 ( $e^{-\lambda\Delta t} \approx 1$ ). Тогда вероятность появления на таком малом интервале времени ровно одного события  $P_{N=1} = p_{\Delta t} = \lambda\Delta t$ . Величину  $p_{\Delta t}$  называют элементов вероятности. Для простейшего потока он не зависит от того, сколько событий и когда появилось ранее.

Для моделирования марковского случайного процесса составляются и решаются так называемые уравнения Колмогорова – дифференциальные уравнения особого вида, в которых неизвестными (искомыми) функциями являются вероятности состояний (Трусов П.В., 2005).

Вероятность  $i$ -го состояния – это вероятность  $p_i(t)$  того, что система в момент времени  $t$  находится в состоянии  $S_i$ . Так как число состояний конечно и система в любой момент времени должна находиться в одном из них, вводят нормировочное условие, которое справедливо в любой момент времени:

$$\sum_{k=1}^N p_k(t) = 1,$$

где  $N$  – число состояний системы.

Пусть система  $S$  имеет четыре состояния:  $S_1, S_2, S_3, S_4$ . На рис. 84 приведен размеченный граф состояний. Переход системы из состояния  $i$  в состояние  $j$  представляет собой простейший поток интенсивностью  $\lambda_{ij}$ . Рассмотрим одну из вероятностей состояния, например  $p_1(t)$  - вероятность того, что в момент  $t$  система будет в состоянии  $S_1$ . Придадим  $t$  малое приращение  $\Delta t$  и найдем  $p_1(t + \Delta t)$  - вероятность того, что в момент  $t + \Delta t$  система будет в состоянии  $S_1$ . Это может произойти в двух случаях: либо система в момент  $t$  уже была в этом состоянии и не выходила из него, либо в момент  $t$  система была в состоянии  $S_2$  и за время  $\Delta t$  перешла в состояние  $S_1$ .

Рассмотрим вероятность развития событий по первому варианту. Система находится в состоянии  $S_1$ . Она может перейти в состояния  $S_2$  или  $S_3$ . Это несовместные события. Вероятность появления одного из двух несовместных событий равна сумме вероятностей:  $(\lambda_{12} + \lambda_{13})\Delta t$ . Тогда вероятность того, что система останется в состоянии  $S_1$ , равна  $1 - (\lambda_{12} + \lambda_{13})\Delta t$ . Так как вероятность оказаться в состоянии  $S_1$  к моменту времени  $t$  у системы равна  $p_1(t)$  и последующие переходы не зависят от того, каким образом система пришла к этому состоянию, то вероятность первого варианта равна произведению вероятностей  $p_1(t)[1 - (\lambda_{12} + \lambda_{13})\Delta t]$ .

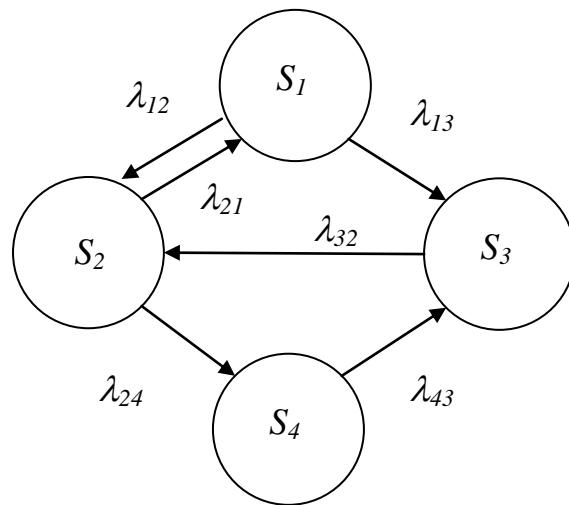


Рис. 84. Граф состояний

Аналогично, вероятность второго варианта  $p_2(t)\lambda_{21}\Delta t$ . Так как первый и второй варианты несовместны, то вероятность для системы находиться к моменту времени  $t + \Delta t$  в состоянии  $S_1$  равна:

$$p_1(t + \Delta t) = p_1(t)[1 - (\lambda_{12} + \lambda_{13})\Delta t] + p_2(t)\lambda_{21}\Delta t,$$

откуда  $\frac{p_1(t + \Delta t) - p_1(t)}{\Delta t} = \lambda_{21}p_2(t) - (\lambda_{12} + \lambda_{13})p_1(t)$ . Устремив  $\Delta t$  к нулю и

переходя к пределу, получим дифференциальное уравнение для  $p_1(t)$ :

$$\frac{dp_1}{dt} = \lambda_{21}p_2 - (\lambda_{12} + \lambda_{13})p_1$$

Аналогичным образом можно представить остальные три уравнения. В итоге получится система четырех дифференциальных уравнений Колмогорова с четырьмя неизвестными функциями времени  $p_1, p_2, p_3, p_4$ :

$$\begin{cases} \frac{dp_1}{dt} = \lambda_{21}p_2 - (\lambda_{12} + \lambda_{13})p_1 \\ \frac{dp_2}{dt} = \lambda_{12}p_1 + \lambda_{32}p_3 - (\lambda_{24} + \lambda_{21})p_2 \\ \frac{dp_3}{dt} = \lambda_{13}p_1 + \lambda_{43}p_4 - \lambda_{32}p_3 \\ \frac{dp_4}{dt} = \lambda_{24}p_2 - \lambda_{43}p_4 \end{cases}$$

Чтобы решить систему уравнений Колмогорова, нужно определить в каком из состояний находится система в начальный момент времени. Характерной особенностью решения системы является то, что начиная с некоторого момента времени вероятности состояний практически перестают зависеть от времени, принимая некоторое постоянное стационарное значение. Можно показать (Трусов П.В., 2005), что если число состояний конечно и из каждого из них можно перейти в любое другое за конечное число шагов, то существуют финальные вероятности (пределы вероятности состояний при  $t \rightarrow \infty$ , не зависящие от начального состояния системы).

Так как финальные вероятности – это постоянные, значит их производные по времени равны нулю. Из системы уравнений Колмогорова получается однородная система линейных алгебраических уравнений. Но в связи с тем, что в уравнениях нет свободных членов, необходимо воспользоваться нормировочным условием.

Данную модель случайных процессов удобно использовать для моделирования систем массового обслуживания. СМО предназначена для обслуживания потока заявок (требований), представляющих последовательность событий, поступающих нерегулярно в заранее неизвестные и случайные моменты времени. Само обслуживание заявок также имеет непостоянный характер, происходит в случайные промежутки времени и зависит от многих (зачастую неизвестных) причин. Соответственно загрузка СМО происходит неравномерно: они могут быть недозагружены или перегружены.

Основными элементами СМО являются (Красс М.С., 2006):

1. входной поток заявок;
2. очередь;
3. каналы обслуживания;
4. выходной поток заявок (обслуженные заявки).

Эффективность функционирования СМО определяется ее пропускной способностью – относительным числом обслуженных заявок.

По числу каналов все СМО могут быть одноканальными и многоканальными. Многоканальные СМО разделяются на однородные (по каналам) и разнородные (по продолжительности обслуживания заявок).

Выделяют три основных типа СМО (Красс М.С., 2006):

1. СМО с отказами (нулевое ожидание или явные потери) – «отказная» заявка вновь поступает в систему, чтобы ее обслужили.
2. СМО с ожиданием (неограниченное ожидание или очередь) – при занятости всех каналов заявка поступает в очередь и в конце концов будет выполнена.
3. СМО смешанного типа (ограниченное ожидание) – имеется ограничение либо на длину очереди, либо на время пребывания заявки в СМО.

Будем рассматривать открытые (поток заявок неограничен), упорядоченные (заявки обслуживаются в порядке их поступления) и однофазные (однородные каналы выполняют одну и ту же операцию) СМО.

Целью систем массового обслуживания является выработка рекомендаций по рациональному построению СМО и рациональной организации их работы и регулированию потока заявок. Эффективность работы СМО характеризуют три группы показателей (Красс М.С., 2006):

1. группа показателей эффективности использования СМО:
  - a. абсолютная пропускная способность – среднее число заявок, обслуживаемых в единицу времени;
  - b. относительная пропускная способность – отношение абсолютной пропускной способности к среднему числу заявок, поступающих в систему за единицу времени;
  - c. средняя продолжительность периода занятости СМО;
  - d. коэффициент использования СМО – средняя доля времени, в течении которого система занята обслуживанием заявок.
2. Показатели качества обслуживания заявок:
  - a. среднее время ожидания заявки в очереди;
  - b. среднее время пребывания заявки в СМО;
  - c. вероятность отказа заявки в обслуживании без ожидания;
  - d. вероятность немедленного приема заявки;
  - e. закон распределения времени ожидания заявки в очереди в СМО;
  - f. среднее число заявок в очереди;
  - g. среднее число заявок, находящихся в СМО.
3. Показатели эффективности функционирования пары «СМО – потребитель» (вся совокупность заявок или их источник, например, средний доход в единицу времени от СМО).

Примеры систем массового обслуживания о определение для них некоторых параметров эффективности будет рассмотрено на практике.

**В группе обсуждается информация по вопросам, поставленным до чтения лекции. Возможны пояснения лектора относительно тех вопросов, которые были заданы, но ответы на которые слушатели не получили или получили недостаточно.**

## Практическое занятие 7. Дискретно-событийное моделирование

Рассмотрим базовые типы СМО (Красс М.С., 2006):

### 1. Многоканальная СМО с отказами

На вход системы поступает простейший поток заявок с интенсивностью  $\lambda$ , а поток обслуживания каждым каналом является также простейшим с интенсивностью  $\mu = 1/T_s$  ( $T_s$  - время обслуживания каналом одной заявки). Все каналы однотипны и их число равно  $n$ . Занумеруем состояния системы по числу занятых каналов (каждый канал в любой момент времени либо свободен, либо обслуживает заявку). То есть СМО может находиться только в одном из  $n+1$  состояний: от  $S_0$  (все каналы свободны) до  $S_n$  (все каналы заняты). Заявка, поступившая в систему, когда все каналы заняты, получает отказ и покидает СМО. Граф состояний многоканальной СМО с отказами представлен на рис. 85.

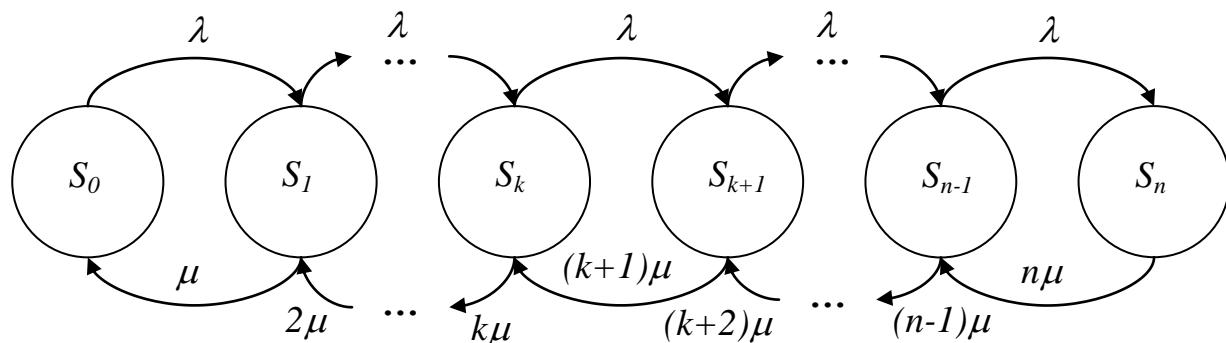


Рис. 85. Граф состояний многоканальной СМО с отказами

Входной поток заявок с интенсивностью  $\lambda$  переводит систему из любого состояния  $S_k$  ( $k = \overline{1, n-1}$ ) в соседнее справа состояние  $S_{k+1}$ , причем плотность вероятности этого перехода одинакова и равна  $\lambda$ . В силу ординарности входного потока заявок СМО не может «перескочить» через какое-либо состояние. Переход СМО в направлении справа налево из состояния  $S_k$ , когда  $k$  каналов заняты, в состояние  $S_{k-1}$ , когда освобождается один из занятых каналов, происходит под воздействием суммарного потока обслуживаний с интенсивностью  $k\mu$ .

Рассмотрим уравнения Колмогорова для финальных вероятностей:

$$\left\{ \begin{array}{l} -\lambda p_0 + \mu p_1 = 0 \\ \dots \\ \lambda p_{k-1} - (\lambda + k\mu) p_k + (k+1)\mu p_{k+1} = 0, k = \overline{2, n-1} \\ \dots \\ \lambda p_{n-1} - n\mu p_n = 0 \end{array} \right.$$

В силу вырожденности данной системы ее следует дополнить уравнением нормировки в стационарной форме:  $p_0 + p_1 + \dots + p_n = 1$ .

Решение системы можно записать в виде:

$$p_0 = \frac{1}{\sum_{i=0}^n \frac{\alpha^i}{i!}}, \quad p_k = p_0 \frac{\alpha^k}{k!}, \quad k = 1, n$$

Здесь  $\alpha = \lambda / \mu$  - приведенная интенсивность входящего потока (или показатель нагрузки СМО, или трафик), измеряемая в эрлангах. Самы формулы называются формулами Эрланга. Они выражают предельные вероятности состояний СМО через число каналов  $n$  и показатель нагрузки  $\alpha$ .

Отказ в обслуживании заявки наступает, когда все каналы заняты и система находится в состоянии  $S_n$ . Следовательно, вероятность отказа равна вероятности  $p_n$ :

$$P_{\text{отк}} = p_n = p_0 \frac{\alpha^n}{n!}.$$

Поскольку событие обслуживания заявки и событие отказа в ее обслуживании являются противоположными, то вероятность обслуживания заявки (относительная пропускная способность СМО) равна:

$$Q = 1 - P_{\text{отк}} = 1 - p_n = 1 - p_0 \frac{\alpha^n}{n!}.$$

Абсолютная пропускная способность (она же интенсивность потока обслуженных заявок) равна:

$$A = \lambda Q = \lambda(1 - p_n).$$

Для многоканальной СМО одной из важных характеристик ее эффективности является среднее число занятых каналов  $\bar{K}$  - отношение абсолютной пропускной способности к интенсивности канала обслуживания; в данном случае оно совпадает со средним числом заявок, находящихся в системе  $\bar{N}_{\text{sys}}$ :

$$\bar{K} = \bar{N}_{\text{sys}} = \frac{A}{\mu} = \frac{\lambda}{\mu}(1 - p_n) = \alpha(1 - p_n).$$

Среднее время пребывания заявки в СМО относится и к обслуженным заявкам, и к получившим отказ:

$$\bar{T}_{\text{sys}} = \frac{N_{\text{sys}}}{\lambda}.$$

2. Многоканальная СМО с ожиданием и ограничением на длину очереди

Рассмотрим многоканальную СМО с ожиданием, то есть заявка, поступившая в СМО, когда все каналы заняты, не покидает систему необслуженной, а становится в очередь и ожидает обслуживания. Пусть максимальное число элементов в очереди  $m \geq 1$ . Поэтому заявка, которая

поступила на вход в СМО в момент, когда в очереди уже находится  $m$  заявок, получает отказ и покидает систему. То есть заполнение СМО заявками из входного потока идет в два этапа: сначала заполняются каналы, потом заполняется очередь. Система перенумеровывается следующим образом: от состояния  $S_0$  (все каналы свободны) до состояния  $S_n$  (все каналы заняты) очереди нет; от состояния  $S_{n+1}$  (одна заявка в очереди) до состояния  $S_{n+m}$  (все  $m$  мест очереди заняты) идет заполнение очереди.

Граф состояний СМО показан на рис. 86. Переход системы из состояния  $S_k$  в состояние  $S_{k+1}$  слева направо ( $k = 0, 1, \dots, n + m - 1$ ) происходит под воздействием одного и того же потока заявок интенсивности  $\lambda$ . Переход системы из состояния  $S_k$  в состояние  $S_{k-1}$  происходит с разными плотностями вероятностей внутри двух циклов состояний. Если заявка продолжает оставаться в очереди (), то есть все каналы заняты, то эти переходы имеют плотность вероятности, равную  $n\mu$ . Если система находится в состоянии, когда занято  $k$  каналов (), то переход в левое состояние обусловлен потоком, представляющим собой сумму  $k$  потоков обслуживания, в таком случае плотность вероятности перехода равна  $k\mu$ .

Рассмотрим уравнения Колмогорова для финальных вероятностей:

$$\left\{ \begin{array}{l} -\lambda p_0 + \mu p_1 = 0 \\ \dots\dots\dots \\ \lambda p_{k-1} - (\lambda + k\mu) p_k + (k+1)\mu p_{k+1} = 0, k = \overline{2, n-1} \\ \dots\dots\dots \\ \lambda p_{n-1} - (\lambda + n\mu) p_n + n\mu p_{n+1} = 0 \\ \dots\dots\dots \\ \lambda p_{n+k-1} - (\lambda + n\mu) p_{n+k} + n\mu p_{n+k+1} = 0, k = \overline{1, m-1} \\ \dots\dots\dots \\ \lambda p_{n+m-1} - n\mu p_{n+m} = 0 \end{array} \right.$$

Эта система уравнений также дополняется нормировочным условием:

$$\sum_{k=0}^{n+m} p_k = 1.$$

Введем величину  $\psi = \alpha / n = \lambda / (n\mu)$  - показатель нагрузки на один канал. Решение системы уравнений Колмогорова выражается через вероятность простого системы  $p_0$ :

$$p_0 = \begin{cases} \left( \sum_{k=0}^n \frac{n^k}{k!} \psi^k + \frac{n^n}{n!} \cdot \frac{\psi^{n+1} (1 - \psi^m)}{1 - \psi} \right)^{-1}, & \psi \neq 1 \\ \left( \sum_{k=0}^n \frac{n^k}{k!} + \frac{n^n}{n!} \cdot m \right)^{-1}, & \psi = 1 \end{cases},$$

$$p_k = \begin{cases} \left( \frac{n^k}{k!} \right) \psi^k p_0, & k = \overline{1, n} \\ \left( \frac{n^n}{n!} \right) \psi^k p_0, & k = \overline{n+1, n+m} \end{cases}$$

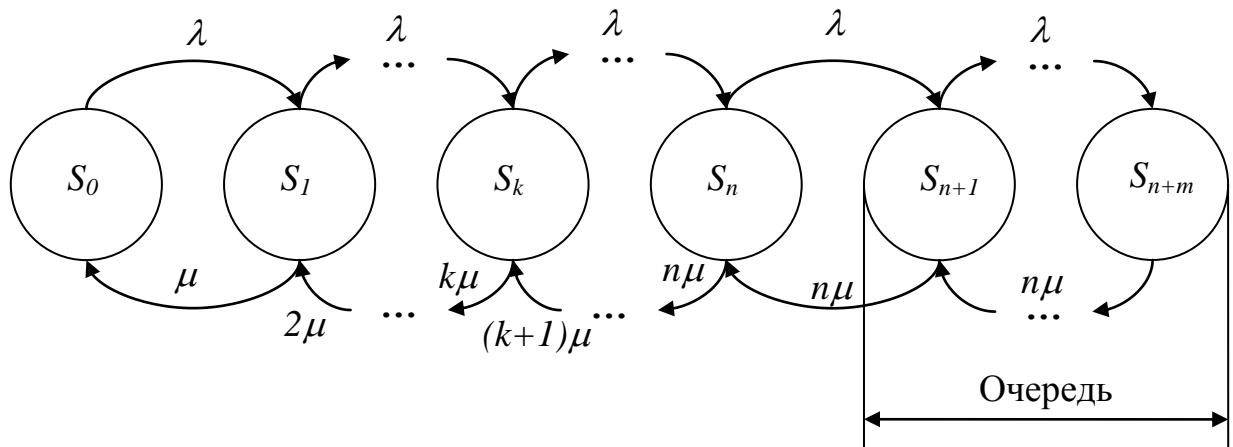


Рис. 86. Граф состояний многоканальной СМО с отказами

Вероятность отказа – это вероятность того, что СМО находится в состоянии  $S_{n+m}$ :

$$P_{omk} = p_{n+m} = p_0 \psi^{n+m} \frac{n^n}{n!}.$$

Поскольку событие обслуживания заявки и событие отказа в ее обслуживании являются противоположными, то вероятность приема заявки в СМО равна вероятности  $p_{sys}$  и относительной пропускной способности СМО:

$$p_{sys} = Q = 1 - P_{omk} = 1 - p_0 \psi^{n+m} \frac{n^n}{n!}.$$

Отсюда получаем формулу для абсолютной пропускной способности системы:

$$A = \lambda Q = \lambda \left[ 1 - p_0 \psi^{n+m} \frac{n^n}{n!} \right].$$

Так как каждый занятый канал обслуживает в среднем  $\mu$  заявок в единицу времени, то среднее число заявок, находящихся в обслуживании (или среднее число занятых каналов) определяется по формуле:

$$\bar{K} = \bar{N}_s = \frac{A}{\mu} = \alpha Q = \alpha \left[ 1 - p_0 \psi^{n+m} \frac{n^n}{n!} \right].$$

Среднее число заявок, находящихся в очереди определяется по формуле:

$$\bar{N}_{line} = \begin{cases} \frac{n^n}{n!} \psi^{n+1} \frac{1 - \psi^n (m + 1 - m\psi)}{(1 - \psi)^2} p_0, & \psi \neq 1 \\ \frac{n^n}{n!} \frac{m(m+1)}{2} p_0, & \psi = 1 \end{cases}.$$

Среднее число заявок, находящихся в системе, равно сумме средних чисел обслуживаемых заявок и заявок, находящихся в очереди:

$$\bar{N}_{sys} = \bar{N}_{line} + \bar{N}_s.$$

Для средних величин времени обслуживания заявки, времени ожидания заявки в очереди и времени пребывания заявки в СМО значения определяются с помощью формул Литтла:

$$\bar{T}_s = \frac{\bar{N}_s}{\lambda}, \quad \bar{T}_{line} = \frac{\bar{N}_{line}}{\lambda}, \quad \bar{T}_{sys} = \bar{T}_s + \bar{T}_{line} = \frac{\bar{N}_s + \bar{N}_{line}}{\lambda} = \frac{\bar{N}_{sys}}{\lambda}.$$

### 3. Многоканальная СМО с ожиданием и неограниченной очередью

Рассмотрим многоканальную СМО с ожиданием без ограничения на длину очереди, то есть заявка, поступившая в СМО, когда все каналы заняты, не покидает систему необслуженной, а становится в очередь и ожидает обслуживания. Любая поступившая заявка будет обслужена. По-прежнему поток заявок и потоки обслуживания каждым каналом являются простейшими с интенсивностями, соответственно  $\lambda$  и  $\mu$ . Данная система может находиться в одном из бесконечного множества состояний:  $S_k$  ( $k = \overline{0, n}$ ) –  $k$  каналов заняты и очереди нет или  $S_{n+m}$  ( $m = 1, 2, \dots$ ) – все  $n$  каналов заняты и в очереди находятся  $m$  заявок.

