МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования «Национальный исследовательский Нижегородский
государственный университет им. Н. И. Лобачевского»

СБОРНИК ИНДИВИДУАЛЬНЫХ ЗАДАНИЙ ПО ФИЗИКЕ

Термодинамика и молекулярная физика

Часть II. Второе начало термодинамики, энтропия, термодинамические потенциалы

Учебно-методическое пособие для студентов
факультета «Высшая школа общей и прикладной физики»

Рекомендовано методической комиссией факультета «Высшая школа общей и прикладной физики» для студентов ННГУ, обучающихся по направлению подготовки 03.03.02 «Физика» (бакалавриат)

Нижний Новгород 2020

УДК 536
ББК 22.36
С23

С23 Сборник индивидуальных заданий по физике. Термодинамика и молекулярная физика. Часть II. Второе начало термодинамики, энтропия, термодинамические потенциалы: Учебно-методическое пособие для студентов факультета «Высшая школа общей и прикладной физики». Составители: С. А. Корягин, А. В. Кочетов, В. А. Миронов. — Нижний Новгород: Нижегородский госуниверситет им. Н. И. Лобачевского, 2020. — 32 с.

Рецензент: д. ф.-м. н., профессор В. Б. Гильденбург.

Сборник содержит варианты индивидуальных заданий, предназначенных для выполнения в виде домашних контрольных работ студентами 1 курса бакалавриата факультета ВШОПФ ННГУ при изучении раздела «Второе начало термодинамики, энтропия, термодинамические потенциалы» курса «Термодинамика и молекулярная физика» во II учебном семестре.

Ответственный за выпуск: председатель методической комиссии факультета «Высшая школа общей и прикладной физики» ННГУ, д. ф.-м. н., профессор А. М. Фейгин.

УДК 536
ББК 22.36

Правила оформления домашней работы

1. Работа должна быть написана в отдельной тетради и сдана в срок, указанный преподавателем.

2. В начале работы укажите номер варианта, а в начале решения каждой задачи — номер задачи (последовательность решения задач может быть произвольной).

3. Начинайте оформление задачи с краткого условия (дано: X; найти: Y), приведите рисунок и т. д.

4. Решение должно обязательно содержать логические пояснения, ссылки на физические законы и заканчиваться ответом. **Последовательность формул без пояснений не принимается как решение задачи.** Одной формуле в среднем должно соответствовать не менее одного предложения.

5. Нумеруйте формулы с помощью цифр в скобках, например:

$$a = b + c, \tag{1}$$
$$d = e \times f, \tag{2}$$
$$U = mgh. \tag{3}$$

Далее ссылайтесь на математические выражения по их номеру.

6. Давайте определение ко всем вводимым при решении буквенным обозначениям физических величин (приведите пояснение, что они обозначают). Без таких пояснений понимание и проверка решения становятся затруднительными.

7. Задачу решайте в алгебраической форме (в буквах) до конечного ответа и только в итоговом выражении подставляйте числа. Такой подход сокращает объём численных операций (и вероятность ошибки) и исключает появление специфических численных коэффициентов, отражающих исключительно частные значения параметров в условии задачи.

8. Алгебраический (буквенный) ответ проверьте на размерность, а также рассмотрите варианты предельных значений входящих в него величин (что исключит «глупые» ошибки). Численный ответ должен соответствовать окружающей действительности (не выходить за «разумные» значения).

9. В случае отсутствия ответа изложите трудности, возникшие при решении задачи.

10. Недостающие исходные данные (фундаментальные физические константы, параметры веществ) возьмите из справочника (в интернете).

11. Напоминаем, что за консультацией следует обращаться, в первую очередь, к тьюторам и преподавателям практики.

Вариант 1

См. правила оформления работы на с. 3.

1. Определите работу любого вещества (не обязательно идеального газа) в цикле, который состоит из изотермы *12* с температурой T_1, политропы *23* с теплоёмкостью $C > 0$ и адиабаты *31*. На адиабате *31* температура возрастает от значения $T_3 < T_1$ до T_1. Процесс схематически изображён на рис. 1 в плоскости параметров объём V, давление P.

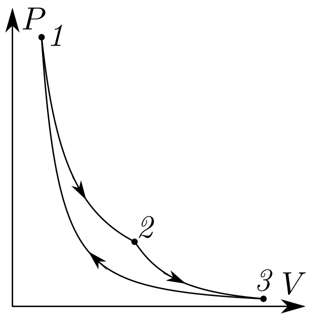

Рис. 1

2. Энтальпи́я, или тепловая функция, физически однородного и изотропного вещества определена выражением $I = U + PV$, где U — внутренняя энергия вещества в объёме V, а P — давление. Рассмотрев бесконечно малый цикл Карно и применив к нему теорему Карно, покажите, что энтальпи́я I и теплоёмкость при постоянном давлении C_P удовлетворяют соотношениям

$$\left(\frac{\partial I}{\partial P}\right)_T = V - T\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P, \qquad \left(\frac{\partial C_P}{\partial P}\right)_T = -T\left(\frac{\partial^2 V}{\partial T^2}\right)_P,$$

где T — температура.

3. Исходя из второго начала термодинамики, покажите, что внутренняя энергия данной массы идеального газа не зависит от его объёма, а является функцией только температуры (закон Джоуля).

4. В процессе Джоуля — Томсона энтальпи́я газа сохраняется. Пользуясь этим обстоятельством, найдите дифференциальное уравнение, решение которого связывает изменение температуры ΔT с перепадом давления ΔP в таком процессе.

Покажите, что для идеального газа эффект Джоуля — Томсона нулевой ($\Delta T = 0$).

5. В одном из методов получения низкой температуры используют охлаждение газа при его дросселировании через вентиль (в процессе Джоуля — Томсона). В другом методе используют охлаждение газа при его обратимом адиабатическом расширении. Покажите, что при одних и тех же начальном давлении P_1 и конечном давлении $P_2 < P_1$ второй метод обеспечивает большее понижение температуры, чем первый.

Вариант 2

См. правила оформления работы на с. 3.

1. Обратимый термодинамический цикл Брайтона — Джоуля состоит из двух адиабат *12*, *34* и двух изобар *23*, *41*. Он описывает работу газотурбинного и воздушно-реактивного двигателей. Определите КПД цикла как функцию температур T_1 и T_2 в начальной и конечной точках адиабаты *12* (на которой давление падает), если рабочее тело представляет собой идеальный газ. Процесс изображён на рис. 2 в плоскости параметров объём V, давление P.

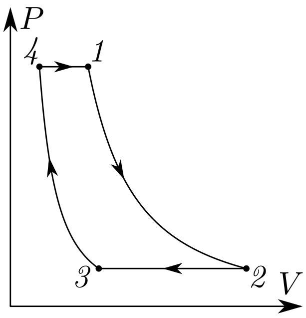

Рис. 2

2. Докажите соотношения Максвелла:

$$\left(\frac{\partial T}{\partial V}\right)_S = -\left(\frac{\partial P}{\partial S}\right)_V, \qquad \left(\frac{\partial T}{\partial P}\right)_S = \left(\frac{\partial V}{\partial S}\right)_P,$$
$$\left(\frac{\partial S}{\partial V}\right)_T = \left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V, \qquad \left(\frac{\partial S}{\partial P}\right)_T = -\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P,$$

где P — давление, V — объём, T — температура, S — энтропи́я.

3. Используя понятие энтропи́и и соотношения Максвелла, получите выражение для разности $C_P - C_V$ теплоёмкостей при постоянном давлении (C_P) и объёме (C_V) через производные $(\partial P/\partial T)_V$ и $(\partial V/\partial T)_P$, где P — давление, V — объём, T — температура.

4. В расположенном горизонтально жёстком теплоизолированном цилиндре может перемещаться поршень, по одну сторону от которого находится $\nu = 2$ моля двухатомного идеального газа, а по другую — вакуум. Между поршнем и дном цилиндра помещена пружина. В начальный момент поршень закреплён, а пружина не деформирована. Затем поршень освобождают. После установления равновесия объём газа увеличился в $n = 2$ раза. Определите изменение энтропи́и газа. При расчёте пренебрегите трением, а также теплоёмкостями цилиндра, поршня и пружины. Считайте, что к деформации пружины примени́м закон Гука.

5. Сосуд с твёрдыми адиабатическими стенками разделён на две части адиабатической перегородкой. По одну сторону перегородки находится газ (не обязательно идеальный), по другую — вакуум. Перегородку мгновенно удаляют. Укажите сохраняющуюся при расширении газа физическую величину и определите эквивалентный квазистатический процесс, в котором итоговое изменение температуры и объёма совпадает с аналогичными величинами в рассматриваемом необратимом процессе. Получите дифференциальное уравнение, решение которого связывает финальное изменение ΔT температуры газа с увеличением ΔV его объёма. Проверьте, что для идеального газа решение уравнения даёт постоянное значение температуры.

Вариант 3

См. правила оформления работы на с. 3.

1. Один моль идеального газа проходит обратимый цикл, состоящий из изобары *12* (на которой объём возрастает), изохоры *23* и адиабаты *31*. Процесс изображён на рис. 3 в плоскости параметров объём V, давление P. а) Для каждого этапа цикла найдите выполняемую газом работу A_{ik} и получаемое им тепло Q_{ik} как функцию температур T_1, T_2 и T_3 в состояниях *1*, *2* и *3* соответственно. б) Определите КПД цикла.

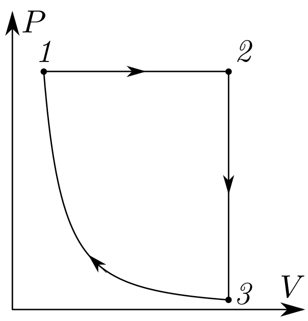

Рис. 3

2. Докажите соотношения Максвелла:

$$\left(\frac{\partial T}{\partial V}\right)_S = -\left(\frac{\partial P}{\partial S}\right)_V, \qquad \left(\frac{\partial T}{\partial P}\right)_S = \left(\frac{\partial V}{\partial S}\right)_P,$$
$$\left(\frac{\partial S}{\partial V}\right)_T = \left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V, \qquad \left(\frac{\partial S}{\partial P}\right)_T = -\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P,$$

где P — давление, V — объём, T — температура, S — энтропи́я.

3. Произвольную термодинамическую систему квазистатически переводят из равновесного состояния *1* в равновесное состояние *2* двумя способами. В первом варианте система сначала изотермически при температуре T_0 переходит в какое-то промежуточное состояние, поглощая при этом тепло, а

затем адиабатически охлаждается, достигая состояния *2*. Во втором случае переход осуществляется по произвольному пути, однако так, что на каждом участке этого движения система получает тепло, а её температура остаётся ниже T_0. Покажите, что в первом способе для перевода системы из состояния *1* в состояние *2* требуется бóльшая затрата тепла, чем во втором.

4. Покажите, что разность энтропи́й S_2 и S_1 системы в состояниях *2* и *1* (при условии, что $S_2 > S_1$) может быть определена как наименьшее количество тепла, которое требуется сообщить системе, чтобы квазистатически перевести её из состояния *1* в состояние *2* с условием, что при переходе температура системы не опускается ниже 1 K.

5. Два тела A и B нагреты до разных температур, помещены в общую жёсткую адиабатическую оболочку и приведены в тепловой контакт друг с другом (внутри оболочки). Более нагретое тело A передаёт тепло менее нагретому телу B, и температуры тел выравниваются. Покажите, что в указанном процессе энтропи́я системы «$A + B$» возрастает.

Вариант 4

См. правила оформления работы на с. 3.

1. Один моль идеального газа с показателем адиабаты γ проходит обратимый цикл, состоящий из изобары *12* (на которой объём возрастает), изохоры *23* и изотермы *31*. Процесс изображён на рис. 4 в плоскости параметров объём V, давление P. а) Для каждого этапа цикла найдите выполняемую газом работу A_{ik} и получаемое им тепло Q_{ik} как функцию минимальной T_1 и максимальной T_2 температур. б) Определите КПД цикла.

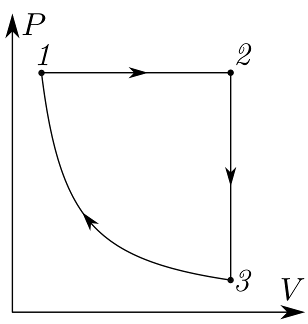

Рис. 4

2. Тепловой двигатель совершает круговой процесс, обмениваясь теплом с нагревателем *1* (температура $T_1 = 500$ K) и природным резервуаром воды *2* (температура $T_2 = 290$ K). Полученная работа используется для приведения в действие холодильной машины, также совершающей круговой процесс. Холодильная машина забирает тепло от охлаждаемого резервуара *3* (температура $T_3 = 250$ K) и передаёт тепло тому же природному резервуару во-

ды *2*. Найдите минимальную мощность (поток) тепла Q_1 от нагревателя *1*, если мощность тепла Q_3, отводимого от холодильника *3* для поддержания его температуры T_3 постоянной, равна 100 Вт.