Граф состояний такой СМО аналогичен предыдущему случаю (рис. 86), с той лишь разницей, что правого крайнего состояния нет, и граф является бесконечным. Стационарный режим функционирования системы возможен только при условии, что интенсивность обслуживания всех  $n$  каналов будет выше интенсивности  $\lambda$  входящего потока, т.е.  $\lambda < n\mu$  или  $\psi < 1$ . Если это условие не выполняется, то очередь заявок в системе будет неограниченно расти с течением времени (переполнение системы).

Для получения расчетных характеристик системы нужно перейти к пределу при  $m \rightarrow \infty$ . Вероятности состояния в результате будут иметь вид:

$$p_0 = \left( \sum_{k=0}^n \frac{n^k}{k!} \psi^k + \frac{n^n}{n!} \cdot \frac{\psi^{n+1}}{1-\psi} \right)^{-1}, \psi \neq 1, p_k = \begin{cases} \left( \frac{n^k}{k!} \right) \psi^k p_0, k = \overline{1, n} \\ \left( \frac{n^n}{n!} \right) \psi^n p_0, k = \overline{n+1, \infty} \end{cases}.$$

Вероятность отказа будет равно нулю. Соответственно, вероятность того, что пришедшая заявка будет принята в систему, равно единице. Любая поступившая заявка будет обслужена.

Относительная пропускная способность СМО:  $Q = 1$ .

Абсолютная пропускная способность системы определяется только интенсивностью входящего потока:  $A = \lambda$ .

Среднее число занятых каналов равно показателю нагрузки СМО:

$$\bar{K} = \bar{N}_s = \frac{A}{\mu} = \alpha.$$

Среднее число заявок, находящихся в очереди определяется по формуле:

$$\bar{N}_{line} = \frac{n^n}{n!} \frac{\psi^{n+1}}{(1-\psi)^2} p_0, \psi \neq 1.$$

Остальные формулы определены аналогично СМО с ограниченной очередью.

**Студенты делятся на группы по 3-5 человек, каждая группа получает свою задачу, которые они должны решить самостоятельно согласно вышеизложенному материалу. Преподаватель может помогать группам.**

Задачи (Красс М.С., 2006), (Трусов П.В., 2005):

1. Рассматривается автоматическая телефонная станция (АТС) на 5 линий связи. Интенсивность поступающего потока заявок составляет 2 вызова в минуту. Средняя продолжительность одного звонка равна 1 минуте. Требуется определить вероятность отказа и среднее число занятых каналов.

2. В отделении банка на обслуживании клиентов работают 3 оператора. Среднее время обслуживания одного клиента оператором – 12 минут. В среднем за час в банк обращаются 15 клиентов. Если все операторы заняты, клиенты не обслуживаются банком. Найти основные характеристики работы банка, а также вероятность того, что не менее двух операторов пристаивают.

3. В пункте валютного обмена работают два оператора, каждый из которых обслуживает клиента в среднем за 2,5 минуты. По условиям безопасности в помещении пункта не может находиться более 5 клиентов, включая обслуживаемых. Если помещение заполнено, то клиент не становится в очередь, а уходит. В среднем клиенты приходят каждые 2 минуты. Определите основные характеристики работы обменного пункта. Как повлияет на вероятность отказа увеличение числа операторов до трех человек?

4. В кассе метрополитена, продающей жетоны на проезд, работают два окна. В среднем один кассир тратит на обслуживание одного пассажира 0,5 минуты. В среднем к кассе подходит 3 человека в минуту. Найти основные характеристики работы кассы.

5. По конвейеру в цех поступают заготовки двух видов: А и Б. Интенсивность поступления деталей одинакова и составляет 0,45 заготовок в минуту. Для обработки заготовок используются два станка, которые могут обрабатывать как детали А, так и детали Б. Средняя трудоемкость обработки заготовок одинакова и составляет 2 минуты. Определите основные характеристики работы цеха. Как они изменятся, если каждый станок будет обрабатывать только свой тип деталей?

6. Определите требуемое количество коек в стационаре больницы, если среднее время выздоровления одного больного составляет 21 день. Новые больные не принимаются, если все койки заняты. Поток поступления больных близок к пуассоновскому с интенсивностью 3 человека в день. Вероятность отказа не должна быть выше 5%.

7. Определите среднюю длину очереди в кассу магазина, если среднее время обслуживания одного покупателя составляет 0,3 минуты. Поток покупателей близок к пуассоновскому с интенсивностью 3 покупателя в минуту. Сколько необходимо установить касс, если интенсивность возрастет в 5 раз? Средняя длина очереди при этом не должна превышать 10 человек.

8. Вычислительный центр имеет три ЭВМ. В центр поступает на решение в среднем четыре задачи в час. Среднее время решения одной задачи - полчаса. Вычислительный центр принимает и ставит в очередь на решение не более трех задач. Необходимо оценить эффективность центра.

9. В ОТК цеха работают три контролера. Если деталь поступает в ОТК, когда все контролеры заняты обслуживанием ранее поступивших деталей, то она проходит непроверенной. Среднее число деталей, поступающих в ОТК в течение часа, равно 24, среднее время, которое затрачивает один контролер на обслуживание одной детали, равно 5 мин. Определить вероятность того, деталь пройдет ОТК необслуженной, насколько загружены контролеры и сколько их необходимо поставить, чтобы вероятность обслуживания была больше либо равна 0,95.

10. Сберкасса имеет трех контролеров-кассиров для обслуживания вкладчиков. Поток вкладчиков поступает в сберкассе с интенсивностью 30 чел./ч. Средняя продолжительность обслуживания контролером-кассиром одного вкладчика 3 мин. Определить эффективность работы сберкассы.

11. Магазин получает ранние овощи из пригородных теплиц. Автомобили с грузом прибывают в разное время с интенсивностью 6 машин в день. Подсобные помещения и оборудование для подготовки овощей к продаже позволяют обрабатывать и хранить товар, привезенный двумя автомашинами. В магазине работают три фасовщика, каждый из которых в среднем может обрабатывать товар с одной машины в течение 4 ч. Продолжительность рабочего дня при сменной работе составляет 12 ч. Определить, какова должна

быть емкость подсобных помещений, чтобы вероятность полной обработки товаров была не менее 0,97.

## *Лабораторная работа 7. Дискретно-событийное моделирование*

### Задание 1 (Файзутдинов Р.Н., 2013)

Для реализации дискретно-событийного моделирования в среде Simulink используется компонента SimEvents. Они создают интегрированную среду для моделирования гибридных динамических систем, содержащих непрерывные компоненты и компоненты с дискретными событиями и дискретным временем.

Рассмотрим модель системы массового обслуживания в Simulink на примере. Требуется промоделировать работу парикмахерской. Интервалы прихода клиентов в парикмахерскую с одним креслом распределены равномерно на интервале  $18\pm6$ мин. Время стрижки также распределено равномерно на интервале  $16\pm4$ мин. Клиенты приходят в парикмахерскую, стригутся в порядке очереди: «первым пришел – первым обслужился». Смоделируйте работу парикмахерской в течение 8 часов.

Требуется определить параметры функционирования парикмахерской:

- коэффициент загрузки парикмахера;
- максимальное, среднее и текущее число посетителей в очереди;
- среднее время обслуживания.

Порядок блоков в модели (рис. 87) соответствует порядку фаз, в которых клиент оказывается при движении в реальной системе:

1. клиент приходит;
2. если необходимо, ждет своей очереди;
3. садится в кресло парикмахера;
4. парикмахер обслуживает клиента;
5. клиент уходит из парикмахерской.

В случайные моменты времени блок Time-Based Entity Generator генерирует события, моделирующие приход клиентов в парикмахерскую. В параметрах блока указан тип распределения Uniform (равномерный), параметры: Minimum – 12, Maximum 24.

Блок FIFO Queue сохраняет заявки (клиентов), которые парикмахер не может немедленно выполнить. Емкость блока принята бесконечной (inf).

Блок Single Server моделирует обслуживание клиента парикмахером. Этот блок может выполнить не более одной работы одновременно, тем самым ограничивая обработку новых работ. Время обслуживания задается через сигнальный порт t (Service time from – Signal port t) блоком Event Based Random Number, генерирующим равномерно распределенные случайные числа – тип распределения Uniform (равномерный), параметры: Minimum – 12, Maximum - 20.

Линии для передачи сущностей (entity connection line) показывают связь между двумя блоками (или между их входными/выходными портами для

сущностей) путем отображения пути, по которому сущность может: покинуть один из блоков и/или одновременно прибыть в следующий блок.

При моделировании сущность, которая покидает порт OUT одновременно прибывает в порт IN следующего связанного блока.

Линии для связи сущностей нельзя разветвлять. Если в приложении требуется, чтобы сущность прибыла в несколько блоков, для создания копий сущностей используется блок Replicate.

Блок Entity Sink поглощает работы, обработка которых завершена.

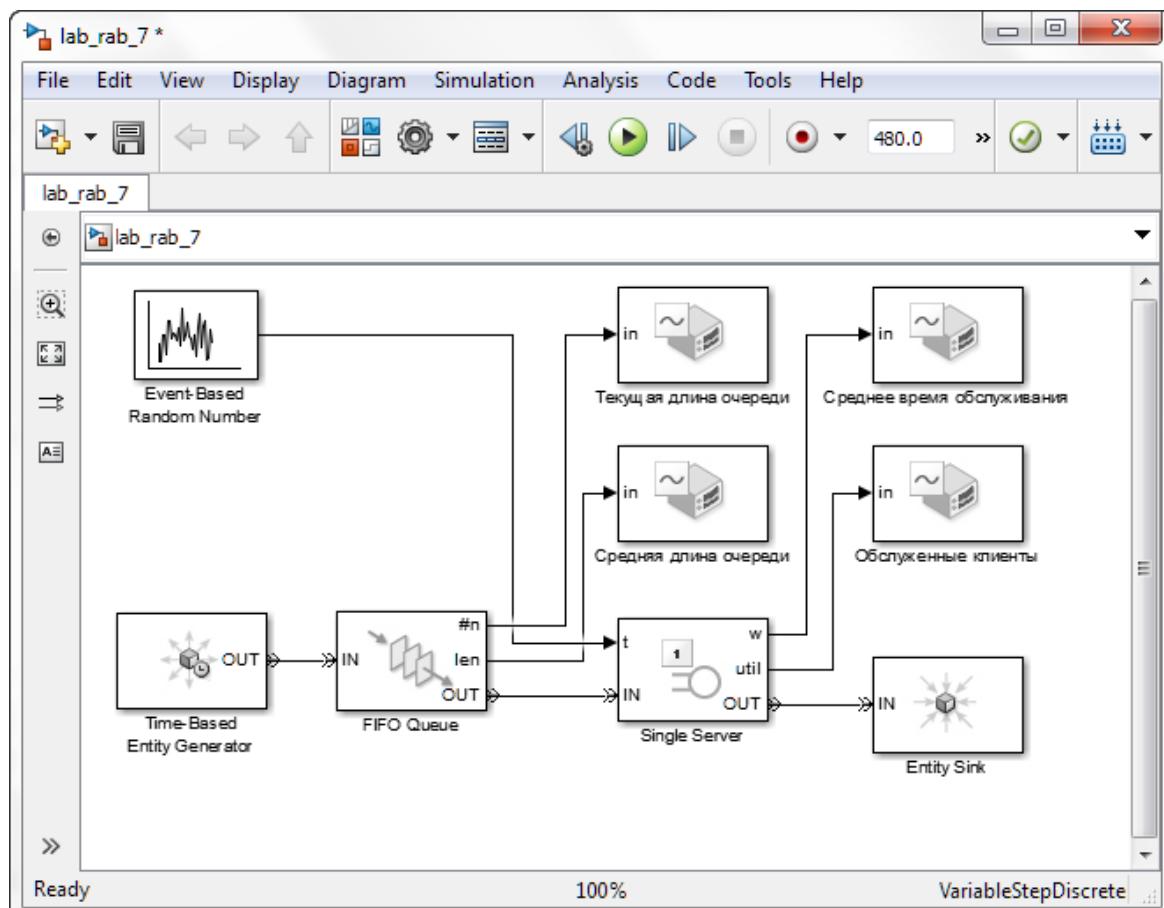


Рис. 87. Модель работы парикмахерской

Часть блоков в рассматриваемой модели могут обрабатывать сигналы. Сигналы представляют собой численные величины, определенные в любой момент времени в течение процесса моделирования (не только в дискретные моменты времени). Сигналы появляются на соединительных линиях между сигнальными портами двух блоков. Например, сигнальный выходной порт (signal output port) #n блока FIFO Queue вязан с сигнальным входным портом (signal input port) in блока Текущая длина очереди (Signal Scope).

При моделировании событийно-управляемых систем, не содержащих блоков с непрерывными состояниями, необходимо настроить соответствующим образом параметры моделирования. Выберите команду Simulation->Configuration parameters->Solver. В разделе Solver options в поле Type

выберите Variable-step и в поле Solver – Discrete. В поле Max step size (максимальный размер шага) введите inf (бесконечность).

Время моделирования принято 480 минут (8 часов).

Результаты работы модели представлены на рис. 88-89. Более подробное описание используемых блоков можно найти в Приложении 3.

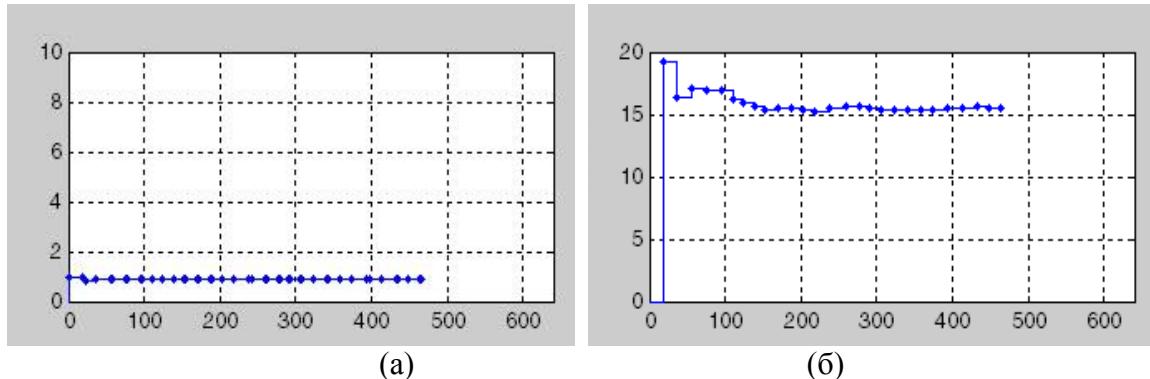


Рис. 88. Обслуженные клиенты (а) и среднее время обслуживания (б)

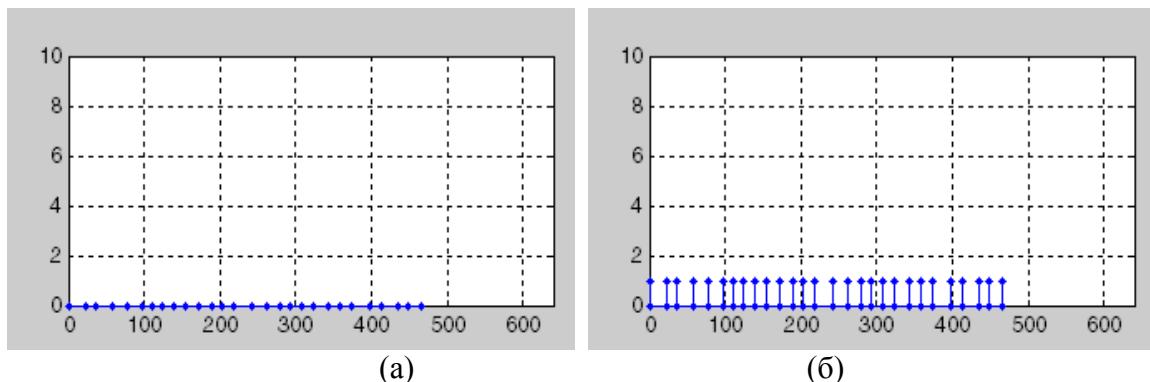


Рис. 89. Средняя длина очереди (а) и текущая длина очереди (б)

## Задание 2

Требуется смоделировать работу небольшого магазина, который имеет один кассовый аппарат и одного продавца. Известны следующие параметры функционирования магазина: поток покупателей (заявок), приходящих в магазин за покупками, равномерный; интервал времени прибытия покупателей колеблется в пределах от 8,7 минуты до 10,3 мин. включительно, или  $9,5 \pm 0,8$  мин; время пребывания покупателей у кассового аппарата составляет  $2,3 \pm 0,7$  мин. После этого покупатели подходят к продавцу для получения товара; время, потраченное на обслуживание покупателей продавцом, составляет  $10 \pm 1,4$  мин.

Требуется определить параметры функционирования магазина: коэффициент загрузки кассира; коэффициент загрузки продавца; максимальное, среднее и текущее число покупателей в каждой очереди; среднее время обслуживания в каждом канале обслуживания.

### Задание 3

Постройте в Simulink модель СМО для задачи, которая была разобрана вашей группой на практике.

## ***Лекция 8. Агентное (мультиагентное) моделирование***

**Студенты делятся на группы по 4-6 человек. Преподаватель просит студентов в виде схемы изобразить представление группы о понятии агентное моделирование, на основе тех знаний, которые они уже получили, и интуитивного понимания. Даётся время на обсуждение, после чего варианты групп презентуются (либо в виде нарисованных на больших листах, либо рисуются на доске). Остальные группы по ходу могут дополнять свои варианты. Затем читается лекция.**

Экономика в настоящее время позиционируется как сложная адаптивная система (Каталевский Д.Ю., 2011), что влечет необходимость поиска и применения новой методологии, которая бы позволила моделировать «возникаемость» процессов. Понимая, что поведение системы формируется из взаимодействия множества агентов, каждый из которых обладает определенными особенностями поведения, пытаться прогнозировать поведение социальной системы становится чрезвычайно сложно.

Агентное моделирование позволяет понять поведение индивидов внутри системы, особенности их взаимодействия друг с другом и последствия, которые порождает такое взаимодействие, а также оценить влияние этих последствий на возможное поведение агентов в дальнейшем. Поэтому оно является вполне приемлемым инструментом для моделирования сложных адаптивных систем.

Агентное моделирование позволяет моделировать не агрегированные элементы системы, а, напротив, базируется на идее моделирования процессов «снизу вверх»: в основе модели лежит набор основных элементов, из взаимодействия которых рождается обобщенное поведение системы. Важно понимать, что в данном случае задача состоит не в том, чтобы найти оптимальное экономическое равновесие, а в том, чтобы попытаться понять природу сложных социальных явлений. «Возникающее» поведение (*emergent behavior*) представляет собой результат взаимодействия элементов системы. Соответственно, в рамках данного подхода к моделированию возникает необходимость корректно отобразить механизм поведения и взаимодействия элементов системы — так называемых «агентов». Агентами, например, могут быть не только индивидуумы (продавцы, покупатели, избиратели и т.п.), но также и социальные группы — семьи, компании и т.п. (Каталевский Д.Ю., 2011).