3. Докажите соотношения:

$$\left(\frac{\partial S}{\partial P}\right)_V = \frac{C_V}{T}\left(\frac{\partial T}{\partial P}\right)_V, \qquad \left(\frac{\partial S}{\partial V}\right)_P = \frac{C_P}{T}\left(\frac{\partial T}{\partial V}\right)_P,$$

где P — давление, V — объём, T — температура, S — энтропи́я, C_V и C_P — теплоёмкости при постоянном объёме и давлении соответственно.

4. Произвольная термодинамическая система квазистатически переходит из равновесного состояния *1* в равновесное состояние *2* двумя способами. В первом варианте система адиабатически охлаждается до температуры T_0, затем изотермически получает тепло и, наконец, адиабатически переходит в состояние *2*. Во втором случае переход осуществляется по произвольному пути, однако так, что на каждом участке этого процесса система получает тепло, а её температура остаётся выше T_0. Покажите, что в первом способе для перевода системы из состояния *1* в состояние *2* требуется меньшая затрата тепла, чем во втором.

5. Докажите, что изотерма совпадает с адиабатой, если во всех точках изотермы температурный коэффициент расширения $V^{-1}\,(\partial V/\partial T)_P$ равен нулю (P — давление, V — объём, T — температура).

Вариант 5

См. правила оформления работы на с. 3.

1. Один моль идеального газа с показателем адиабаты γ проходит обратимый цикл, который состоит из участка *12* с линейной зависимостью давления P от объёма V, изохоры *23* и изобары *31* (рис. 5). На участке *12* температура уменьшается от максимального значения T_1 до минимального значения T_2. а) Для каждого этапа цикла найдите получаемое газом тепло Q_{ik} как функцию температур T_1 и T_2. б) Определите КПД цикла.

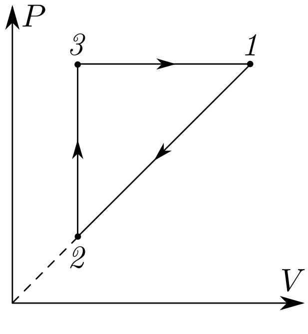

Рис. 5

2. Уильям Томсон сформулировал в 1852 году следующую идею динамического отопления. Топливо сжигается в топке теплового двигателя, который приводит в действие холодильную машину. Холодильная машина отнимает тепло от природного резервуара воды (например, от грунтовой воды) и отдаёт её воде в отопительной системе. Одновременно вода в отопительной системе служит холодильником теплового двигателя. Определите теоретическое (без учёта потерь) количество тепла, которое получает отапливаемое помещение от сжигания 1 кг каменного угля. Для расчёта примите следующие условия: удельная теплота сгорания угля $q = 8\,000$ ккал/кг; температура в котле паровой машины $t_1 = 210$ °C; температура воды в отопительной системе $t_2 = 60$ °C; температура грунтовой воды $t_3 = 15$ °C.

3. Докажите соотношения:

$$U = F - T\left(\frac{\partial F}{\partial T}\right)_V, \qquad I = Z - T\left(\frac{\partial Z}{\partial T}\right)_P,$$

где P — давление, V — объём, T — температура, U — внутренняя энергия, I — энтальпи́я, F — свободная энергия, Z — термодинамический потенциал Гиббса.

4. Физически однородное и изотропное вещество расширяется (сжимается) адиабатически и квазистатически от давления P_1 до давления P_2. Найдите изменение $T_2 - T_1$ его температуры в этом процессе.

5. Воду, находившуюся при температуре 0 °C и давлении $P = 100$ атм, расширяют адиабатически и квазистатически до атмосферного давления. Найдите изменение температуры воды в этом процессе, если коэффициент объёмного расширения воды $\alpha = V^{-1}\,(\partial V/\partial T)_P$ в этих условиях отрицателен и равен $-6{,}1 \cdot 10^{-5}$ °C^{-1}.

Вариант 6

См. правила оформления работы на с. 3.

1. Тепловая машина с одним молем идеального газа в качестве рабочего вещества совершает обратимый цикл, состоящий из изобары *12* (на которой температура понижается от максимального значения T_1 до минимального значения T_2), адиабаты *23* и изотермы *31*. Процесс изображён на рис. 6 в плоскости параметров объём V, давление P. а) Для каждого этапа цикла найдите получаемое газом тепло Q_{ik} как функцию температур T_1, T_2 и показателя адиабаты γ. б) Определите КПД машины.

2. Уильям Томсон сформулировал в 1852 году следующую идею динамического отопления. Топливо сжигается в топке теплового двигателя, который приводит в действие холодильную машину. Холодильная машина отнимает

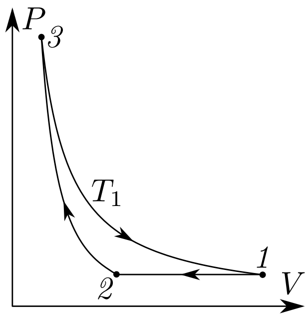

Рис. 6

тепло от природного резервуара воды (например, от грунтовой воды) и отдаёт её воде в отопительной системе. Одновременно вода в отопительной системе служит холодильником теплового двигателя. Определите теоретическое (без учёта потерь) количество тепла, которое получает отапливаемое помещение от сжигания 1 кг каменного угля. Для расчёта примите следующие условия: удельная теплота сгорания угля $q = 8\,000$ ккал/кг; температура в котле паровой машины $t_1 = 210$ °C; температура воды в отопительной системе $t_2 = 60$ °C; температура грунтовой воды $t_3 = 15$ °C.

3. Докажите соотношения (методом якобианов или как свойство частных производных функции трёх переменных):

$$\left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T = \left(\frac{\partial U}{\partial P}\right)_T \left(\frac{\partial P}{\partial V}\right)_T, \qquad \left(\frac{\partial I}{\partial P}\right)_T = \left(\frac{\partial I}{\partial V}\right)_T \left(\frac{\partial V}{\partial P}\right)_T,$$

где P — давление, V — объём, T — температура, U — внутренняя энергия, I — энтальпи́я.

4. Ртуть, находившуюся при температуре 0 °C и давлении $P = 100$ атм, расширяют адиабатически и квазистатически до атмосферного давления. Найдите изменение температуры ртути в этом процессе, если коэффициент объёмного расширения ртути $\alpha = V^{-1}\,(\partial V/\partial T)_P$ в этих условиях положителен и равен $1{,}81 \cdot 10^{-4}$ °C^{-1}, удельная теплоёмкость ртути $c_P = 0{,}033$ кал/(г · °C), а плотность $\rho = 13{,}6$ г/см^3.