Для экономических моделей основным элементом является некое количество взаимодействующих между собой «агентов». В книге (Карпов Ю., 2005) отмечается, что агент представляет собой «некую сущность, которая

обладает активностью, автономным поведением, может принимать решения в соответствии с некоторым набором правил, может взаимодействовать с окружением и другими агентами, а также может изменяться».

Согласно работе (Macal C., 2010) агент должен обладать следующими характеристиками (рис. 90):

- Агент является «идентифицируемым», т.е. представляет собой конечного индивидуума с набором определенных характеристик и правил, определяющих его поведение и правила принятия решений. Агент автономен и может независимо действовать и принимать решения по взаимодействию с другими агентами.
- Агент находится в определенной среде, позволяющей ему взаимодействовать с другими агентами. Агент может коммуницировать с другими (контактировать при определенных условиях и отвечать на контакт).
- Агент имеет определенную цель (но не обязательно целью является максимизация блага, как принято считать в классической экономике), влияющую на его поведение.
- Агент гибок и обладает способностью самообучения с течением времени на основе собственного опыта. В ряде случаев агент может даже изменять правила поведения на основе полученного опыта

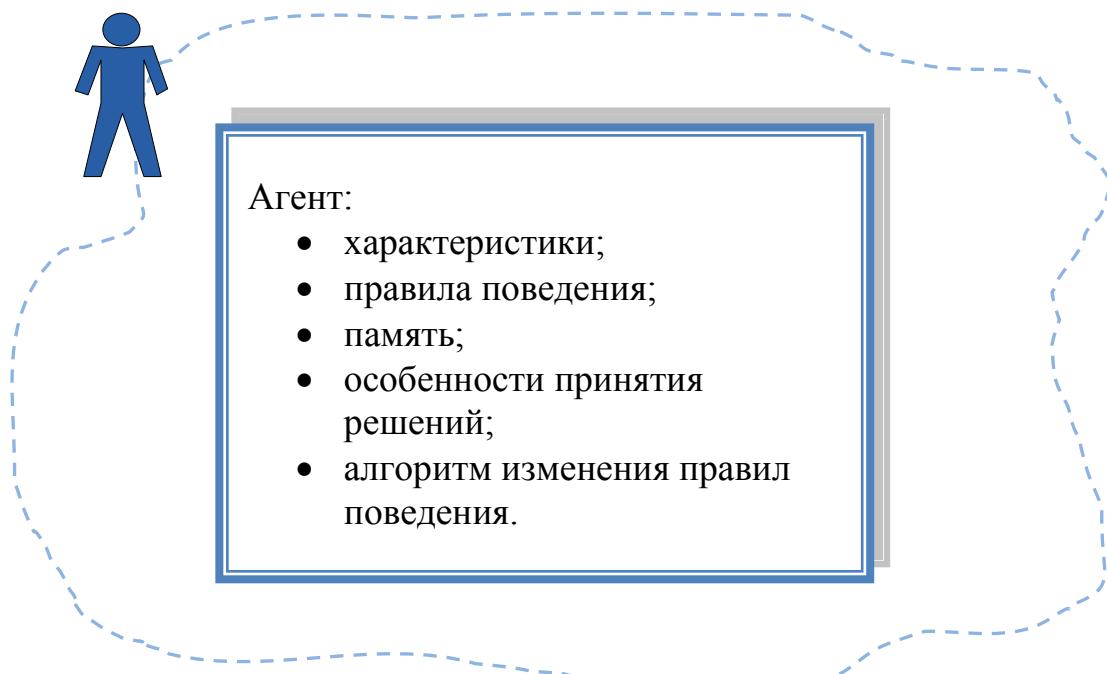


Рис. 90. Агентное моделирование

В рамках имитационной модели исследователь может ставить эксперименты над сложными социально-экономическими системами. Причем мультиагентные модели могут иметь как абстрактно-теоретический, так и прикладной характер. Например, моделирование пешеходного и

автомобильного трафика, поведение людей в чрезвычайных ситуациях, распространение эпидемий и т.д.

Например, в одном из своих экспериментов Д. Хелбинг и его коллеги (Helbing D., 2000) смоделировали ситуацию эвакуации людей из помещения с единственным выходом. Эксперимент был построен таким образом, что в случае спокойного поведения (средняя скорость менее 1,2 м/сек) все люди могли спокойно покинуть помещение без ущерба для себя. В случае возникновения опасности скорость движения агентов увеличивалась (до 1,5 м/сек), что кардинально меняло ситуацию: в дверях образовывалось слишком большое скопление людей, которое препятствовало выходу и закупоривало помещение. В случае же еще более высокой скорости (до 5 м/сек) происходило сдавливание в дверях некоторых агентов, которое способствовало тому, что в результате движение было полностью парализовано.

Модель показала интересный результат, когда условия эксперимента были немного модифицированы: в помещении перед дверями устанавливалось небольшое искусственное препятствие — в данном случае в виде колонны. В этом случае при прочих равных условиях скорость эвакуации из помещения существенно возрастала, так как колонна подобно волнорезу «рассекала» толпу, тем самым увеличивая пропускную способность выхода (видео модели можно найти на сайте <http://angel.elte.hu/panic/>).

В целом специалисты (Каталевский Д.Ю., 2011) выделяют четыре базовых стадии построения агентной модели:

1. определение границ модели: какое явление/событие моделируется, каковы его рамки;
2. определение поведения/взаимодействия агентов: разработка модели поведения/принятия решений агентом и его взаимодействия с остальными агентами;
3. разработка и апробация модели;
4. проведение анализа чувствительности и калибровка модели.

Агентное моделирование может быть полезно, когда агенты могут адаптироваться и изменять собственное поведение с течением времени; когда важно отразить активное взаимодействие агентов между собой, изменяющее их поведение; когда агенты самообучаются; когда моделируемой системе свойственно «возникающее» поведение.

Значительное развитие за последние годы программного обеспечения для имитационного моделирования позволило успешно интегрировать системную динамику с агентным моделированием. В частности, одним из наиболее интересных решений комбинированного моделирования является программа Anylogic российской компании XJ Technologies, которая позволяет достаточно успешно интегрировать агентное моделирование в системно-динамические модели, тем самым значительно повышая глубину проработки проблемы.

**После лекционного материала студентам в группах дается время на то чтобы внести изменения в ранее нарисованные схемы. Затем внесенные изменения обсуждаются между группами.**

**В конце занятия студентам предлагается написать небольшое эссе на тему: «Имитационное моделирование социально-экономических процессов – роскошь или необходимость?» (10-15 минут).**

### ***Практическое занятие 8. Защита проектных работ***

Практическое занятие посвящено презентациям и защите проектных работ студентов, которые выполнялись в группах в течение семестра. Более подробное описание методики выполнения проектных работ дано в Главе 2.

### ***Лабораторная работа 8. Агентное (мультиагентное) моделирование***

В рамках данной лабораторной работы будет построено агентное представление для модели Басса, рассмотренной в лабораторной работе 5. Для построения агентной модели используется программа AnyLogic 7 (Киселева М.В., 2009). Более подробно описание методов работы с программой можно найти в (Боев В.Д., 2014).

Создайте новый проект для будущей модели и сохраните его в своей папке. Первым шагом при создании агентной модели является создание агентов. Для каждого агента задается набор правил, согласно которым он взаимодействует с другими агентами; это взаимодействие и определяет общее поведение системы. В данной модели агентами будут люди.

С палитры «Агент» перетащите элемент агента в область «Main». Далее создайте популяцию агентов, следуя мастеру «Создание агентов». Создайте новый тип агентов на основе существующего (рис. 91), выберите анимацию агента, используйте существующие параметры агентов (их потом нужно будет удалить), задайте размер популяции 1000 агентов, задайте конфигурации окружающей среды (рис. 92) и нажмите кнопку «Готово». После этого удалите распределение по возрасту и, после двойного щелчка мыши на объекте «people», перейдите на вкладку «Person» и удалите характеристики «age» и «sex».

Откройте структурную диаграмму класса «Main». Перетащите элемент «Параметр» из палитры «Агент» на диаграмму класса, в окне свойств параметра задайте имя AdEffectiveness, значение по умолчанию – 0.011, тип - double.

Так же добавьте две переменных PotentialAdopters и Adopters, перетащив соответствующий элемент из палитры «Агент» в класс «Main». Тип обеих – int, начальное значение количества покупателей равно 0. Значения этих

переменных будет отображаться на графиках и изменяться в течении модельного времени.

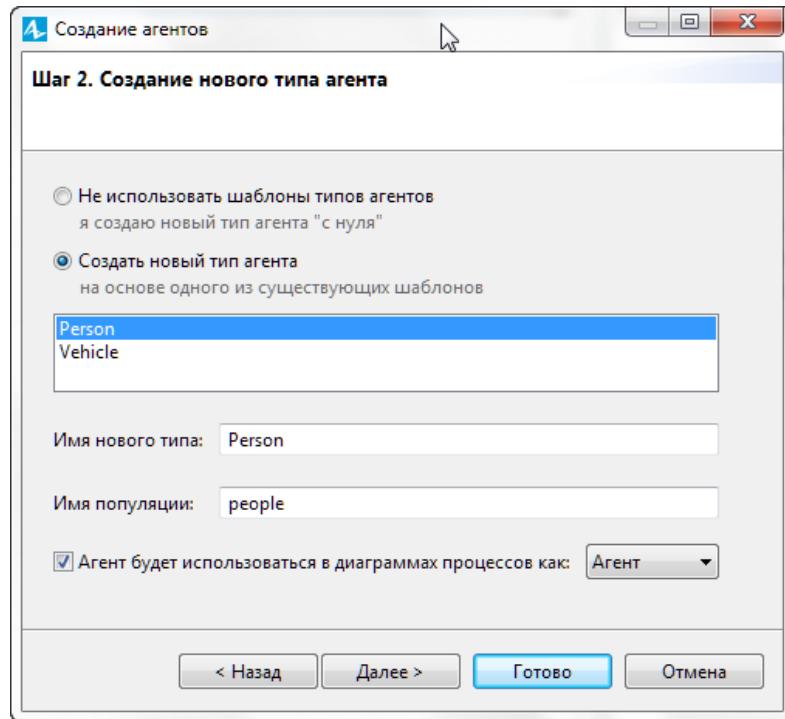


Рис. 91. Создание нового типа агента

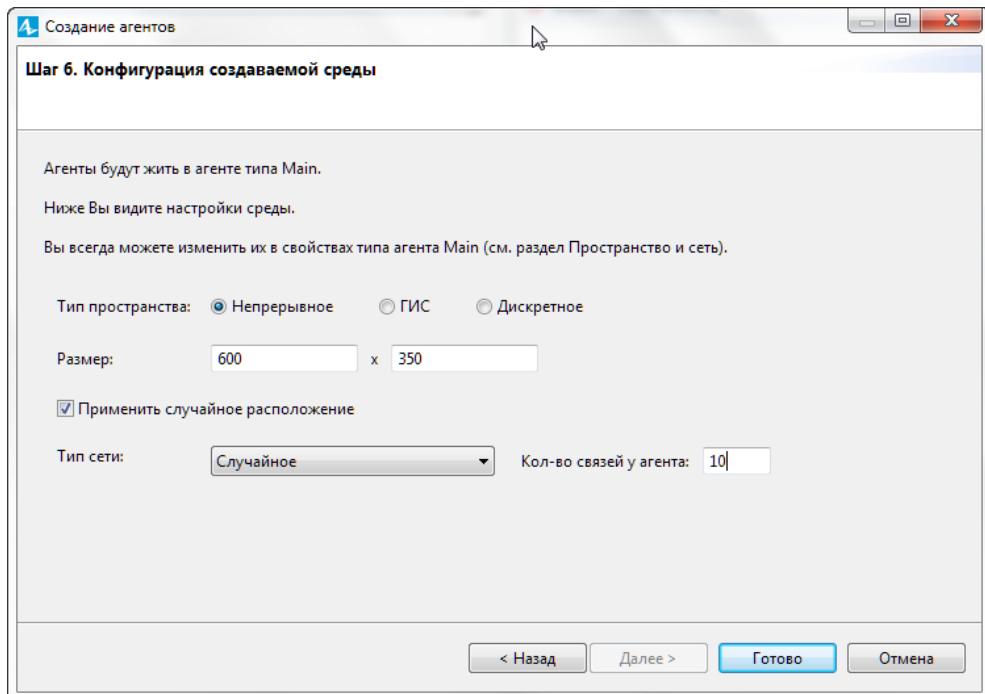


Рис. 92. Конфигурация создаваемой среды

Поведение агента обычно описывается в классе этого агента (Person) с помощью диаграммы состояний (стейтчарт). Перейдите на соответствующую вкладку и создайте диаграмму состояний (рис. 93) с помощью элементов из раздела «Диаграмма состояний» палитры «Агент». Задайте свойства состояний и перехода согласно рис. 94-96.

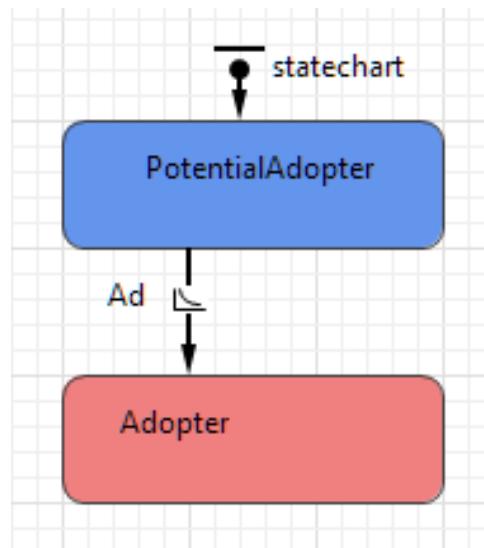


Рис. 93. Диаграмма состояний

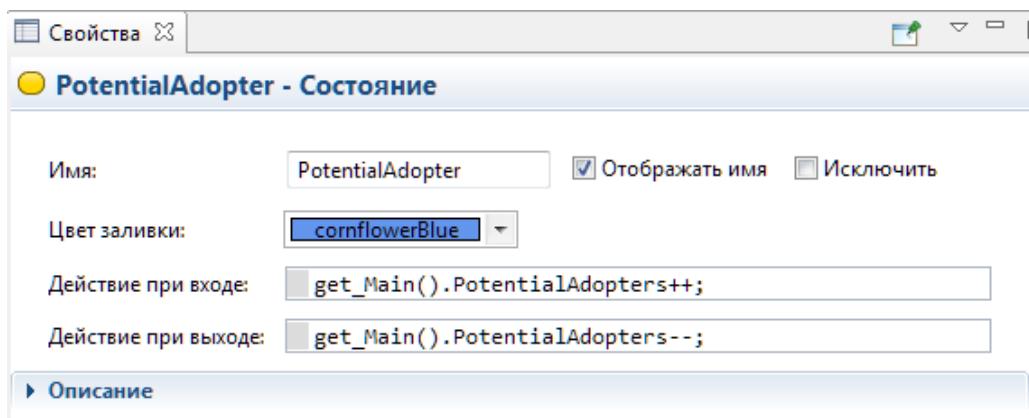


Рис. 94. Состояние PotentialAdopter

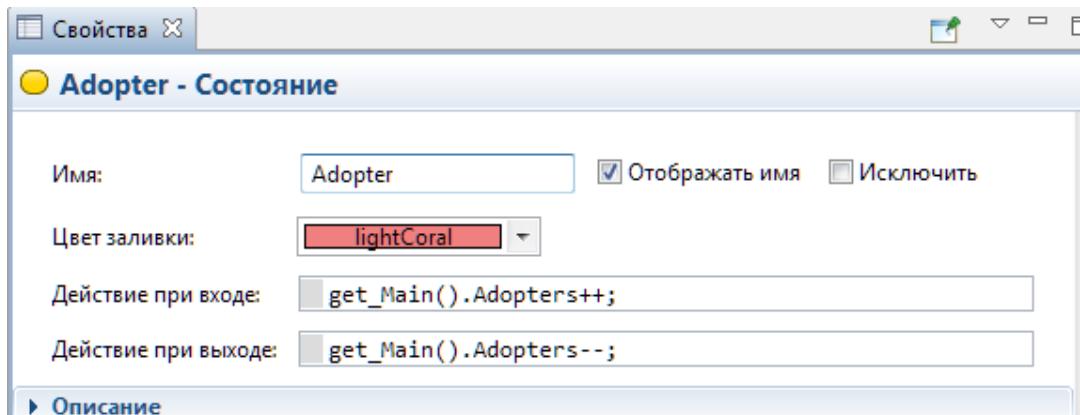


Рис. 95. Состояние Adopter

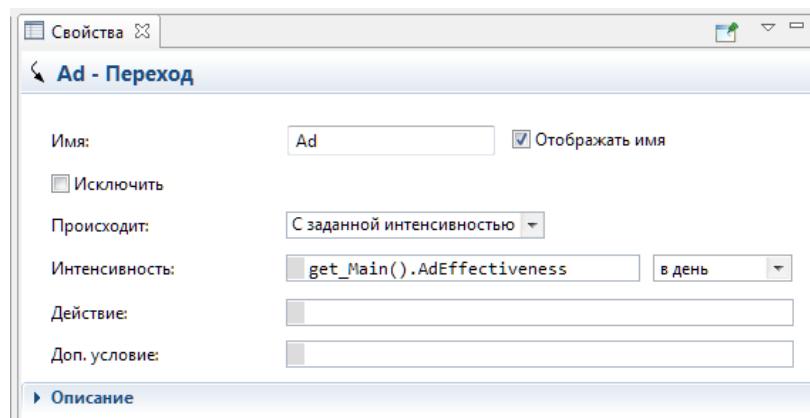


Рис. 96. Переход

На вкладке «Проекты» (рис. 97) в свойствах объекта «Model» задать единицу модельного времени – дни, в свойствах объекта «Simulation» задать модельное время (рис. 98).

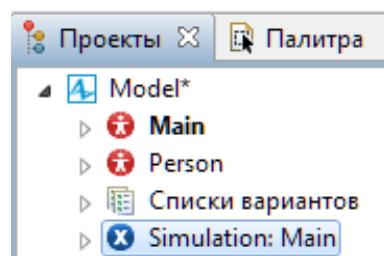


Рис. 97. Вкладка «Проекты»

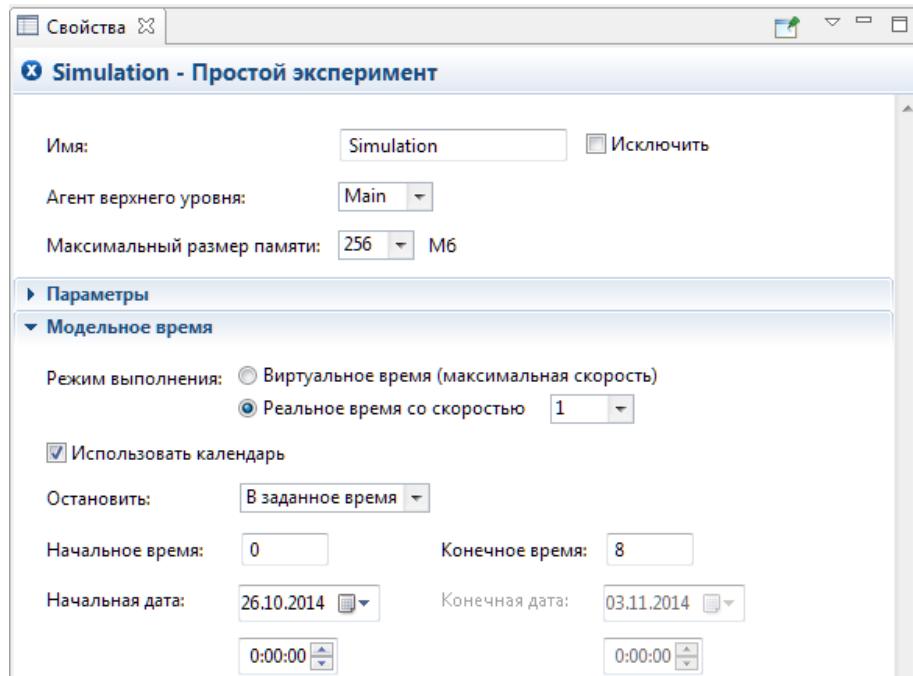


Рис. 98. Модельное время

Из палитры «Статистика» добавить элемент «Временной график». Определить для него свойства, согласно рис. 99.