5. Воду, находившуюся при температуре 0 °C и давлении $P = 100$ атм, расширяют адиабатически и квазистатически до атмосферного давления. Найдите изменение температуры воды в этом процессе, если коэффициент объёмного расширения воды $\alpha = V^{-1}\,(\partial V/\partial T)_P$ в этих условиях отрицателен и равен $-6{,}1 \cdot 10^{-5}$ °C^{-1}.

Вариант 7

См. правила оформления работы на с. 3.

1. Найдите КПД цикла Стирлинга, состоящего из двух изотерм *12* и *34*

с температурами $T_{\max}$ и $T_{\min}$ и двух изохор *23* и *41* с объёмами $V_{\max}$ и $V_{\min}$ ($T_{\max} > T_{\min}$, $V_{\max} > V_{\min}$). Рабочим веществом является идеальный газ с показателем адиабаты γ. Процесс изображён на рис. 7 в плоскости параметров объём V, давление P. Цикл описывает работу одного из вариантов двигателя внешнего сгорания с замкнутым объёмом — машины Стирлинга.

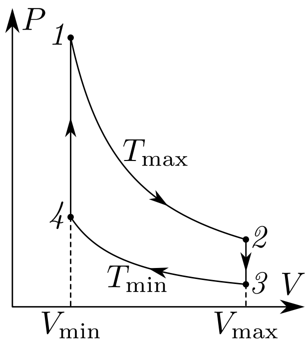

Рис. 7

2. Наряду с внутренней энергией U и энтальпи́ей $I = U + PV$ в термодинамике широко используют свободную энергию $F = U - TS$ и термодинамический потенциал Гиббса $Z = F + PV$. Здесь P — давление, V — объём, T — температура, S — энтропи́я. Докажите, что указанные функции удовлетворяют следующим соотношениям:

$$T = \left(\frac{\partial U}{\partial S}\right)_V = \left(\frac{\partial I}{\partial S}\right)_P, \qquad -S = \left(\frac{\partial F}{\partial T}\right)_V = \left(\frac{\partial Z}{\partial T}\right)_P,$$
$$-P = \left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_S = \left(\frac{\partial F}{\partial V}\right)_T, \qquad V = \left(\frac{\partial I}{\partial P}\right)_S = \left(\frac{\partial Z}{\partial P}\right)_T.$$

3. Покажите, что при квазистатическом адиабатическом понижении давления температура тела понижается, если коэффициент расширения $\alpha = V^{-1}\,(\partial V/\partial T)_P$ положителен, и повышается, если коэффициент α отрицателен.

4. Два тела A и B нагреты до разных температур, помещены в общую жёсткую адиабатическую оболочку и приведены в тепловой контакт друг с другом (внутри оболочки). Более нагретое тело A передаёт тепло менее нагретому телу B, и температуры тел выравниваются. Покажите, что в указанном процессе энтропи́я системы «$A + B$» возрастает.

5. Идеальный одноатомный газ в количестве $\nu = 10$ молей, находившийся при температуре $T_1 = 300$ K, расширяется в пустой сосуд через турбину необратимым образом, без подвода и отдачи тепла, совершая работу (рис. 8). При установлении равновесия температура газа понизилась до значения $T = 200$ K. После этого газ квазистатически сжимают — сначала изотермически, а затем адиабатически — и возвращают в исходное состояние. На сжатие

затрачивается работа $A = 15$ кДж. Найдите изменение энтропи́и газа при расширении.

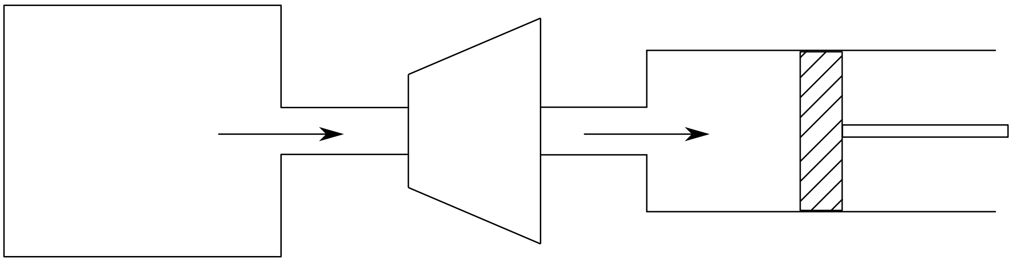

Рис. 8

Вариант 8

См. правила оформления работы на с. 3.

1. Тепловая машина с одним молем идеального газа в качестве рабочего вещества совершает обратимый цикл, состоящий из изохоры *12* (на которой температура газа возрастает от минимального значения T_1 до максимального значения T_2), адиабаты *23* и изотермы *31*. Процесс изображён на рис. 9 в плоскости параметров объём V, давление P. а) Для каждого этапа цикла найдите получаемое газом тепло Q_{ik} как функцию температур T_1, T_2 и показателя адиабаты γ. б) Определите КПД машины.

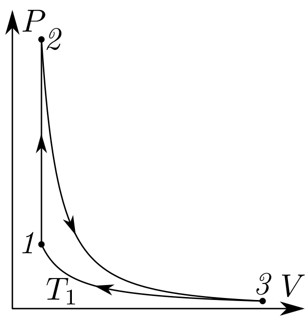

Рис. 9

2. Докажите, что если термодинамическая функция (например, внутренняя энергия или энтальпия) физически однородного тела не зависит от его объёма, а зависит только от температуры, то она не зависит и от давления (если рассматривать её как функцию давления и температуры).

3. Докажите соотношения:

$$\left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T = -C_V\left(\frac{\partial T}{\partial V}\right)_S - P, \qquad \left(\frac{\partial I}{\partial P}\right)_T = -C_P\left(\frac{\partial T}{\partial P}\right)_S + V,$$

где P — давление, V — объём, T — температура, U — внутренняя энергия, I — энтальпи́я, S — энтропи́я, C_V и C_P — теплоёмкости при постоянном объёме и давлении соответственно.

4. Найдите изменение ΔS энтропи́и 30 г льда при его превращении в пар с температурой 100 °C, если начальная температура льда −40 °C. Теплоёмкости воды и льда считайте постоянными, а все процессы — происходящими при атмосферном давлении. Удельная теплоёмкость льда $c = 0{,}5$ кал/(г·°C).