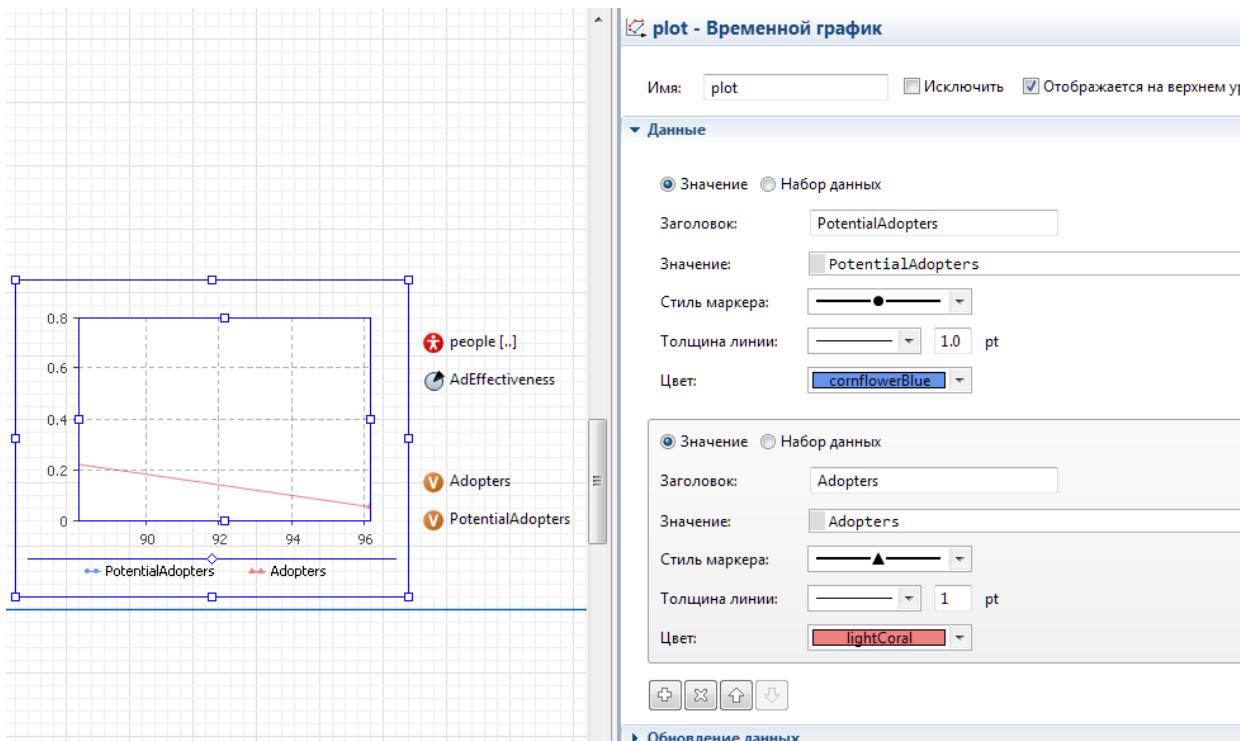


Рис. 99. Временной график

Запустите модель и проследите, как будет изменяться количество потенциальных покупателей и покупателей.

В текущей модели люди приобретают продукт только под влиянием рекламы. На самом деле рекламный эффект играет значительную роль только в момент выпуска продукта на рынок. В дальнейшем все большую роль будет играть общение людей со своими знакомыми, которые этот продукт уже приобрели. В основном люди приобретают новые продукты именно под влиянием убеждения своих знакомых; данный процесс чем-то схож с распространением эпидемии.

Чтобы учесть влияние общения людей, внесем в нашу модель небольшие изменения.

Откройте диаграмму класса «Main» и создайте два новых параметра:

1. параметр ContactRate – среднегодовое количество встреч человека. Значение по умолчанию – 100. Тип – int. Предположим, что человек в среднем встречается со 100 людьми в год;
2. параметр AdoptionFraction – сила убеждения человека, влияющая на то, сколько людей он сможет убедить в необходимости купить продукт. Значение по умолчанию – 0.015. Тип – double.

Измените стейтчарт агента:

- 1) перейдите к классу «Person»;
- 2) добавьте в состояние Adopter внутренний переход (рис. 100). Для этого щелкните перетащите элемент «Переход», затем поочередно перенесите его концы на любые две стороны состояния Adopter;

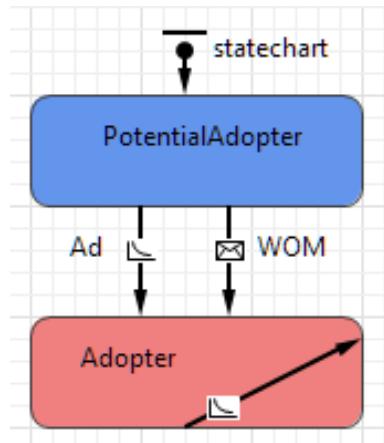


Рис. 100. Диаграмма состояний

3) в свойствах перехода (рис. 101) задайте интенсивность, по которому происходит переход, – `get_Main().ContactRate * get_Main().AdoptionFraction`. Данный переход будет моделировать покупку продукта знакомым этого человека. От того, насколько быстро владелец продукта сумеет убедить своего знакомого в необходимости покупки, будет зависеть от силы убеждения этого человека и от того, сколько знакомых он встречает за год;

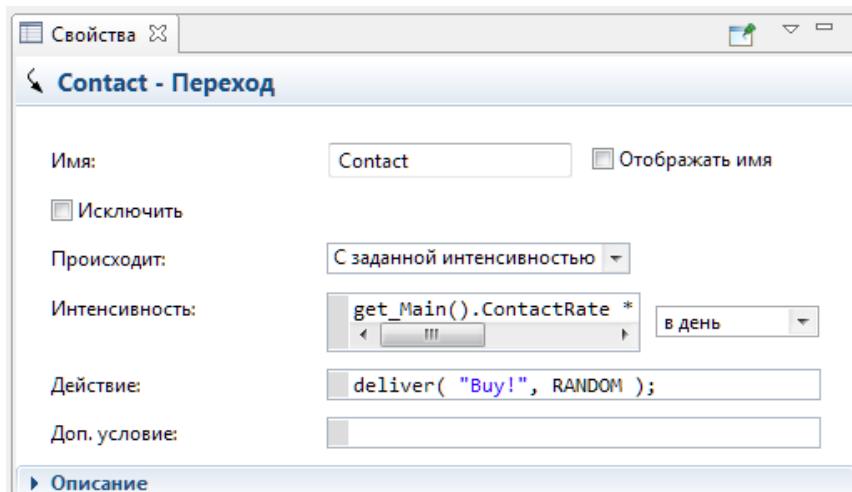


Рис. 101. Свойства перехода

4) задайте Действие перехода: `deliver( "Buy!", RANDOM )`; Такой переход посыпает сообщение случайно выбранному человеку. Метод `deliver()` отсылает сообщение другому агенту. Первый аргумент задает сообщение, которое будет послано, а второй задает агента, которому сообщение будет адресовано. В данном случае сообщение посыпается какому-то случайно выбранному агенту (рис. X). Данный переход генерирует сигнал для стейтчарта какого-то знакомого. Затем срабатывает переход стейтчарта, моделирующий покупку продукта этим знакомым;

5) добавьте еще один переход из состояния `PotentialAdopter` в состояние `Adopter` (рис. 100). Он будет срабатывать по сигналу, который будет генерироваться внутренним переходом состояния `Adopter`;

6) измените свойства этого перехода (рис. 102). Вероятность принятия решения о покупке продукта будет зависеть от силы убеждения человека. Переход будет срабатывать, когда диаграмма состояний этого агента получит сообщение "Buy!" («Купи!») от другого агента – своего знакомого.

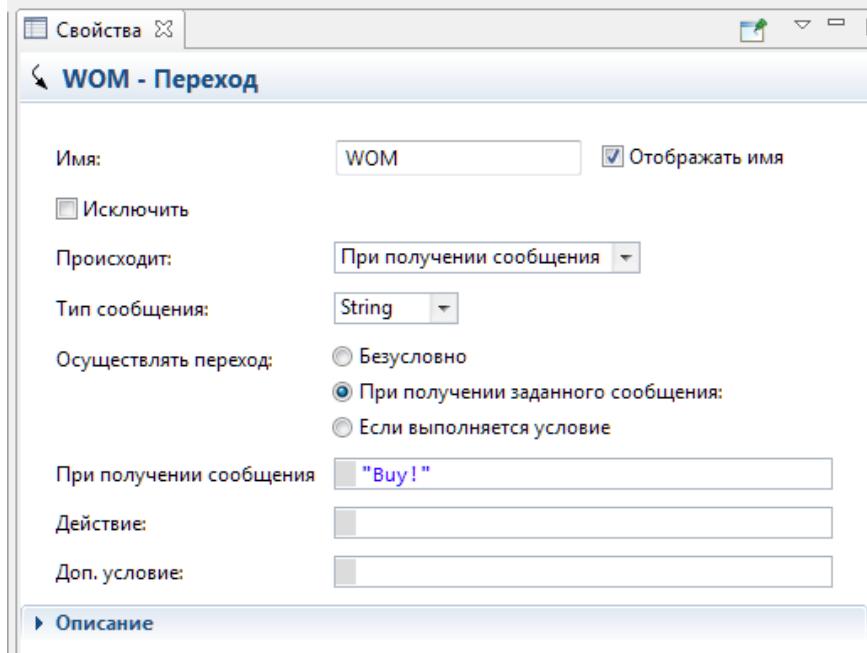


Рис. 102. Свойства перехода.

Запустите модель. Изучите динамику изменения числа потребителей и потенциальных потребителей продукта. Графики переменных должны представлять собой S-образные кривые.

## **Список литературы**

14. **Асанов А.З.** Математические модели динамических систем: учебное пособие. - Казань : Изд-во Казанского гос. университета, 2007.
15. **Боеv B.D.** Компьютерное моделирование: Пособие для практических занятий, курсового и дипломного проектирования в AnyLogic7. - СПб : ВАС, 2014.
16. **Бут Свини Л. Медоуз Д.** Игры для развития системного мышления. Пер. с англ. - М. : БИНОМ. Лаборатория знаний, 2014.
17. **Грудзинская Е.Ю. Марико В.В.** Мастерская активного обучения: Методическое пособие. Часть 1. - Нижний Новгород : Изд-во ННГУ, 2006.
18. **Емельянов А.А. Власова Е.А., Дума Р.В.,** Имитационное моделирование экономических процессов. - М. : Финансы и статистика, 2004.
19. **Карпов Ю.** Имитационное моделирование систем. Введение в моделирование с AnyLogic 5. - СПб. : БХВ-Петербург, 2005.
20. **Каталевский Д.Ю.** Основы имитационного моделирования и системного анализа в управлении. Учебное пособие. - М. : Издательство Московского университета, 2011.
21. **Киселева М.В.** Имитационное моделирование систем в среде AnyLogic: учебно-методическое пособие. - Екатеринбург : УГТУ-УПИ, 2009.
22. **Красс М.С. Чупрынов Б.П.** Математические методы и модели для магистрантов экономики: Учебное пособие. - СПб : Питер, 2006.
23. **Крюков М.М.** Эколого-экономическое игровое имитационное моделирование: методический аспект. - М. : Экономический факультет МГУ, ТЕИС, 2006.
24. **Кузнецов Ю.А. Мичасова О.В.,** Теоретические основы имитационного и компьютерного моделирования экономических систем: Учебно-методическое пособие. - Нижний Новгород : Издательство Нижегородского госуниверситета, 2007.
25. **Кузнецов Ю.А. Мичасова О.В.,** Проектно-ориентированный метод обучения и система подготовки экономистов-математиков на механико-математическом факультете ННГУ // Качество образования. Проблемы и перспективы. Сборник статей / Под ред. А.В.Петрова. - Нижний Новгород : Изд-во ННГУ, 2007. - стр. 37-48.
26. **Кузнецов Ю.А. Перова В.И., Мичасова О.В.** Работа с программным пакетом ITHINK. - Нижний Новгород : Из-во ННГУ, 2005.
27. **Лукасевич И.Я.** Анализ финансовых операций. Методы, модели, техника вычислений. - М. : Финансы, ЮНИТИ, 1998.
28. **Максимей И.В.** Имитационное моделирование сложных систем: учеб. пособие. В 3 ч. Ч. 1. Математические основы. - Минск : Изд. центр БГУ, 2009.
29. **Медоуз Д.** Азбука системного мышления. - М. : БИНОМ. Лаборатория знаний, 2011.

30. **Мур Д. Уэдерфорд Л.Р.** Экономическое моделирование в Microsoft Excel, 6-е издю: Пер. с англ. - М. : Издательский дом "Вильямс", 2004.
31. **Нейлор Т. и др.** Машины имитационные эксперименты с моделями экономических систем. Пер. с англ. - М. : Издательство "Мир", 1975.
32. **Сидоренко В.Н.** Системная динамика. - М. : ТЕИС, 1998.
33. **Сидоренко В.Н.** Системно-динамическое моделирование экономического роста // Моделирование и прогнозирование социально-экономических процессов. - 1999. - стр. 33-44.
34. **Снетков Н.Н.** Имитационное моделирование экономических процессов: Учебно-практическое пособие. - М. : Изд. центр ЕАОИ, 2008.
35. **Taxa X.A.** Введение в исследование операций: Пер. с англ. - М. : Издательский дом "Вильямс", 2005.
36. **Трусов П.В.** Введение в математическое моделирование. - М. : Логос, 2005.
37. **Файзутдинов Р.Н.** Математическое моделирование сложных систем. - Казань : 2013.
38. **Форрестер Дж.** Динамика развития города. - М. : Прогресс, 1974.
39. **Форрестер Дж.** Мировая динамика. - М. : Наука, 1978.
40. **Цисарь И.Ф.** MATLAB Simulink. Компьютерное моделирование экономики. - М. : СОЛОН-ПРЕСС, 2014.
41. **Цисарь И.Ф.** Моделирование экономики в iThink\_STELLA. Кризисы, налоги, инфляция, банки. - М. : "Издательство ДИАЛОГ-МИФИ", 2009.
42. **Черных И.В.** Simulink: среда создания инженерных приложений. - М. : ДИАЛОГ-МИФИ, 2003.
43. **Brehmer B.** Dynamics decision making: human control of complex systems // Acta Psychologica. - 1992. - Т. 81(3). - стр. 211-241.
44. **Gonzalez C.** Learning to make decisions in dynamic environments: Effects of time // Human Factors. - 2004. - 46(3). - стр. 449-460.
45. **Helbing D. Viscek T., Farkas I.** Simulating dynamical features of escape panic // Nature. - 2000. - Т. 407. - стр. 487-490.
46. **Kahneman D. Slovic P., Tversky A.** Judgment under Uncertainty: Heuristics and Biases. - New York : Cambridge University Press, 1982.
47. **Ljung L. Glad T.** Modeling of dynamic systems. - Englewood Cliffs, New Jersey : PTR Prentice Hall, 1994.
48. **Macal C. North M.,** Tutorial on agent-based modeling and simulation // Journal of Simulation. - 2010. - Т. 4. - стр. 151-162.
49. **Neelamkavil F.** Computer simulation and modelling. - UK : JohnWiley & Sons Ltd., 1987.
50. **Olsen P.B. Pedersen K.** Problem-Oriented Project Work. A workbook. - Roskilde : Roskilde Universitetscenter Trykkeri, 2004.
51. **Saeed K.** Development Planning and Policy Design: System Dynamics Approach. - Aldershot, England : Ashgate Publishing Company, 1994.
52. **Simon H.A.** Rational Choice and the structure of the environment // Psychological Review. - 1956. - 63. - стр. 129-138.

53. **Simon H.A.** Rationality in Psychology and Economics // The Journal of Business. - 1986. - T. 59. - ctp. 209-224.
54. **Simon H.A.** Models of bounded rationality. - Cambridge, MA : The MIT Press, 1982.
55. **Sterman J. Kampmann C.** Feedback complexity, bounded rationality & market dynamics. - Cambridge, MA : MIT Sloan School of Management, 1998.
56. **Sterman J.D.** Business Dynamics. Systems Thinking and Modeling for a Complex World. - Boston : The McGraw-Hill Companies, Inc., 2000.
57. **Thygesen H.H.** System Dynamics in Action. - Copenhagen : Copenhagen Business School, 2004.

# Приложение 1. Полезные функции MS Excel<sup>2</sup>

## Таблицы данных

Таблица данных представляет собой диапазон ячеек, показывающий, как изменение одной или двух переменных в формулах, повлияет на результаты этих формул. Таблицы данных обеспечивают способ быстрого расчета нескольких результатов в рамках одной операции, а также способ просмотра и сравнения результатов всех различных вариантов на одном листе.

Существует возможность создания таблиц данных с одной или двумя переменными в зависимости от числа переменных, которые необходимо проверить:

- Таблицы данных с одной переменной используются в том случае, если требуется проследить, как изменение значения одной переменной в одной или нескольких формулах влияет на результаты этих формул. Переменные значения вводятся в один столбец или строку, а результаты отображаются в столбце или строке рядом.
- Таблицы данных с двумя переменными используются в том случае, если требуется проследить, как изменение значений двух переменных в одной формуле влияет на результаты этой формулы.

### Создание таблицы данных с одной переменной

Входные значения таблицы данных с одной переменной должны быть расположены либо в столбце (ориентирование по столбцу), либо в строке (ориентирование по строке). Формулы, используемые в таблицах данных с одной переменной, должны ссылаться только на одну ячейку входных данных.

1. Введите в отдельный столбец или в отдельную строку список значений, которые нужно подставлять в ячейку входных данных. Оставьте с любой стороны от значений несколько пустых строк и столбцов.

2. Выполните одно из следующих действий:

- а. Если таблица данных ориентирована по столбцу (значения переменной находятся в столбце), введите формулу в ячейку, расположенную на одну строку выше и на одну ячейку правее первого значения. Если требуется исследовать влияние различных значений на другие формулы, введите дополнительные формулы в ячейки справа от первой формулы.
- б. Если таблица данных ориентирована по строке (значения переменной находятся в строке), введите формулу в ячейку,

---

<sup>2</sup> По материалам справочной системы программы Microsoft Excel 2007.

расположенную на один столбец левее и на одну ячейку ниже строки значений. Если требуется исследовать влияние различных значений на другие формулы, введите дополнительные формулы в ячейки под первой формулой.

3. Выделите диапазон ячеек, содержащий формулы и значения подстановки.
4. На вкладке «Данные» в группе «Работа с данными» выберите команду «Анализ «что-если», а затем выберите в списке пункт «Таблица данных».
5. Выполните одно из следующих действий:
  - a. Если значения в таблице ориентированы по столбцу, введите ссылку на ячейку входных данных в поле «Подставлять значения по строкам в».
  - b. Если значения в таблице ориентированы по строке, введите ссылку на ячейку ввода в поле «Подставлять значения по столбцам в».

### Добавление формулы в таблицу данных с одной переменной

Формулы, используемые в таблице данных с одной переменной, должны ссылаться на одну и ту же ячейку входных данных.

1. Выполните одно из следующих действий:
  - a. Если значения в таблице ориентированы по столбцу, введите новую формулу в пустую ячейку, расположенную в верхней строке таблицы справа от имеющейся формулы.
  - b. Если значения в таблице ориентированы по строке, введите новую формулу в пустую ячейку, расположенную в первом столбце таблицы под имеющейся формулой.
2. Выделите диапазон ячеек, включающий таблицу данных и новую формулу.
3. На вкладке «Данные» в группе «Работа с данными» выберите команду «Анализ «что-если», а затем выберите в списке пункт «Таблица данных».
4. Выполните одно из следующих действий:
  - a. Если значения в таблице ориентированы по столбцу, введите ссылку на ячейку входных данных в поле «Подставлять значения по строкам в».
  - b. Если значения в таблице ориентированы по строке, введите ссылку на ячейку входных данных в поле «Подставлять значения по столбцам в».

## Создание таблицы данных с двумя переменными

В таблицах данных с двумя переменными используется одна формула с двумя наборами входных значений. Формула должна ссылаться на две различных ячейки входных данных.

1. В ячейку листа введите формулу, которая ссылается на две ячейки ввода.
2. В том же столбце ниже формулы введите значения подстановки для первой переменной.
3. Введите значения подстановки для второй переменной справа от формулы в той же строке.
4. Выделите диапазон ячеек, содержащий формулу, строки и столбцы значений, а также ячейки, в которых должны находиться вычисленные значения.
5. На вкладке «Данные» в группе «Работа с данными» выберите команду «Анализ «что-если», а затем выберите в списке пункт «Таблица данных».
6. В поле «Подставлять значения по столбцам в» введите ссылку на ячейку ввода для значений подстановки в строке.
7. В поле «Подставлять значения по строкам в» введите ссылку на ячейку ввода для значений подстановки в столбце.
8. Нажмите кнопку OK.

## Удаление всей таблицы

1. Выделите всю таблицу данных, включая все формулы, значения подстановки, рассчитанные значения, форматы и примечания.
2. На вкладке «Главная» в группе «Редактирование» выберите кнопку «Очистить», а затем выберите в списке команду «Очистить все».

## Удаление рассчитанных значений из таблицы данных

Поскольку рассчитанные значения находятся в массиве, необходимо очистить все значения. Если не требуется удалять всю таблицу данных, убедитесь, что формулы и значения подстановки не выделены.