5. Теплоизолированный цилиндрический сосуд разделён поршнем пренебрежимо малой массы на две равные части. По одну сторону поршня находится идеальный газ с массой M, молярной массой μ и молярными теплоёмкостями при постоянном объёме и давлении C_V и C_P соответственно, не зависящими от температуры. По другую сторону поршня создан высокий вакуум. Начальные температура и давление газа T_0 и P_0. Поршень отпускают, и он, свободно двигаясь, позволяет газу заполнить весь объём цилиндра. После этого, постепенно увеличивая давление на поршень, газ сжимают до первоначального объёма. Найдите изменение внутренней энергии и энтропи́и газа при таком процессе.

Вариант 9

См. правила оформления работы на с. 3.

1. Найдите КПД обратимого теплового цикла Отто, состоящего из адиабат *12*, *34* и изохор *23*, *41*, если в качестве рабочего тела используется идеальный газ. Выразите КПД цикла через температуру газа T_1 и T_2 в начальной и конечной точках адиабаты *12* (на которой давление падает). Процесс изображён на рис. 10 в плоскости параметров объём V, давление P. Цикл Отто описывает работу двигателя внутреннего сгорания.

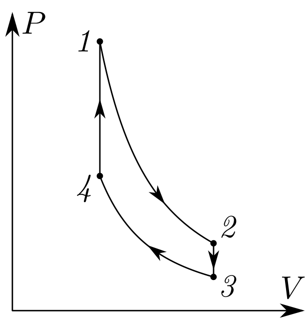

Рис. 10

2. Необходимыми условиями стабильности физически однородного и изотропного вещества являются неравенства

$$\left(\frac{\partial P}{\partial V}\right)_T < 0, \qquad C_V > 0,$$

где P — давление, V — объём, T — температура, C_V — теплоёмкость при постоянном объёме. Используя их, покажите, что для любого вещества теплоёмкость при постоянном давлении C_P положительна, причём $C_P > C_V$.

3. Внешнее давление на воду увеличивают, одновременно подводя или отводя тепло таким образом, что объём воды остаётся неизменным. Нагреется или охладится вода, если начальная температура: а) ниже 4 °C; б) выше 4 °C?

4. Найдите общий вид уравнения состояния вещества, для которого теплоёмкость при постоянном давлении C_P не зависит от давления, а зависит только от температуры.

5. Тепловая машина совершает круговой процесс, обмениваясь теплом с несколькими тепловыми резервуарами (нагревателями и холодильниками). Пользуясь неравенством Клаузиуса, покажите, что КПД указанной машины не может превосходить величину

$$\frac{T_{\max} - T_{\min}}{T_{\max}},$$

где $T_{\max}$ — максимальная, а $T_{\min}$ — минимальная температура тепловых резервуаров, с которыми машина обменивается теплом.

Вариант 10

См. правила оформления работы на с. 3.

1. Один моль идеального газа проходит обратимый цикл, состоящий из изобары *12* (на которой объём возрастает), изохоры *23* и адиабаты *31*. Процесс изображён на рис. 11 в плоскости параметров объём V, давление P. а) Для каждого этапа цикла найдите выполняемую газом работу A_{ik} и получаемое им тепло Q_{ik} как функцию температур T_1, T_2 и T_3 в состояниях *1*, *2* и *3* соответственно. б) Определите КПД цикла.

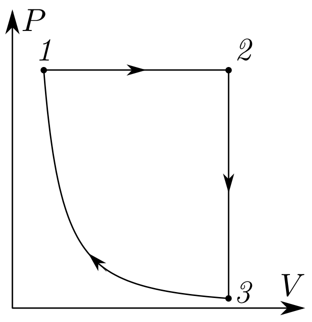

Рис. 11

2. Докажите соотношения:

$$\left(\frac{\partial T}{\partial P}\right)_S = \frac{T}{C_P}\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P, \qquad \left(\frac{\partial T}{\partial V}\right)_S = -\frac{T}{C_V}\left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V,$$

где P — давление, V — объём, T — температура, S — энтропи́я, C_V и C_P — теплоёмкости при постоянном объёме и давлении соответственно.

3. Покажите, что при квазистатическом адиабатическом расширении тела его температура понижается, если температурный коэффициент давления $(\partial P/\partial T)_V$ положителен, и повышается, если этот коэффициент отрицателен.

4. Докажите, что изотерма совпадает с адиабатой, если во всех точках изотермы температурный коэффициент расширения $V^{-1}\,(\partial V/\partial T)_P$ равен нулю (P — давление, V — объём, T — температура).

5. В цикле Карно в качестве рабочего тела используется вода, а температура холодильника выбрана при 4 °C. Так как температурный коэффициент расширения $V^{-1}\,(\partial V/\partial T)_P$ воды при этой температуре равен нулю, то изотерма совпадает с адиабатой (см. предыдущую задачу), и для осуществления цикла Карно не надо сообщать тепло холодильнику. Таким образом, КПД цикла равен единице. В чём ошибочность этого рассуждения?

Вариант 11

См. правила оформления работы на с. 3.

1. Тепловая машина с одним молем идеального газа в качестве рабочего вещества совершает цикл, состоящий из изобары *12* (на которой температура падает от максимального значения T_1 до минимального значения T_2), изохоры *23* и изотермы *31*. а) Для каждого этапа цикла найдите получаемое газом тепло тепло Q_{ik} как функцию температур T_1, T_2 и показателя адиабаты γ. б) Определите КПД машины. Процесс изображён на рис. 12 в плоскости параметров объём V, давление P.

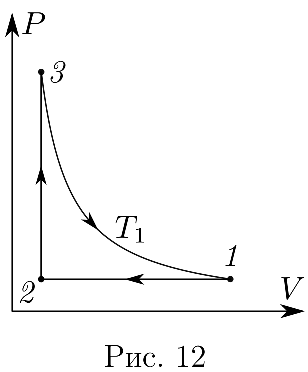

Рис. 12

2. Докажите соотношения (методом якобианов или как свойство частных производных функции трёх переменных):

$$\left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T = \left(\frac{\partial U}{\partial P}\right)_T \left(\frac{\partial P}{\partial V}\right)_T, \qquad \left(\frac{\partial I}{\partial P}\right)_T = \left(\frac{\partial I}{\partial V}\right)_T \left(\frac{\partial V}{\partial P}\right)_T,$$

где P — давление, V — объём, T — температура, U — внутренняя энергия, I — энтальпи́я.

3. Покажите, что при квазистатическом расширении физически однородного тела при постоянном давлении его энтропи́я возрастает, если температурный коэффициент расширения $V^{-1}(\partial V/\partial T)_P$ положителен, и убывает, если этот коэффициент отрицателен.