1. Выделите в таблице данных все рассчитанные значения.
2. На вкладке «Главная» в группе «Редактирование» выберите кнопку «Очистить», а затем выберите в списке команду «Очистить содержимое».

## ***Подбор параметра***

Если результат, который необходимо получить при вычислении формулы, известен, но неясно, какое входное значение формулы требуется для получения этого результата, можно использовать инструмент «Подбор параметра».

1. Введите известные значения в ячейки листа
2. Введите формулу, для которой требуется подобрать параметры. Формула должна ссылаться на пустую ячейку, в которую инструмент «Подбора параметра» поместит найденное значение.
3. На вкладке «Данные» в группе «Работа с данными» выберите команду «Анализ «что-если», а затем выберите в списке пункт «Подбор параметра».
4. В появившемся диалогов окне в поле «Установить в ячейке» введите ссылку на ячейку, содержащую формулу, параметры которой требуется подобрать.
5. Введите искомый результат формулы в поле «Значение».
6. В поле «Изменяя значение ячейки» введите ссылку на ячейку, значение которой нужно подобрать.
7. Нажмите кнопку «OK».

Инструмент «Подбор параметра» поддерживает только одно входное значение переменной. Если необходимо определить несколько входных значений, например размер кредита и сумму ежемесячного платежа, следует использовать вместо этого надстройку "Поиск решения"

## ***Надстройки для Microsoft Excel***

Для добавления надстроек «Анализ данных» и «Поиск решения» нажмите кнопку Microsoft Office, а затем щелкните кнопку «Параметры Excel». Выберите команду «Надстройки», а затем в окне «Управление» выберите пункт «Надстройки Excel». Нажмите кнопку «Перейти». В окне Доступные надстройки отметьте флажком нужные надстройки и нажмите кнопку ОК.

После загрузки надстройки в группе «Анализ» на вкладки «Данные» становится доступна соответствующая кнопка.

## ***Поиск решения***

Надстройка «Поиск решения» является частью блока задач, который иногда называют анализом «что-если». «Поиск решения» позволяет найти оптимальное значение для формулы, содержащейся в одной ячейке, называемой целевой. «Поиск решения» работает с группой ячеек, прямо или косвенно связанных с формулой в целевой ячейке. Чтобы получить заданный

результат по формуле из целевой ячейки, «Поиск решения» изменяет значения в назначенных ячейках, называемых изменяемыми ячейками. Для уменьшения количества значений, используемых в модели, применяются ограничения, которые могут ссылаться на другие ячейки, влияющие на формулу для целевой ячейки.

1. На вкладке «Данные» в группе «Анализ» нажмите кнопку «Поиск решения»
2. В поле «Установить целевую ячейку» введите ссылку на ячейку или имя целевой ячейки. Целевая ячейка должна содержать формулу.
3. Выполните одно из следующих действий для группы переключателей «Равной»:
  - a. Чтобы значение целевой ячейки было максимальным из возможных, установите переключатель в положение «максимальному значению».
  - b. Чтобы значение целевой ячейки было минимальным из возможных, установите переключатель в положение «минимальному значению».
  - c. Чтобы задать для целевой ячейки конкретное значение, установите переключатель в положение «значению» и введите в поле нужное число.
4. В поле «Изменяя ячейки» введите имена изменяемых ячеек или ссылки на них. Изменяемые ячейки должны быть прямо или косвенно связаны с целевой ячейкой. Можно задать до 200 изменяемых ячеек.
5. Чтобы автоматически найти все изменяемые ячейки, влияющие на целевую ячейку, нажмите кнопку «Предположить».
6. В поле «Ограничения» введите любые ограничения на значения изменяемых ячеек, конечных ячеек или других ячеек, прямо или косвенно связанных друг с другом, задаваемые при постановке задачи, которые требуется применить.
  - a. В группе «Ограничения» диалогового окна «Поиск решения» нажмите кнопку «Добавить». В поле «Ссылка на ячейку» введите ссылку на ячейку или имя диапазона ячеек, на значения которых накладываются ограничения. Выберите в раскрывающемся списке условный оператор ( $<=$ ,  $=$ ,  $>=$ , цел. или двоич.), который должен располагаться между ссылкой и ограничением. В поле Ограничение введите число, ссылку на ячейку или имя ячейки, либо формулу.
  - b. Выполните одно из следующих действий:
    - Чтобы принять данное ограничение и добавить новое, нажмите кнопку «Добавить».
    - Чтобы принять ограничение и вернуться в диалоговое окно «Поиск решения», нажмите кнопку «OK».
  - c. Установка флагка «Линейная модель» в диалоговом окне «Параметры поиска решения» позволяет задать любое

количество ограничений. При решении нелинейных задач на каждую из изменяющихся ячеек можно наложить до 100 ограничений (в дополнение к целочисленным ограничениям на переменные).

- d. В списке «Ограничения» диалогового окна «Поиск решения» укажите ограничение, которое требуется изменить или удалить. Нажмите кнопку «Изменить» и внесите изменения либо нажмите кнопку «Удалить».
7. Нажмите кнопку «Выполнить» и выполните одно из следующих действий:
  - a. Чтобы сохранить найденное решение на листе, выберите в диалоговом окне «Результаты поиска решения» вариант «Сохранить найденное решение».
  - b. Чтобы восстановить исходные данные, выберите вариант «Восстановить исходные значения».
  - c. Чтобы создать отчет, основанный на найденном решении, выберите тип отчета в поле «Тип отчета», а затем нажмите кнопку «OK». Отчет будет помещен на новый лист книги. Если решение не найдено, параметры создания отчета не будут доступны.

## **Приложение 2. Работа с пакетом iThink**

Программный пакет iThink – это компактный объектно-ориентированный пакет прикладных программ с единым интерфейсом. Он обеспечивает графическую, вычислительную и информационную поддержку процедурам высокоуровневого системного анализа сложных процессов организации управления, бизнеса, финансов, политики и др. .

Работа с этой программой не требует специальных знаний. Моделируемые структуры и взаимосвязи отображаются на экране во время разработки модели. Программа модели автоматически «подстраивается» под структурную схему, сформированную оператором. Оператор постоянно видит объект в целом. Малейшие изменения в структуре модели влекут за собой изменения в алгоритме и программе и модели. Таким образом, обеспечивается уникальный эффект «визуализации» моделирования.

Особенности работы с программным пакетом, его основные инструменты и блоки, а также анализ чувствительности описан на основе материала изложенного в (Кузнецов Ю.А., 2005) и (Цисарь И.Ф., 2009).

### ***Фонды (резервуар)***

Фонд – количество чего-либо, существующее в данный момент времени и измеряемое либо в денежных, либо физических единицах (2 тысячи рублей, 5 т макарон, 200 рейтинговых баллов и т.д.). Фонд в программном пакете iThink изображается прямоугольником, который способен накапливать, аккумулировать единицы фонда. Они пополняются через потоки входные и растратываются через выходные. По умолчанию фонд представляет собой резервуар, но существует еще 3 типа фондов: конвейер, очередь и печь.

Суть резервуара в том, что он просто суммирует все входящие потоки и вычитает все выходящие. Единицы измерения потоков для него эквивалентны, и разницы между потоками данный блок не делает.

Для того чтобы создать данный блок, необходимо нажать кнопку  и потом щелкнуть в том месте рабочего листа, в котором нужно поместить резервуар. Внешний вид резервуара показан на рисунке П2.1.

Если щелкнуть левой кнопкой мыши по блоку, то он будет выделен синим цветом. В этом состоянии можно изменить название резервуара. Если необходимо, чтобы название располагалось снизу или сбоку от резервуара, то надо мышью щелкнуть по названию, нажать клавишу «Ctrl» и, удерживая их нажатыми, перенести название в нужное место.

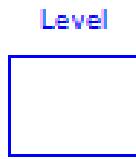


Рис. П2.1. Резервуар

На этапе числового описания модели (вкладка «Model» в левой части рабочей поверхности) на иконке резервуара появляется изображение знака вопроса (?), после двойного щелчка мышью появляется диалоговое окно определения числовых параметров резервуара (рис. П2.2).

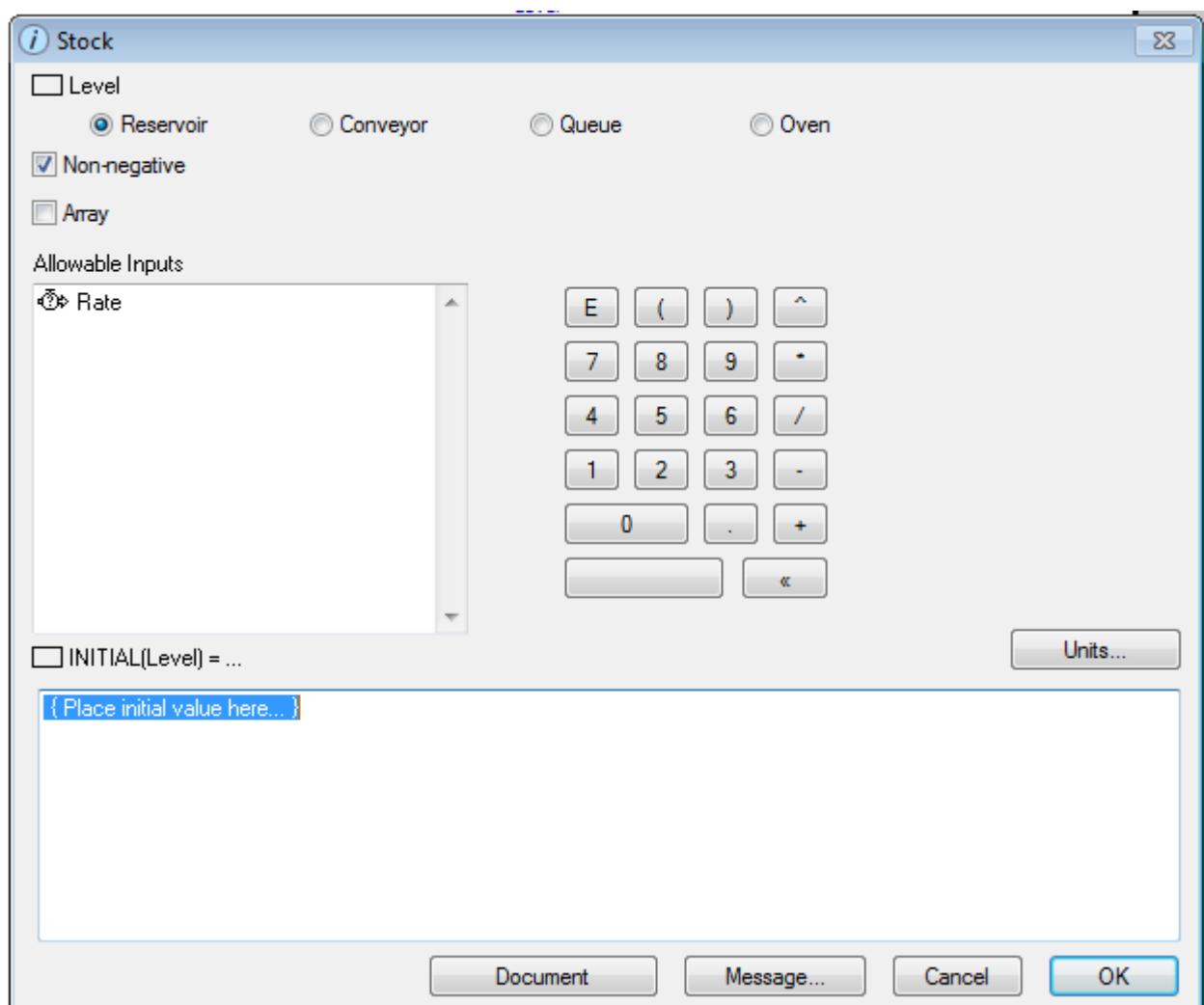


Рис. П2.2. Диалоговое окно определения параметров

Если флажок «Non-negative» включен, то значение резервуара не может быть отрицательным. Флажок «Array» используется для повторения аналогичных деталей при наличии одинаковых цепей в модели. В списке «Allowable Inputs» представлены доступные входные переменные для определения начального значения резервуара. Начальное значение может быть

константой или алгебраическим выражением. Вводить числа и знаки операций можно как с клавиатуры, так и с использованием кнопок в диалоговом окне.

## Поток

Поток – это процесс, протекающий непрерывно во времени, оценить который можно в физических или денежных единицах, соотнесенных с каким-либо временным интервалом (рубли в месяц, литры в час, стоимость акций на время закрытия биржи в данный день и т.д.). В iThink поток изображается фигурай состоящей из путепровода, вентиля, регулятора потока и указателя направления. Чтобы создать поток, необходимо нажать , затем нажать на левую кнопку мыши в том месте, откуда выходит поток, и провести до того места, где он заканчивается. Это может быть фонд, если поток ограничен, или любая точка рабочего листа, если поток неограничен.

По характеру использования, потоки подразделяются на ограниченные и неограниченные, односторонние и двунаправленные, конвертируемые и неконвертируемые.

На рисунке П2.3 приведен пример двунаправленного потока.

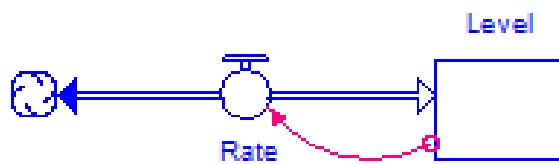


Рис. П2.3. Двунаправленный поток

После двойного щелчка на изображении потока открывается диалоговое окно определения потока. Это окно заполняется аналогично окну определения резервуара.

Диалоговое окно определения численных параметров потока представлено на рисунке П2.4. С помощью калькулятора можно вводить числа и символы. В списке «Required Inputs» перечислены параметры, которые могут использоваться для определения потока. Если щелкнуть по названию переменной, то оно появляется в окне инициализации потока. В списке «Builtins» перечислены все доступные функции, которыми можем пользоваться для определения потока. С помощью кнопки «Become Graphical Function» поток можно определить как графическую функцию.

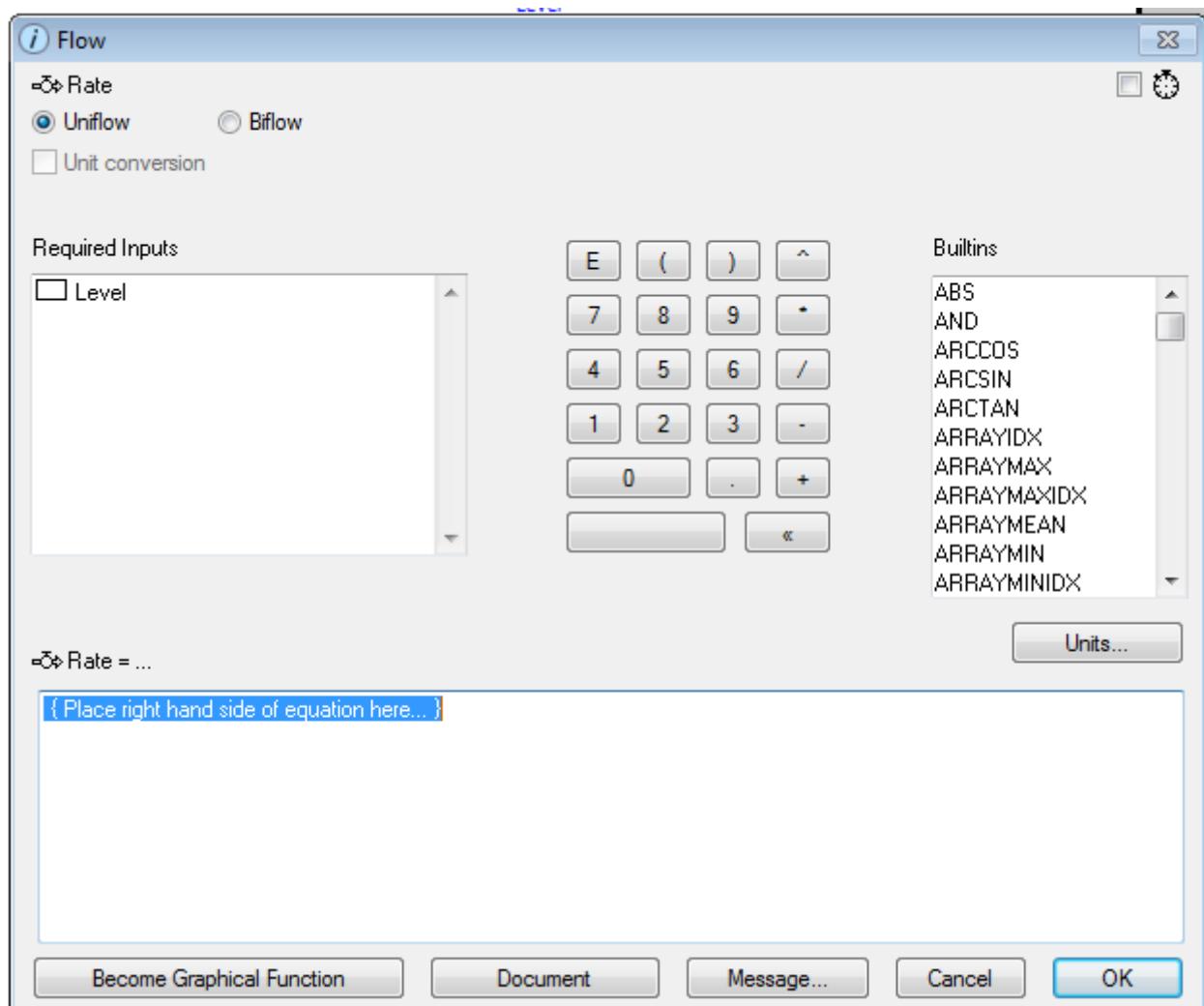


Рис. П2.4. Диалоговое окно параметров потока

### *Конвертор*

Конверторы в iThink – преобразователи модельных единиц, которые можно использовать для детализации и уточнения поведения потоковых схем. Изображаются они окружностями (рис. П2.5).



Рис. П2.5. Конвертор

Они могут содержать значения констант или внешних входных переменных, подсчитывать значения алгебраических выражений или использоваться для хранения графических функций. Для создания конвертора надо нажать кнопку , а потом щелкнуть по нужному месту рабочего листа.

Диалоговое окно определения конвертора содержит только поле ввода заметок и кнопку «units» для определения единиц измерения, поэтому заполняется так, как было сказано выше. Диалоговое окно определения числовых параметров конвертора показано на рисунке П2.6.

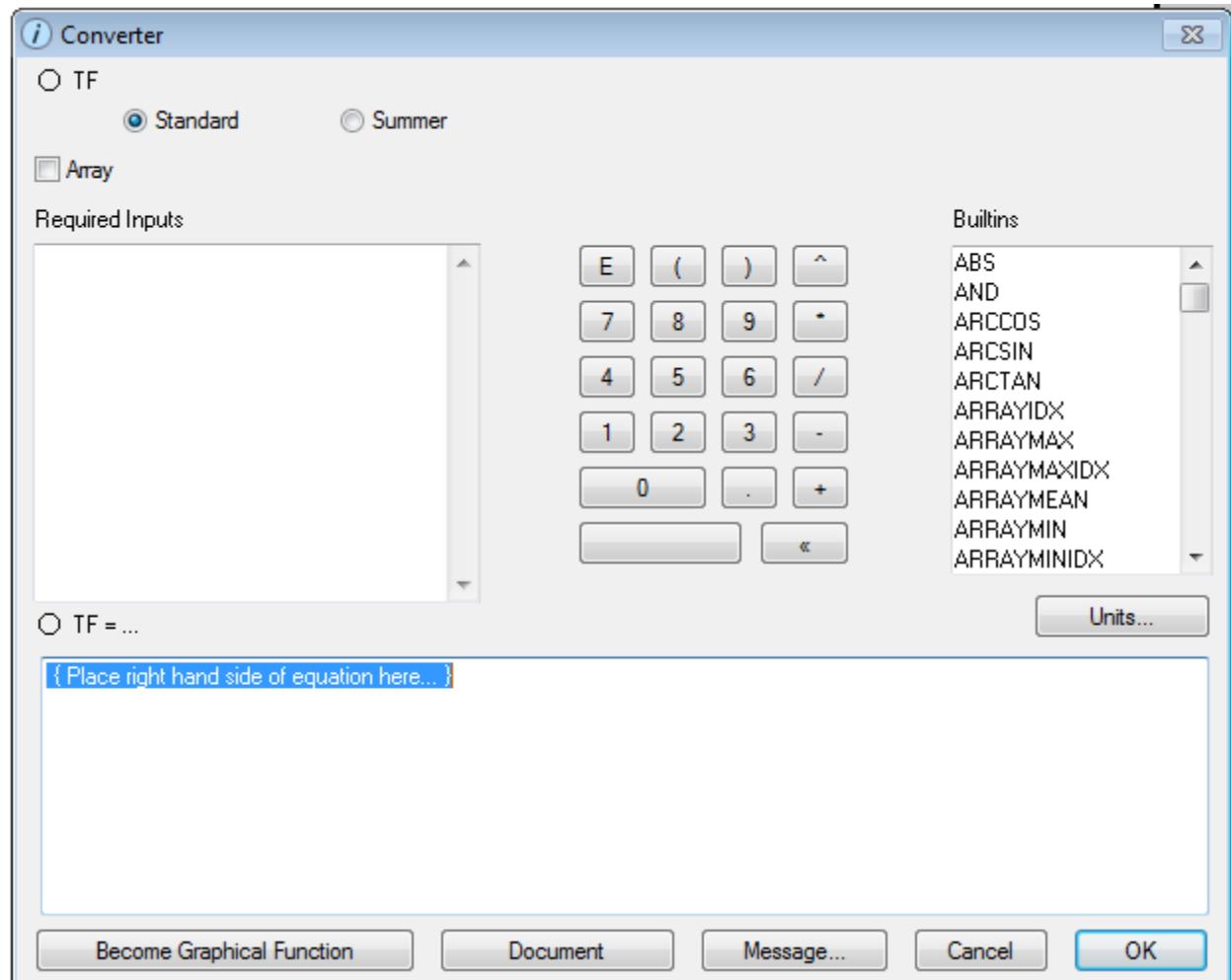


Рис. П2.6. Диалоговое окно параметров конвертора

Это окно заполняется аналогично окну определения числовых параметров потока. Рассмотрим кнопку «Become Graphical Function», с помощью которой можно задать графическую зависимость.