4. Два сосуда содержат различные идеальные газы. Масса газа в первом сосуде M_1, во втором M_2, давления и температуры газов одинаковые. Сосуды соединили друг с другом, и начался процесс диффузии. Определить суммарное изменение ΔS энтропи́и рассматриваемой системы, если молярная масса первого газа μ_1, а второго μ_2.

5. Два баллона с объёмом $V = 1$ л каждый соединены трубкой с краном. В одном из них находится водород при давлении $P_1 = 1$ атм и температуре $t_1 = 20$ °C, в другом — гелий при давлении $P_2 = 3$ атм и температуре $t_2 = 100$ °C. Найдите изменение ΔS энтропи́и системы после открытия крана и достижения равновесного состояния. Стенки баллона и трубки обеспечивают полную теплоизоляцию газов от окружающей среды.

Вариант 12

См. правила оформления работы на с. 3.

1. Один моль идеального газа с показателем адиабаты γ проходит обратимый термодинамический цикл, который состоит из изотерм *41*, *23* с температурами T_1, T_2 ($T_1 > T_2$) и политропических процессов *12*, *34* с теплоёмкостью C_0. На изотерме *41* объём газа возрастает от значения V_4 до значения V_1. Процесс изображён на рис. 13 в плоскости параметров объём V, давление P. а) Найдите для каждого этапа цикла совершаемую газом работу A_{ik} и получаемое им тепло Q_{ik}. б) Определите КПД тепловой машины, работающей по этому циклу. (Рассмотрите варианты как положительной, так и отрицательной теплоёмкости C_0.)

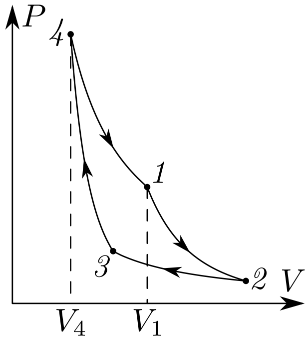

Рис. 13

2. Докажите соотношения:

$$\left(\frac{\partial T}{\partial P}\right)_S = \frac{T}{C_P}\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P, \qquad \left(\frac{\partial T}{\partial V}\right)_S = -\frac{T}{C_V}\left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V,$$

где P — давление, V — объём, T — температура, S — энтропи́я, C_V и C_P — теплоёмкости при постоянном объёме и давлении соответственно.

3. Покажите, что при квазистатическом увеличении давления при постоянном объёме энтропи́я физически однородного тела возрастает, если температурный коэффициент давления $(\partial P/\partial T)_V$ положителен, и убывает, если этот коэффициент отрицателен.

4. Найдите изменение ΔS энтропи́и 30 г льда при его превращении в пар с температурой 100 °C, если начальная температура льда −40 °C. Теплоёмкости воды и льда считайте постоянными, а все процессы — происходящими при атмосферном давлении. Удельная теплоёмкость льда $c = 0{,}5$ кал/(г · °C).

5. Брусок железа с массой 100 г и температурой 300 °C охлаждают в воде с температурой 15 °C. Найдите суммарное изменение ΔS энтропи́и (воды и железа). Удельная теплоёмкость железа $c = 0{,}11$ кал/(г · °C).

Вариант 13

См. правила оформления работы на с. 3.

1. Тепловая машина с одним молем идеального газа в качестве рабочего вещества совершает цикл, состоящий из изобары *12* (на которой температура падает от максимального значения T_1 до минимального значения T_2), изохоры *23* и изотермы *31*. а) Для каждого этапа цикла найдите получаемое газом тепло тепло Q_{ik} как функцию температур T_1, T_2 и показателя адиабаты γ. б) Определите КПД машины. Процесс изображён на рис. 14 в плоскости параметров объём V, давление P.

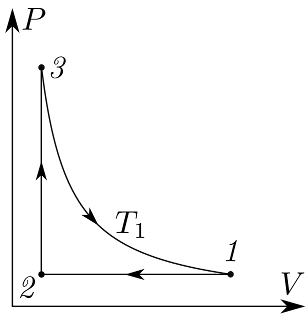

Рис. 14

2. Докажите соотношения:

$$\left(\frac{\partial S}{\partial P}\right)_V = \frac{C_V}{T}\left(\frac{\partial T}{\partial P}\right)_V, \qquad \left(\frac{\partial S}{\partial V}\right)_P = \frac{C_P}{T}\left(\frac{\partial T}{\partial V}\right)_P,$$

где P — давление, V — объём, T — температура, S — энтропи́я, C_V и C_P — теплоёмкости при постоянном объёме и давлении соответственно.

3. Покажите, что при квазистатическом расширении физически однородного тела при постоянном давлении его энтропи́я возрастает, если температурный коэффициент расширения $V^{-1}\,(\partial V/\partial T)_P$ положителен, и убывает, если этот коэффициент отрицателен.

4. Найдите изменение удельной энтропи́и ΔS вещества при нагревании, если его удельная теплоёмкость c постоянна, а температурный коэффициент объёмного расширения $V^{-1}\,(\partial V/\partial T)_P$ равен нулю.

5. Приводимые в тепловой контакт одинаковые массы вещества имеют разные температуры T_1 и T_2. Считая, что теплоёмкость каждой массы при постоянном давлении $C_P = \text{const}$, найдите приращение энтропи́и в результате установления теплового равновесия при постоянном давлении P.

Вариант 14

См. правила оформления работы на с. 3.

1. Тепловая машина с идеальным газом в качестве рабочего вещества совершает обратимый цикл Ленуара, состоящий из адиабаты *12* (на которой газ расширяется), изобары *23* и изохоры *31*. Процесс изображён на рис. 15 в плоскости параметров объём V, давление P. Найдите КПД цикла как функцию максимальной T_1 и минимальной T_3 температур рабочего вещества и показатель адиабаты γ.

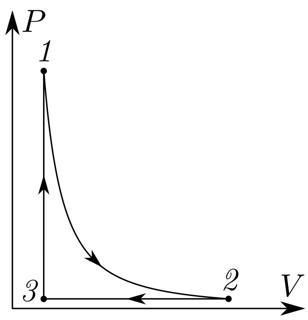

Рис. 15

2. Рассмотрев бесконечно малый цикл Карно и воспользовавшись теоремой Карно, докажите, что внутренняя энергия U и теплоёмкость при постоянном объёме C_V физически однородного и изотропного тела удовлетворяют соотношениям

$$\left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T = T\left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V - P, \qquad \left(\frac{\partial C_V}{\partial V}\right)_T = T\left(\frac{\partial^2 P}{\partial T^2}\right)_V,$$

где P — давление, V — объём, T — температура. С помощью этих соотношений и уравнения состояния для идеального газа докажите, что внутренняя энергия U и теплоёмкость C_V идеального газа зависят только от температуры, но не от объёма, занимаемого данной массой газа.