Графическая функция – это эскиз взаимосвязи между некоторым входным параметром (из списка «Required Inputs» или «Builtins») и выходом. Выбираем из указанных списков входной параметр (например, функцию TIME, которая является временем в модельной имитации) и щелкаем по нему, он появляется в поле инициализации конвертора. Затем нажимаем на кнопку «Become Graphical Function». Появляется диалоговое окно определения графической функции (рисунок П2.7).

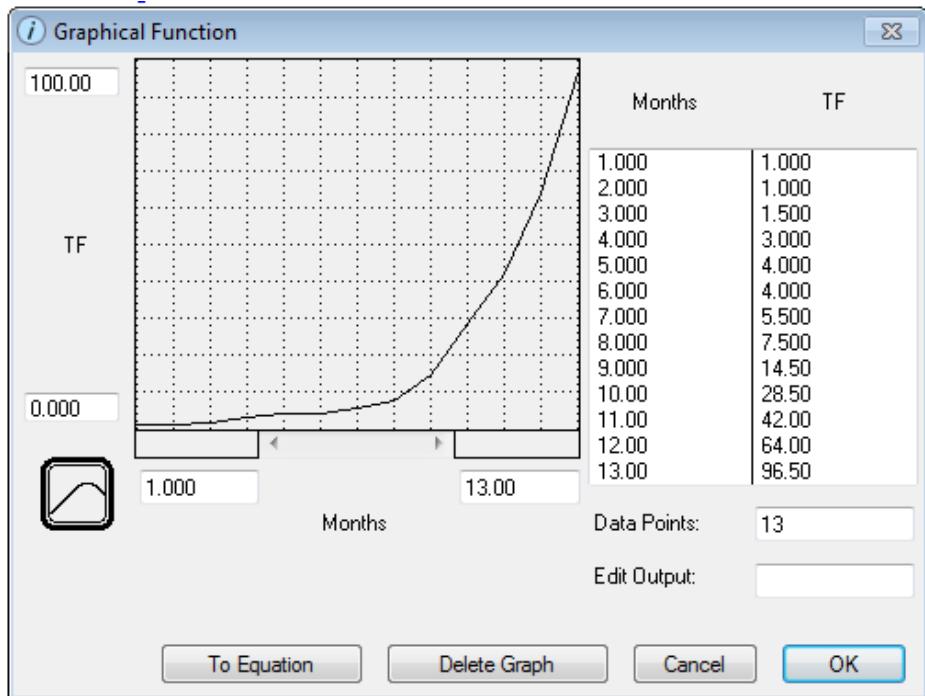


Рис. П2.7. Диалоговое окно графической функции

В полях, которые расположены рядом с осями, вводится минимум и максимум значений параметров на осях. График можно вводить двумя способами:

1. Щелкнуть мышкой внутри сетки, при этом появляются линии, которые соединяют заданные точки.
2. Задавать значения координат по оси Y в поле «Edit Output». Для этого надо сначала выделить в таблице то значение входа, для которого хотите ввести выходное значение, а потом в поле «Edit Output» ввести это значение.

С помощью кнопки «Delete Graph» график можно удалить, а с помощью кнопки «To Equation» вернуться в окно определения числовых параметров конвертора. В поле «Data Points» вводится количество точек, для которых мы будем задавать координаты Y. Если количество точек больше 13, то график будет иметь полосу прокрутки. Всего может быть до 1500 точек. Чтобы увидеть график целиком, надо нажать клавишу «Alt».

### **Коннектор**

Коннектор предназначен для связи между собой элементов модели. Существуют два вида коннекторов: действующий коннектор (сплошная розовая стрелка) и информационный коннектор (пунктирная розовая стрелка). Надо отметить, что коннектор не может указывать на фонд, так как его значение можно изменять только с помощью потока.

Чтобы нарисовать коннектор, надо нажать на кнопку  . Вид коннектора можно выбрать из открывющейся палитры. Рисуется коннектор также как поток, но он обязательно должен связывать между собой два строительных блока.

Следует отметить, что при создании коннекторов в модели могут возникнуть окна с предупреждениями:

1. Если пытаться зациклить модель, то есть соединить первый блок цепи с последним, возникает окно, представленное на рисунке П2.8. Фатальное зацикливание запрещено в пакете iThink, так как может привести к бесконечной работе модели.
2. Если один коннектор уже нарисован, и вы пытаетесь соединить те же блоки вторым, то возникнет окно (рис. П2.8):

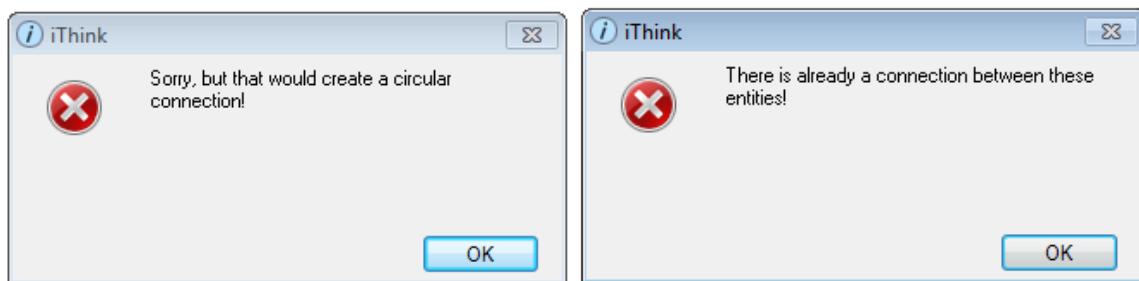


Рис. П2.8. Предупреждения

## ***Объекты***

В пакете iThink существуют различные объекты, которые позволяют достичь наглядности в работе и вывести результаты работы модели. Семь из них доступны только на уровне интерфейса. Это Цикл, Индикатор состояния, Переключатель, Устройство графического ввода данных, Ручка, Устройство для ввода данных в виде таблицы и Слайдер. Фрейм сектора доступен только на модельном уровне. Остальные шесть объектов: Кнопка, График, Таблица, Текст, Рисунок и Числовой дисплей доступны и на модельном уровне, и на уровне интерфейса.

### График

Для того чтобы создать график, надо нажать на кнопку  и щелкнуть в том месте рабочего листа, где нужно его разместить. На схеме появится небольшая иконка с изображением графика и его названием (рис. 2.9)



**Graph 1**

Рис. П2.9. График

Иконку можно переместить в любое место схемы модели, кроме того, можно изменить название графика. Чтобы увидеть изображение графика, надо два раза щелкнуть левой кнопкой мыши по этой иконке. Окно графика показано на рисунке П2.10.

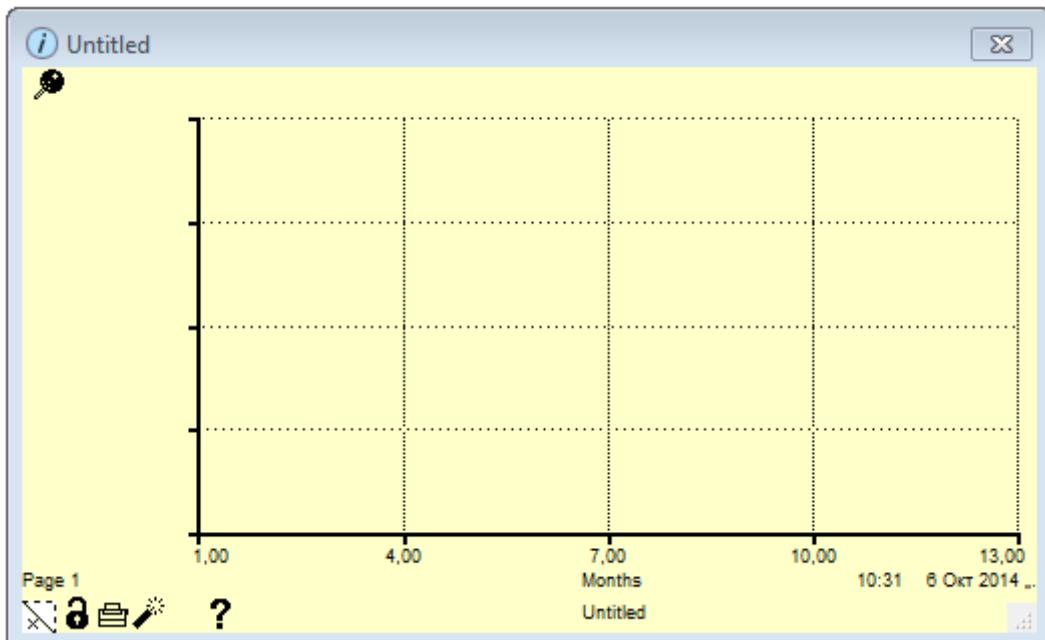


Рис. П2.10. Окно графика

В строке заголовка указывается название графика, но не то, которое написано под иконкой. Если нажать кнопку «закрыть» в строке заголовка, то окно графика будет закрыто, но в модели останется иконка. В левом верхнем углу находится кнопка с изображением кнопки, которая позволяет прикрепить график к рабочему листу. В этом случае он будет виден при любых перемещениях между уровнями и элементами модели. В нижней части окна графика находится так называемая строка состояния графика. В ней указано дата и время последнего запуска модели, название оси X, название графика. В левом нижнем углу находится несколько кнопок. В белом квадрате указывается номер страницы, если страница одна то стоит x. Замок позволяет запретить доступ к изменениям в графике. Следующая кнопка с изображением принтера, дает возможность напечатать график. Динамит очищает содержимое графика. Знак вопроса вызывает окно, в котором можно задать некоторые комментарии к графику. Если два раза щелкнуть мышкой по окну графика, то появляется диалоговое окно определения графика (рис. П2.11).

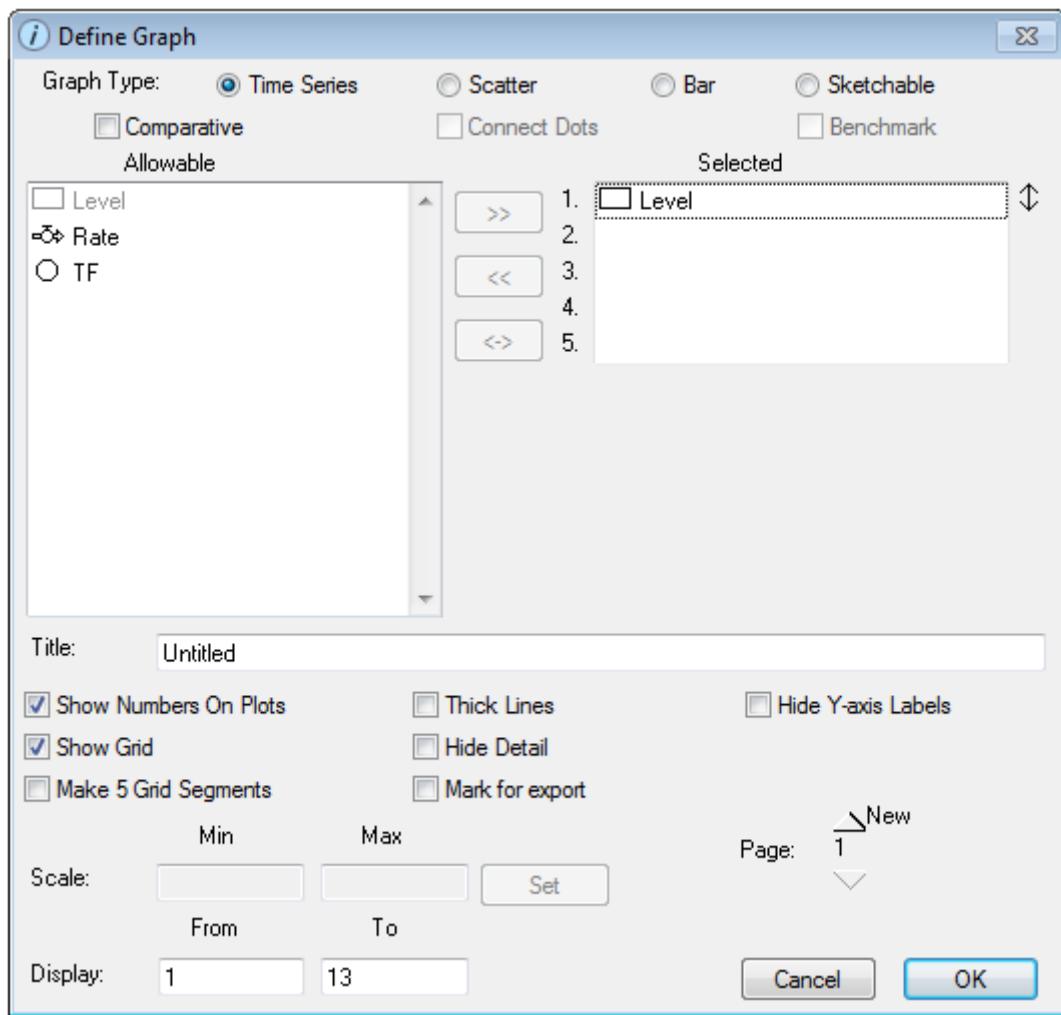


Рис. П2.11 Диалоговое окно определения графика

В верхней строке «Graph Type» с помощью переключателя задается тип графика:

1. «Time Series» – это тип графика, который установлен по умолчанию. Он представляет собой временной ряд, то есть зависимость выбранной переменной от модельного времени.
2. «Scatter» – тип графика, который отражает зависимость значение одной переменной от другой. В этом случае можно выбрать только две переменных, которые и будут соответствовать осям. При данном типе графика становится активным флажок «Connect Dots», выбрав который точки на графике, отображающие зависимость переменных, будут соединены линиями.
3. «Bar graphs» – тип графика, который представляет переменную в виде столбчатой диаграммы. Если мы хотим сравнить какие-либо значения, то столбчатая диаграмма успешно справится с этой задачей.
4. «Sketchable» – позволяет создать так называемый эскиз графика, то есть ожидаемое значение переменной в сравнении с настоящим значением после симуляции. В этом случае становится активным флажок «Benchmark», который позволяет пользователям

перерисовывать эскиз целиком в любой момент времени в течение симуляции.

Флажок «Comparative» часто используется в сочетании с анализом чувствительности. Если флажок отмечен, то график будет сравнительным, и, при нажатии на «?» в левом нижнем углу окна графика, появится ведомость, в которой указаны последние параметры анализа чувствительности, установленные при описании графика.

При помощи списков «Allowable» и «Selected» можно из всех доступных переменных выбрать те переменные, которые будут отображаться на графике. С помощью >> переменная перемещается из списка «Allowable» в список «Selected»; с помощью кнопки << из списка «Selected» в список «Allowable», и с помощью кнопки <-> две переменные из разных списков меняются местами.

Опции графика определяются флагками:

1. «Show Number On Plots» – показывает на линии графика его номер.
2. «Show Grid» – показывает сетку на графике.
3. «Make 5 Grid Segments» – делит сетку на 5 частей по оси X. Если флагок не отмечен, то ось разделена на 4 части.
4. «Thick lines» – если отметить флагок, то график будет нарисован жирной линией.

В поле «Title» можно ввести заголовок графика. В поле «Display» установить начало и конец оси X. Надо отметить, что значение, указанное в поле «To», не должно превышать длительности симуляции. С помощью стрелок вверх и вниз рядом с надписью «Page» можно перемещаться между страницами или создавать новые страницы.

### Таблица

Объект таблица позволяет вывести числовые результаты моделирования в виде таблицы. Для того чтобы создать таблицу, необходимо нажать кнопку  , а потом щелкнуть по рабочему листу. На схеме модели появится иконка (рис. П2.12)



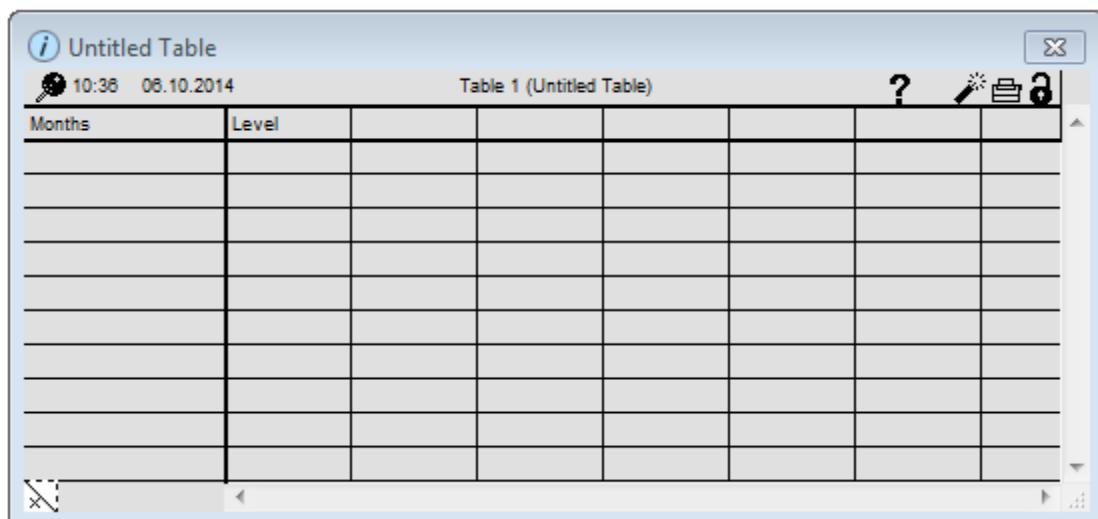
Table 1

Рис. П2.12. Таблица

Эту иконку можно перемещать по рабочему листу, изменять название. Для того чтобы увидеть непосредственно таблицу, надо два раза щелкнуть мышкой по этой иконке. Внешний вид таблицы показан на рисунке П2.13.

Строка состояния таблицы аналогична строке состояния графика, но находится над таблицей. В ней также указано название таблицы, дата и время последнего изменения модели. С помощью кнопок в верхнем правом углу

строки состояния находятся кнопки, с помощью которых можно прочитать заметки к таблице, очистить ее содержимое, распечатать таблицу и закрыть доступ к ее изменению.



Months	Level					

Рис. П2.13. Окно таблицы

### *Анализ чувствительности*

Анализ чувствительности (меню «Run», пункт «Sensi Specs») определяется через диалоговое окно, показанное на рисунке П2.14. Это диалоговое окно позволяет установить характеристики анализа чувствительности, а также позволяет его «включить». Рассмотрим подробнее компоненты этого диалогового окна:

1. Нужно выбрать ту переменную (ые), которая необходима (ы), из списка допустимых величин (список содержит все переменные, которые имеют постоянное значение). Щелкните кнопку >>, чтобы загрузить переменную (ые) в список отобранных величин. Можно изменить процедуру, удалив переменные из списка отобранных величин.
2. Далее следует определить, сколько запусков необходимо (до 1000) в сессии анализа чувствительности. Этот выбор недоступен, если выбран «Import Data».
3. Кнопки для перехода к построению графика или таблицы.
4. Выбор этой кнопки учитывает перенос данных, форматированных как числа, из буфера обмена Windows в список с заголовком Run#/Value справа.
5. Необходимо выбрать переменную из списка отобранных величин. Далее надо определить, как ее значения изменяются в течение анализа чувствительности. Значения появятся в списке заголовка Run#/Value.

6. Флажки, которые позволяют включить анализ чувствительности и печатать отчет установок сравнительных графиков и таблиц.