3. Какую максимальную работу можно произвести с помощью двух тел, нагретых до разных абсолютных температур T_{10} и T_{20} ($T_{10} > T_{20}$), если эти тела используются в качестве нагревателя и холодильника в тепловой машине? Теплоёмкости тел C_1 и C_2 считайте не зависящими от температуры. Найдите окончательную температуру T тел, когда установится тепловое равновесие между ними.

4. В одном из методов получения низкой температуры используют охлаждение газа при его дросселировании через вентиль (в процессе Джоуля — Томсона). В другом методе используют охлаждение газа при его обратимом адиабатическом расширении. Покажите, что при одних и тех же начальном давлении P_1 и конечном давлении $P_2 < P_1$ второй метод обеспечивает большее понижение температуры, чем первый.

5. Покажите, что в процессе Джоуля — Томсона энтропи́я газа увеличивается.

Вариант 15

См. правила оформления работы на с. 3.

1. Цикл Стирлинга состоит из изотерм *12*, *34* с температурами T_1, T_2 и изохор *23*, *41* (рис. 16). На изотерме *12* с температурой $T_1 > T_2$ получено тепло Q_1. Определите работу цикла, если для рабочего вещества (не обязательно идеального газа) теплоёмкость при постоянном объёме C_V зависит только от температуры, но не зависит от объёма. Процесс схематически изображён на рис. 16 в плоскости параметров объём V, давление P.

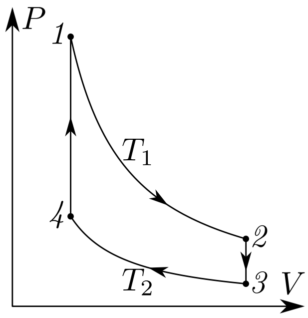

Рис. 16

2. Известно уравнение состояния $f(P, V, T) = 0$ для одного моля физически однородного и изотропного вещества (P — давление, V — молярный

объём, T — температура). Найдите разность $C_P - C_V$ молярных теплоёмкостей при постоянном объёме и давлении, C_P и C_V, для этого вещества.

3. Выразите разность $c_P - c_V$ удельных теплоёмкостей физически однородного и изотропного вещества через температурный коэффициент расширения $\alpha = V^{-1}\,(\partial V/\partial T)_P$, изотермический модуль всестороннего сжатия $K = -V\,(\partial P/\partial V)_T$ и плотность ρ вещества.

4. Необходимыми условиями стабильности физически однородного и изотропного вещества являются неравенства

$$\left(\frac{\partial P}{\partial V}\right)_T < 0, \qquad C_V > 0,$$

где P — давление, V — объём, T — температура, C_V — теплоёмкость при постоянном объёме. Используя их, покажите, что для любого вещества теплоёмкость при постоянном давлении C_P положительна, причём $C_P > C_V$.

5. Два сосуда содержат различные идеальные газы. Масса газа в первом сосуде M_1, во втором M_2, давления и температуры газов одинаковые. Сосуды соединили друг с другом, и начался процесс диффузии. Определить суммарное изменение ΔS энтропи́и рассматриваемой системы, если молярная масса первого газа μ_1, а второго μ_2.

Вариант 16

См. правила оформления работы на с. 3.

1. Тепловая машина с идеальным газом в качестве рабочего вещества совершает обратимый цикл Ленуара, состоящий из адиабаты *12* (на которой газ расширяется), изобары *23* и изохоры *31*. Процесс изображён на рис. 17 в плоскости параметров объём V, давление P. Найдите КПД цикла как функцию максимальной T_1 и минимальной T_3 температур рабочего вещества и показатель адиабаты γ.

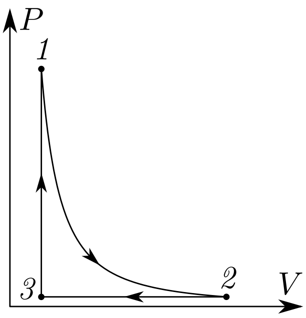

Рис. 17

2. Состояние тела можно характеризовать с помощью температуры и энтропи́и. Изобразите цикл Карно на диаграмме, где по оси абсцисс отложена

энтропи́я, а по оси ординат — температура. Вычислите КПД цикла с помощью этого графика.

3. В чём ошибочность следующего рассуждения? В квазистатическом процессе физически однородное тело получает элементарное количество тепла

$$\mathrm{d}Q = \mathrm{d}U + P\,\mathrm{d}V = \mathrm{d}I - V\,\mathrm{d}P,$$

где P — давление, V — объём, U — внутренняя энергия, I — энтальпи́я. Выразим в данном равенстве приращение энтальпи́и $\mathrm{d}I$ через приращения температуры T и давления P:

$$\mathrm{d}Q = \left(\frac{\partial I}{\partial T}\right)_P \mathrm{d}T + \left[\left(\frac{\partial I}{\partial P}\right)_T - V\right]\mathrm{d}P.$$

Отсюда последовательно получаем первые и вторые частные производные:

$$\left(\frac{\partial Q}{\partial T}\right)_P = \left(\frac{\partial I}{\partial T}\right)_P, \qquad \left(\frac{\partial Q}{\partial P}\right)_T = \left(\frac{\partial I}{\partial P}\right)_T - V,$$
$$\frac{\partial^2 Q}{\partial P\,\partial T} = \frac{\partial^2 I}{\partial P\,\partial T}, \qquad \frac{\partial^2 Q}{\partial T\,\partial P} = \frac{\partial^2 I}{\partial T\,\partial P} - \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P.$$

Приравнивая последние выражения для смешанных производных, получим $(\partial V/\partial T)_P = 0$. Следовательно, тепловое расширение тел невозможно.

4. Исходя из второго начала термодинамики, покажите, что внутренняя энергия данной массы идеального газа не зависит от его объёма, а является функцией только температуры (закон Джоуля).

5. С помощью второго начала термодинамики найдите условие конвективной устойчивости неравномерно нагретой по высоте жидкости (или реального газа) в однородном поле силы тяжести: рассмотрите адиабатический подъём физически малой области внутри жидкости (газа) и воспользуйтесь одним из соотношений Максвелла. Условие устойчивости запишите как ограничение на высотный градиент температуры $\mathrm{d}T/\mathrm{d}h$, которое выражено через удельную теплоёмкость вещества при постоянном давлении c_P, коэффициент теплового расширения $\alpha = V^{-1}\,(\partial V/\partial T)_P$ и ускорение свободного падения g.