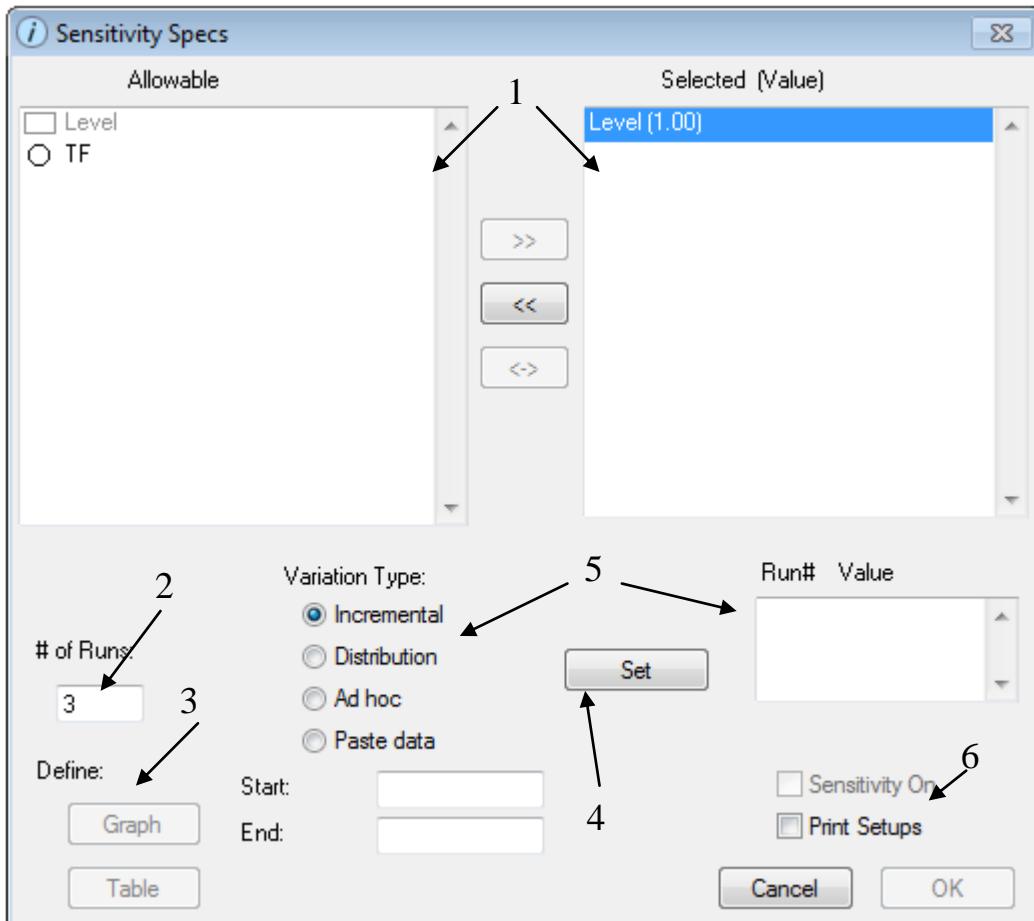


Рис. П2.14. Диалоговое окно анализа чувствительности

Когда выбрана любая переменная, которая была введена в список отобранных величин, то можно определить, как его значения изменятся в рамках анализа чувствительности. Различают следующие типы данных: Incremental, Distribution, и Ad Hoc; Import Data. Каждый тип имеет свои специфические особенности изменения (рис. П2.15):

1. Для возрастающего изменения, задайте значения начала и конца. Нажмите кнопку «Set». Программное обеспечение само назначит соответствующие промежуточные значения.
2. Для моментального изменения, задайте в Ad Hoc Value значение и нажмите «Enter».
3. Чтобы задать нормальное распределение для анализа чувствительности, задайте среднее, стандартное отклонение и случайное число. Щелкните кнопку «set». Нажмите на кнопку колоколообразной кривой для выбора однородного распределения. Seed должно быть неотрицательным целым числом для распределения. Программное обеспечение выбирает random seed при seed равном нулю, что означает, что выбранная последовательность

случайных чисел не будет повторяться, если будут изменяться значения переменной. Когда используется положительное целое число для seed, то гарантируется способность копировать случайную специфическую последовательность числа в последующих запусках анализа чувствительности.

- Сначала нужно скопировать числовой набор данных в буфер обмена. Щелкните кнопкой «Import Data», и новая кнопка «Import» появится слева от списка Run# / Value. Щелчок по этой кнопке скопирует данные в список. Число запусков будет автоматически соответствовать числу значений.

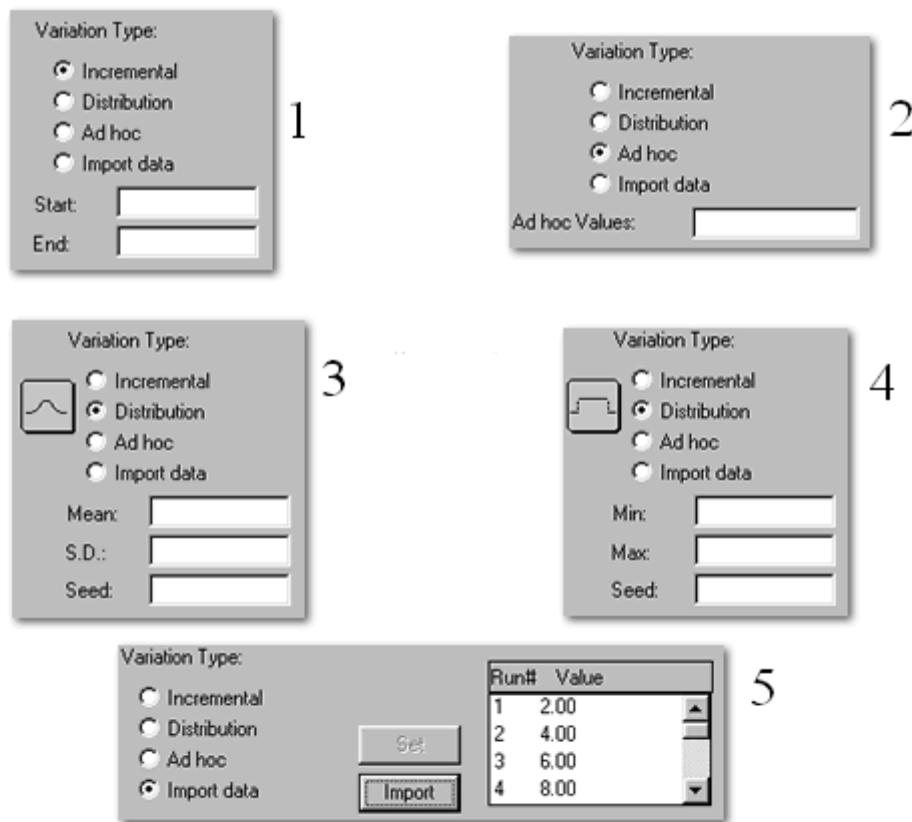


Рис. П2.15. Типы изменения данных анализа чувствительности

### Приложение 3. Работа с пакетом Simulink

Программа Simulink является приложением к пакету MATLAB. При моделировании с использованием Simulink реализуется принцип визуального программирования, в соответствии с которым, пользователь на экране из библиотеки стандартных блоков создает модель устройства и осуществляет расчеты (Цисарь И.Ф., 2014), (Черных И.В., 2003).

Библиотека Simulink содержит следующие основные разделы:

- Continuous – линейные блоки
- Discontinuities - нелинейные элементы
- Discrete – дискретные блоки
- Logic and Bit Operations – логические и побитовые операции
- Lookup Tables - блок одномерной таблицы
- Math Operations – блоки математических операций
- Model Verification – проверка модели
- Model-Wide Utilities – блоки информации о модели
- Port & Subsystems – создание подсистем
- Signal Attributes – сигналы и системы
- Signal Routing – маршрутизация сигналов
- Sinks - регистрирующие устройства
- Sources — источники сигналов и воздействий
- User-Defined Functions – пользовательские функции

#### *Библиотека Continuous*

1. Блок Integrator выполняет интегрирование входного сигнала (рис. П3.1).



Рис. П3.1. Блок Integrator

Параметры (рис. П3.2):

External reset – Внешний сброс. Тип внешнего управляющего сигнала, обеспечивающего сброс интегратора к начальному состоянию. Выбирается из списка:

- none – нет (сброс не выполняется),
- rising - нарастающий сигнал (передний фронт сигнала),
- falling - спадающий сигнал (задний фронт сигнала),
- either – нарастающий либо спадающий сигнал,

- level – не нулевой сигнал (сброс выполняется, если сигнал на управляющем входе становится равным нулю).

В том случае, если выбран какой-либо (но не none), тип управляющего сигнала, то на изображении блока появляется дополнительный управляющий вход. Рядом с дополнительным входом будет показано условное обозначение управляющего сигнала.

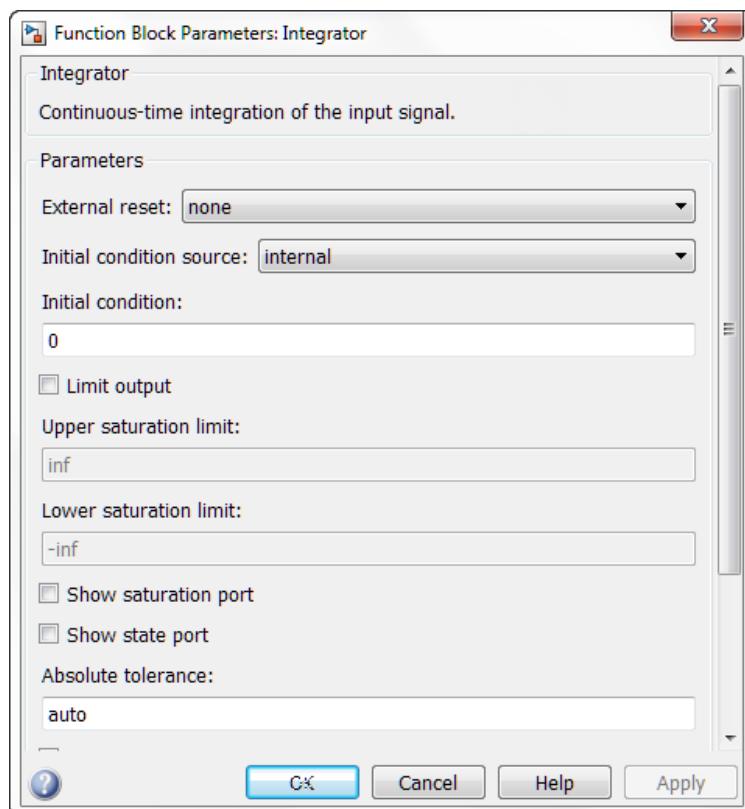


Рис. П3.2. Параметры блока Integrator

**Initial condition source** — Источник начального значения выходного сигнала. Выбирается из списка:

- internal – внутренний
- external – внешний. В этом случае на изображении блока появляется дополнительный вход, обозначенный  $x_0$ , на который необходимо подать задающий начальное значение выходного сигнала интегратора.

**Initial condition** — Начальное условие. Установка начального значения выходного сигнала интегратора. Параметр доступен, если выбран внутренний источник начального значения выходного сигнала.

**Limit output** (флажок) — Использование ограничения выходного сигнала.

**Upper saturation limit** — Верхний уровень ограничения выходного сигнала. Может быть задан как числом, так и символьной последовательностью inf, то есть + .

Lower saturation limit — Нижний уровень ограничения выходного сигнала. Может быть задан как числом, так и символьной последовательностью inf, то есть - .

Show saturation port — управляет отображением порта, выводящего сигнал, свидетельствующий о выходе интегратора на ограничение. Выходной сигнал данного порта может принимать следующие значения:

- Ноль, если интегратор не находится на ограничении.
- +1, если выходной сигнал интегратора достиг верхнего ограничивающего предела.
- -1, если выходной сигнал интегратора достиг нижнего ограничивающего предела.

Show state port (флажок) — Отобразить/скрыть порт состояния блока. Данный порт используется в том случае, если выходной сигнал интегратора требуется подать в качестве сигнала обратной связи этого же интегратора. На пример, при установке начальных условий через внешний порт или при сбросе интегратора через порт сброса. Выходной сигнал с этого порта может использоваться также для организации взаимодействия с управляемой подсистемой.

Absolute tolerance — Абсолютная погрешность.

2. Блок фиксированной задержки сигнала Transport Delay обеспечивает задержку входного сигнала на заданное время.



Рис. П3.3. Блок Transport Delay

Параметры (рис. П3.4):

Time Delay — Время задержки сигнала (не отрицательное значение).

Initial output — Начальное значение выходного сигнала.

Initial buffer size — Размер памяти, выделяемой для хранения задержанного сигнала. Задается в байтах числом, кратным 8 (по умолчанию 1024).

Use fixed buffer size (флажок) – Использовать фиксированный размер памяти.

Direct feedthrough of input during linearization (флажок) – Прямое прохождение сигнала при линеаризации.

Pade order (for linearization) — Порядок ряда Паде, используемого при аппроксимации выходного сигнала. Задается целым положительным числом.

При выполнении моделирования значение сигнала и соответствующее ему модельное время сохраняются во внутреннем буфере блока Transport Delay. По истечении времени задержки значение сигнала, извлекается из буфера и

передается на выход блока. В том случае, если шаги модельного времени не совпадают со значениями моментов времени для записанного в буфер сигнала, блок Transport Delay выполняет аппроксимацию выходного сигнала.

В том случае, если начального значения объема памяти буфера не хватит для хранения задержанного сигнала, Simulink автоматически выделит дополнительную память. После завершения моделирования в командном окне MATLAB появится сообщение с указанием нужного размера буфера.

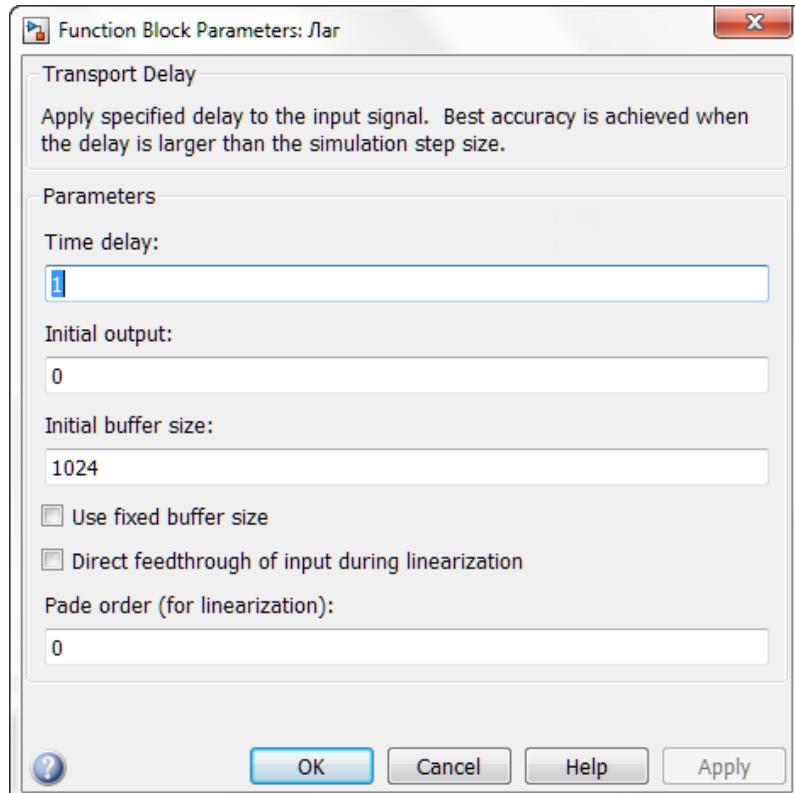


Рис. П3.4. Параметры блока Transport Delay

### *Библиотека Math Operations*

Усилитель Gain (рис. П3.5) выполняет умножение входного сигнала на постоянный коэффициент.



Рис. П3.5. Усилитель Gain

Параметры (рис. П3.6):

Gain – Коэффициент усиления.

Multiplication – Способ выполнения операции. Может принимать значения (из списка):

- Element-wise  $K^*u$  – Поэлементный.
- Matrix  $K^*u$  – Матричный. Коэффициент усиления является левосонним операндом.
- Matrix  $u^*K$  – Матричный. Коэффициент усиления является правосторонним операндом.

Sample time (-1 for inherited) (флажок) – время выборки, по умолчанию (при наследовании из модели) -1.

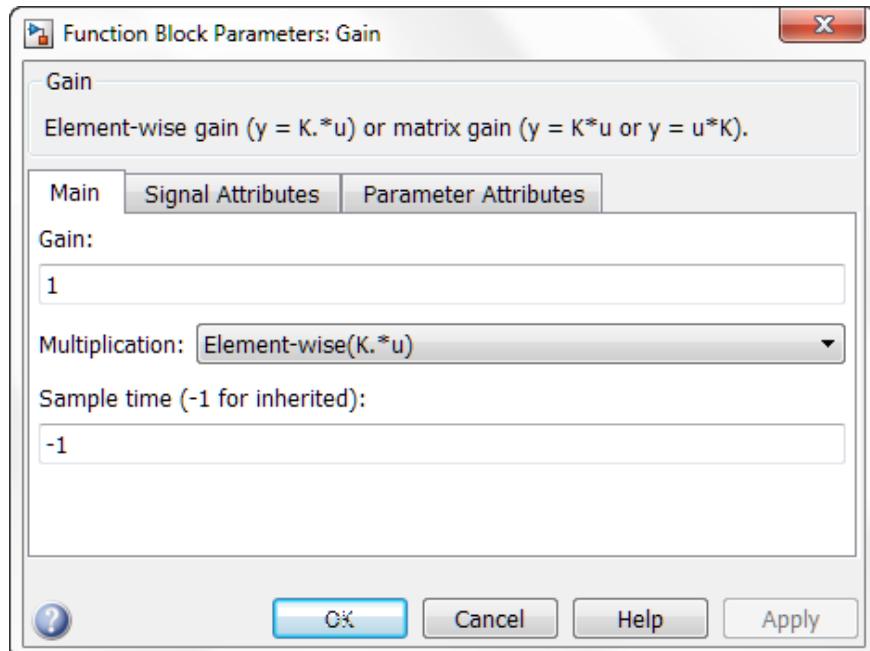


Рис. П3.6. Параметры усилителя Gain

### *Библиотека Sources*

Источник постоянного сигнала Constant задает постоянный по уровню сигнал (рис. П3.7).



Рис. П3.7. Источник постоянного сигнала Constant

Параметры (рис. П3.8):

Constant value - Постоянная величина.

Interpret vector parameters as 1-D (флажок) – Интерпретировать вектор параметров как одномерный.

Sampling mode – режим работы

Sampling time – время работы.

Значение константы может быть действительным или комплексным числом, вычисляемым выражением, вектором или матрицей.

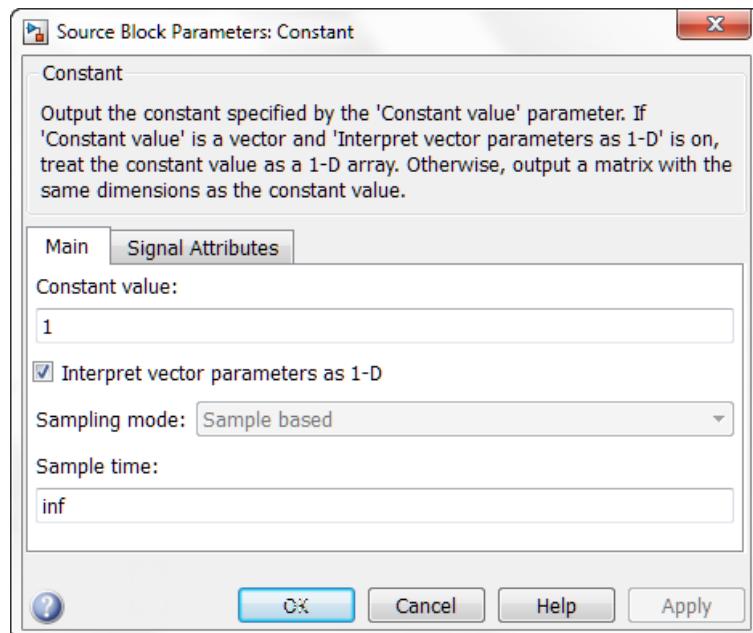


Рис. П3.8. Параметры блока Constant

### ***Библиотека Sinks***

Осциллограф Scope (рис. П3.9) строит графики исследуемых сигналов в функции времени. Позволяет наблюдать за изменениями сигналов в процессе моделирования.

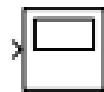


Рис. П3.9. Осциллограф Scope

### ***Библиотека Signal Routing***

1. Мультиплексор (смеситель) Mux объединяет входные сигналы в вектор (рис. П3.10).

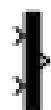


Рис. П3.10. Блок Mux

Параметры (рис. П3.11):

Number of Inputs - Количество входов.

Display option - Способ отображения. Выбирается из списка:

- bar - Вертикальный узкий прямоугольник черного цвета.
- signals - Прямоугольник с белым фоном и отображением меток входных сигналов.
- none - Прямоугольник с белым фоном без отображения меток входных сигналов.

Входные сигналы блока могут быть скалярными и (или) векторными. Сигналы, подаваемые на входы блока должны быть одного типа (действительного или комплексного).

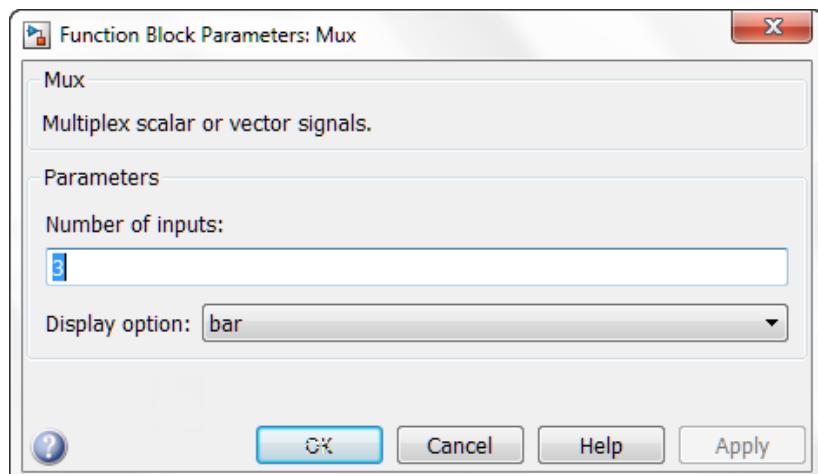


Рис. П3.11. Параметры блока Mux

2. Блок ручного переключателя Manual Switch выполняет переключение входных сигналов по команде пользователя (рис. П3.12).



Рис. П3.12. Переключатель Manual Switch

Командой на переключение является двойной щелчок левой клавишей «мыши» на изображении блока. При этом изображение блока изменяется, показывая, какой входной сигнал в данный момент проходит на выход блока. Переключение блока можно выполнять как до начала моделирования, так и в процессе расчета.

### *Библиотека User-Defined Functions*

Блок задания функции Fcn задает выражение (рис. П3.13).



Рис. П3.13. Блок задания функции Fcn

Параметры:

**Expression** – Выражение, используемое блоком для вычисления выходного сигнала на основании входного. Это выражение составляется по правилам, принятым для описания функций на языке С. В выражении можно использовать следующие компоненты.

- Входной сигнал в выражении обозначается *u*, если он является скаляром. Если входной сигнал – вектор, необходимо указывать номер элемента вектора в круглых скобках. Например, *u(1)* и *u(3)* – первый и третий элементы входного вектора.
- Константы.
- Арифметические операторы (+ – \* /).
- Операторы отношения (= = != > < >= <=).
- Логические операторы (&& || !).
- Круглые скобки.
- Математические функции: abs, acos, asin, atan, atan2, ceil, cos, cosh, exp, fabs, floor, hypot, ln, log, log10, pow, power, rem, sgn, sin, sinh, sqrt, tan, и tanh.
- Переменные из рабочей области. Если переменная рабочей области является массивом, то ее элементы должны указываться с помощью индексов в круглых скобках. Например, *A(1,1)* - первый элемент матрицы *A*.

Операторы отношения и логические операторы возвращают значения в виде логического нуля (FALSE) или логической единицы (TRUE). Блок не поддерживает матричные и векторные операции. Выходной сигнал блока всегда – скаляр.

### *Компонента SimEvents*

Для открытия библиотек SimEvents следует в командной строке набрать *simeventslib* (Файзутдинов Р.Н., 2013). В появившемся окне отображены иконки, представляющие все разделы библиотеки блоков *simevents* (рис. П3.14).

Основные блоки, описывающие ключевые процессы для моделирования СМО: генерации сущностей (блок Time-Based Entity Generator), хранения сущностей в очереди (блок – FIFO Queue), обслуживания сущностей (блок – Single Server), завершения путей сущностей (блок Entity Sink) и отображения информации о ходе моделирования (блок – Signal Scope).

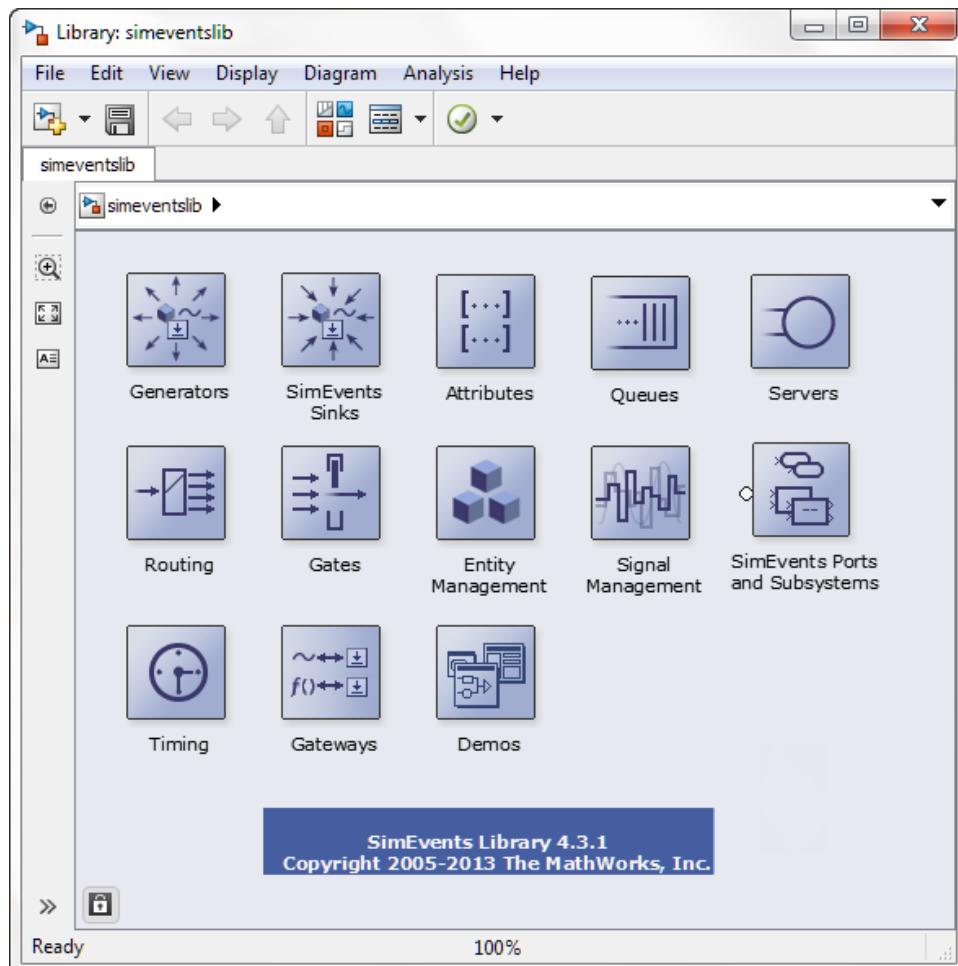


Рис. П3.14. Окно библиотеки SimEvents

1. Time-Based Entity Generator (Раздел Generators/Entity Generator) – блок генерирует сущности в моменты времени, определяемые входным сигналом или статистическим распределением (рис. П3.15).



Рис. П3.15. Генератор сущностей

Порядок генерирования определяется значением параметра Generate entities upon: Intergeneration time from dialog – моменты времени генерации определяются в зависимости от параметров в диалоговых полях блока (рис. П3.16).

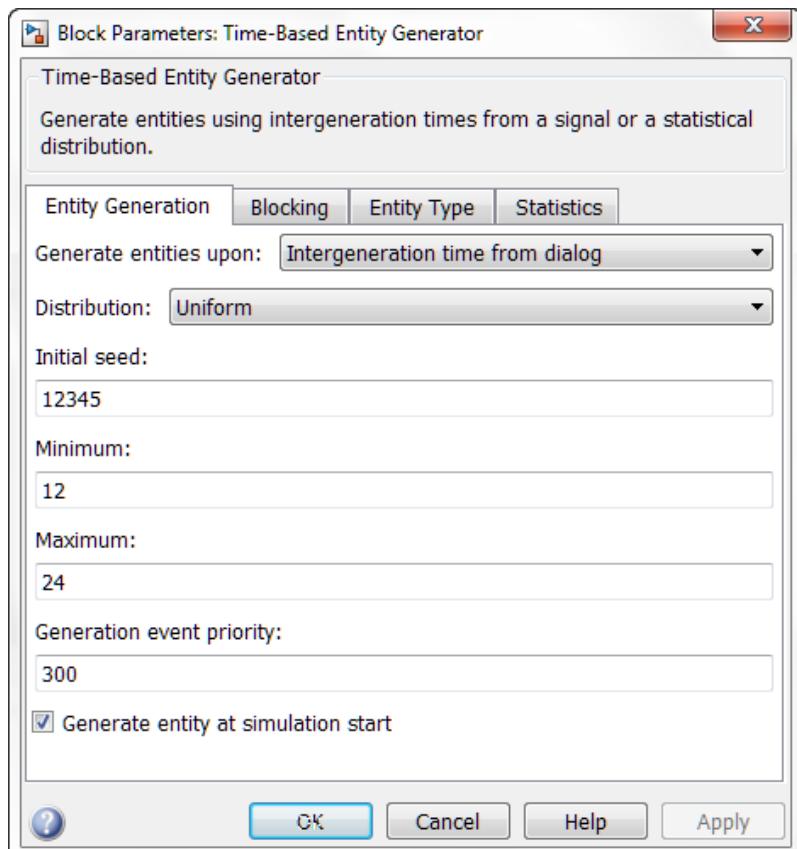


Рис. П3.16. Параметры блока генерации сущностей

Тип распределения моментов генерации определяется полем Distribution. Возможные значения:

- Constant (постоянное) – постоянное время между генерируемыми событиями задается в поле Period.
- Uniform (равномерное) – случайное равномерное распределение задается диапазоном в полях Minimum и Maximum.
- Exponential – экспоненциальное распределение задается параметром Mean (среднее).

При установке параметра распределения в значения Uniform или Exponential в диалоговом окне имеется также параметр Initial seed, определяющий генерируемый набор случайных чисел. Для фиксированного значения этого параметра случайная последовательность при следующем запуске модели повторится. Типично, значение этого параметра устанавливается в большое (например, пятизначное) нечетное число.

Intergeneration time from port t – моменты времени генерации определяются через сигнальный порт t, информации с которого считывается при старте моделирования и в каждый момент генерации новой сущности. Сигнал должен быть событийным (event-based). Если выставлено это значение, то у блока появляется дополнительный сигнальный порт t.

Для сбора статистики блока нужно отметить галочкой нужные сигналы на вкладке Statistics в панели свойств блока. Если отмечен соответствующий пункт, то у блока появляется новый сигнальный выходной порт, на который

выводится соответствующая статистическая информация. Например, #d – число сущностей покинувших блок после начала моделирования; w – среднее время между генерациями сущностей.

2. FIFO Queue (рис. П3.17) – блок одновременно хранит до N сущностей, где N – значение параметра Capacity (Емкость). Блок пытается выпустить сущность через выходной порт OUT, однако если порт OUT блокирован, то сущность остается в блоке. Если в блоке хранятся несколько сущностей, то сущности покидают блок в соответствии с дисциплиной первый вошел – первый вышел (first in – first out (FIFO)). Если блок уже хранит N сущностей, то входной порт IN блока не доступен.



Рис. П3.17. Блок хранения сущностей в очереди

Для сбора статистики блока нужно отметить галочкой нужные сигналы на вкладке Statistics в панели свойств блока (рис. П3.18). Если отмечен соответствующий пункт, то у блока появляется новый сигнальный выходной порт, на который выводится следующая статистическая информация:

#d – число сущностей покинувших блок через порт OUT после начала моделирования;

#n – число сущностей в очереди;

w – среднее время ожидания в этом блоке для всех сущностей, покинувших блок через любой порт;

len – среднее число сущностей в очереди по времени, то есть средний по времени сигнал #n.

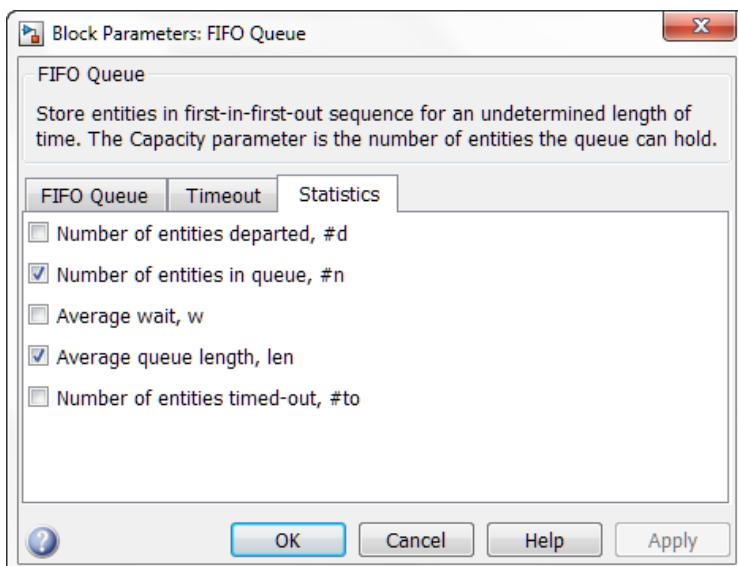


Рис. П3.18. Параметры блока хранения сущностей в очереди

3. Single Server (рис. П3.19) – блок обслуживает одновременно одну сущность за некоторый интервал времени и затем пытается выпустить сущность через выходной порт OUT. Если порт OUT блокирован, то сущность остается в блоке до тех пор пока выходной порт не разблокируется.

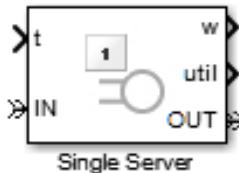


Рис. П3.19. Блок обслуживания сущностей

Время обслуживания (Service Time) определяется через параметры, атрибуты или сигналы в зависимости от значения параметра Service Time From. Блок определяет время обслуживания сущности при ее поступлении. Времена обслуживания определяются в секундах.

Значения параметра Service Time From:

Dialog – значения времени обслуживания задаются в поле параметра Service Time;

Attribute – значения времени обслуживания задаются атрибутом, имя которого указано в поле параметра Attribute name;

Signal port t – значения времени обслуживания задаются через сигнальный порт t. Сигнал должен быть событийным (event-based). Если выставлено это значение, то у блока появляется дополнительный сигнальный порт t.

Для сбора статистики блока нужно отметить галочкой нужные сигналы на вкладке Statistics в панели свойств блока. Если отмечен соответствующий пункт, то у блока появляется новый сигнальный выходной порт, на который выводится следующая статистическая информация (рис. П3.20):

#d – число сущностей покинувших блок через порт OUT после начала моделирования;

#n – число сущностей в сервере, 0 или 1;

w – среднее время ожидания в этом блоке для всех сущностей, покинувших блок;

util – утилизация сервера, то есть доля времени моделирования, использованная на хранение сущностей. В начале моделирования утилизация равна 0 или 1 в зависимости от того хранит ли сервер сущность.

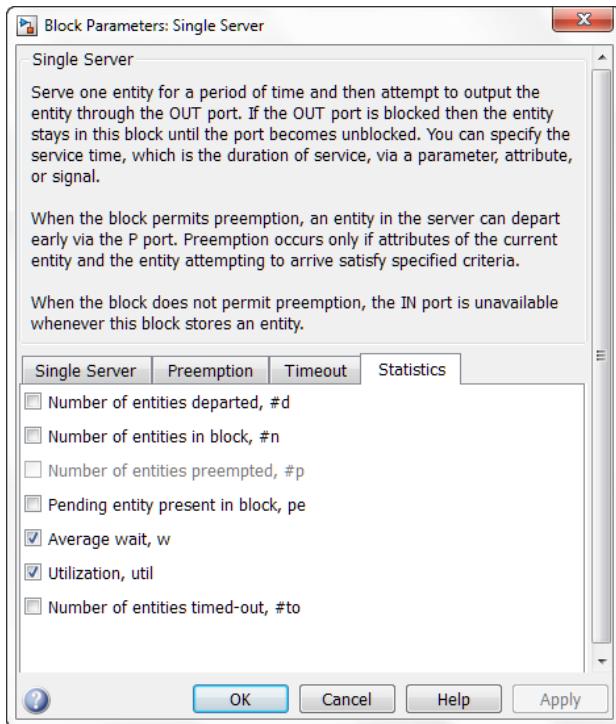


Рис. П3.20. Параметры блока обслуживания сущностей

4. Для завершения путей сущностей используется блок Entity Sink (рис. П3.21).



Рис. П3.21. Блок завершения путей сущностей

Параметры блока (рис. П3.22):

Input port available for entity arrivals – если выбран этот параметр, то блок принимает прибывающие сущности, в противном случае – блок сущности не принимает, а при попытке прибытия сущности выдается сообщение об ошибке.

Report number of entities arrived, #a – при выборе параметра у блока появляется сигнальный порт #a, на котором после каждого прибытия сущности выдается информация о количестве принятых блоком сущностей. Начальное значение сигнала после начала моделирования до первого обновления блока равно 0.

5. Для вывода результатов моделирования в виде графиков используется блок Signal Scope из раздела библиотеки SimEvents Sinks (рис. П3.23).

Блок создает график, используя данные из событийного сигнала. Данные, откладываемые по вертикальной оси, берутся из сигнала, связанного с входным сигнальным портом in.

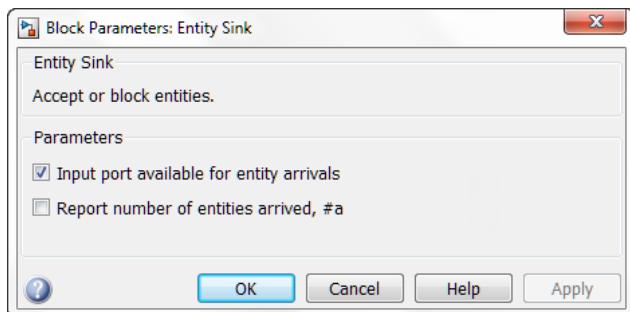


Рис. П3.22. Параметры блока завершения путей сущностей



Рис. П3.23. Блок для построения графиков

Параметры блока (рис. П3.24):

Plot type – тип графика: Stair – ступенчатый; Continuous – непрерывный.

Тип графика не меняет дискретный сигнал на непрерывной, а только определяет способ отображения графика.

Данные для горизонтальной оси определяются параметром X value from: Event time – выводится график данных с порта in по времени моделирования; Index – выводится график данных с порта in по их индексу, т.е. первое значение имеет индекс 1, второе – 2 и т.д.

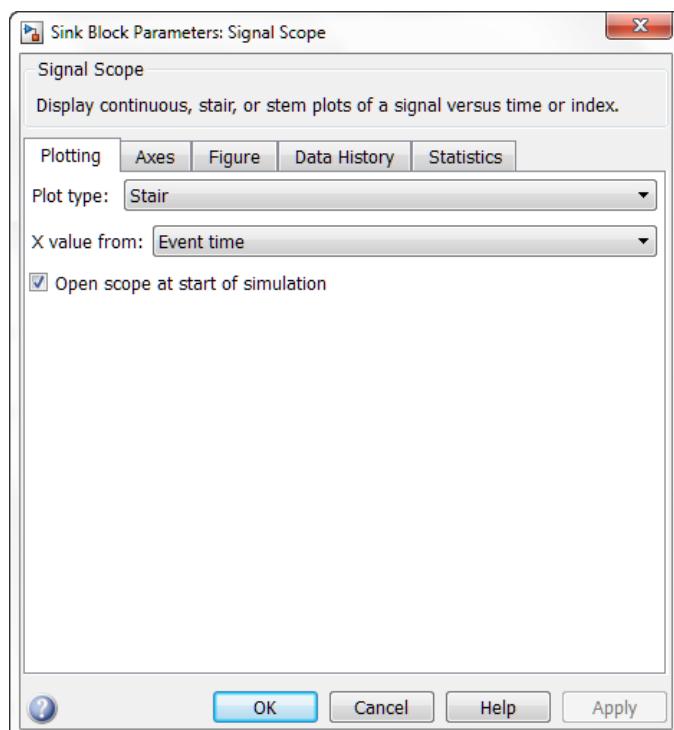


Рис. П3.24. Параметры блока построения графиков.

Ольга Владимировна **Мичасова**

**ИМИТАЦИОННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ  
ЭКОНОМИЧЕСКИХ СИСТЕМ:  
ПРОЕКТНО-ОРИЕНТИРОВАННЫЙ ПОДХОД**

*Учебно-методическое пособие*

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего профессионального образования  
«Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского».  
603950, Нижний Новгород, пр. Гагарина, 23

Подписано в печать . .20 . Формат 60x84 1/16.  
Бумага офсетная. Печать офсетная. Гарнитура Таймс.  
Усл. печ. л. . Уч.-изд.л. .  
Заказ № . Тираж 100 экз.

Отпечатано в типографии Нижегородского госуниверситета  
им. Н.И. Лобачевского  
603600, г. Нижний Новгород, ул. Большая Покровская, 37