Вариант 17

См. правила оформления работы на с. 3.

1. Определите работу любого вещества (не обязательно идеального газа) в цикле, который состоит из изотермы *12* с температурой T_1, политропы *23* с теплоёмкостью $C > 0$ и адиабаты *31*. На адиабате *31* температура возрастает

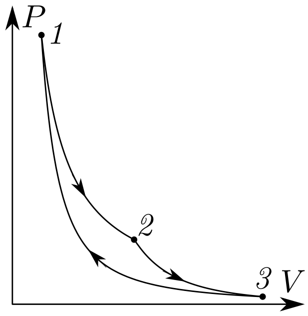

Рис. 18

от значения $T_3 < T_1$ до T_1. Процесс схематически изображён на рис. 18 в плоскости параметров объём V, давление P.

2. Известно уравнение состояния $f(P, V, T) = 0$ для одного моля физически однородного и изотропного вещества (P — давление, V — молярный объём, T — температура). Найдите разность $C_P - C_V$ молярных теплоёмкостей при постоянном объёме и давлении, C_P и C_V, для этого вещества.

3. При температуре 25 °C молярный объём V воды в интервале давления P от 0 до 1 000 атм аппроксимируется уравнением

$$V = a + bP + cP^2,$$

где коэффициенты $a = 18{,}066$ см^3, $b = -7{,}15 \cdot 10^{-4}$ см^3/атм, $c = 4{,}6 \cdot 10^{-8}$ см^3/атм^2. В том же интервале давления (при 25 °C) тепловой коэффициент расширения для молярного объёма

$$(\partial V/\partial T)_P = \alpha + \beta P,$$

где коэффициент $\alpha = 4{,}5 \cdot 10^{-3}$ см^3/°C, $\beta = 1{,}4 \cdot 10^{-6}$ см^3/(°C · атм). Определите работу A, необходимую для сжатия моля воды от 0 до 1 000 атм при 25 °C, и найдите приращение ΔU её внутренней энергии.

4. Найдите удельную энтропи́ю s неоднородной системы, состоящей из жидкости с массой m_1 и её насыщенного пара с массой m_2 при температуре T. Удельную теплоёмкость c жидкости считайте не зависящей от температуры, тогда как удельная теплоёмкость парообразования $q(T)$ задана.

5. Брусок железа с массой 100 г и температурой 300 °C охлаждают в воде с температурой 15 °C. Найдите суммарное изменение ΔS энтропи́и (воды и железа). Удельная теплоёмкость железа $c = 0{,}11$ кал/(г · °C).

Вариант 18

См. правила оформления работы на с. 3.

1. Цикл Стирлинга состоит из изотерм *12*, *34* с температурами T_1, T_2 и

изохор *23*, *41* (рис. 19). На изотерме *12* с температурой $T_1 > T_2$ получено тепло Q_1. Определите работу цикла, если для рабочего вещества (не обязательно идеального газа) теплоёмкость при постоянном объёме C_V зависит только от температуры, но не зависит от объёма. Процесс схематически изображён на рис. 19 в плоскости параметров объём V, давление P.

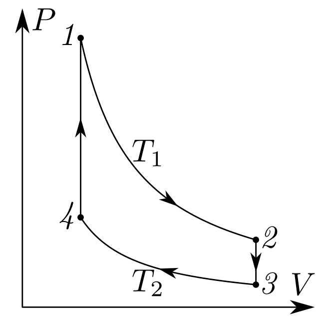

Рис. 19

2. Исходя из второго начала термодинамики, покажите, что энтальпи́я данной массы идеального газа не зависит от давления, а является функцией только температуры.

3. При температуре 25 °C молярный объём V воды в интервале давления P от 0 до 1 000 атм аппроксимируется уравнением

$$V = a + bP + cP^2,$$

где коэффициенты $a = 18{,}066$ см^3, $b = -7{,}15 \cdot 10^{-4}$ см^3/атм, $c = 4{,}6 \cdot 10^{-8}$ см^3/атм^2. В том же интервале давления (при 25 °C) тепловой коэффициент расширения для молярного объёма

$$(\partial V/\partial T)_P = \alpha + \beta P,$$

где коэффициент $\alpha = 4{,}5 \cdot 10^{-3}$ см^3/°C, $\beta = 1{,}4 \cdot 10^{-6}$ см^3/(°C · атм). Определите работу A, необходимую для сжатия моля воды от 0 до 1 000 атм при 25 °C, и найдите приращение ΔU её внутренней энергии.

4. Железная проволока радиуса $r = 1$ мм квазистатически и адиабатически нагружается при температуре $T = 273$ К. Начальное значение растягивающей силы равно нулю, конечное $F = 10$ Н. Определите изменение ΔT температуры проволоки. Коэффициент линейного расширения железа $\beta = 1{,}2 \cdot 10^{-5}$ °C^{-1}, удельная теплоёмкость железа $c = 0{,}44$ Дж/(г · °C), плотность $\rho = 7{,}9$ г/см^3.

5. Найдите общий вид уравнения состояния вещества, для которого теплоёмкость при постоянном объёме C_V не зависит от объёма, а зависит только от температуры.

Вариант 19

См. правила оформления работы на с. 3.

1. Один моль идеального газа с показателем адиабаты γ проходит обратимый термодинамический цикл, который состоит из изотерм *41*, *23* с температурами T_1, T_2 ($T_1 > T_2$) и политропических процессов *12*, *34* с теплоёмкостью C_0. На изотерме *41* объём газа возрастает от значения V_4 до значения V_1. Процесс изображён на рис. 20 в плоскости параметров объём V, давление P. а) Найдите для каждого этапа цикла совершаемую газом работу A_{ik} и получаемое им тепло Q_{ik}. б) Определите КПД тепловой машины, работающей по этому циклу. (Рассмотрите варианты как положительной, так и отрицательной теплоёмкости C_0.)

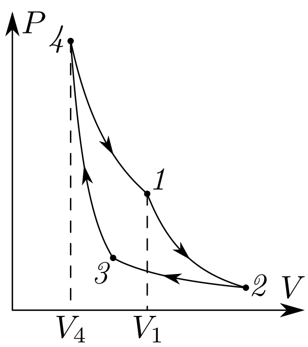

Рис. 20

2. Найдите изменение удельной энтропи́и ΔS вещества при нагревании, если его удельная теплоёмкость c постоянна, а температурный коэффициент объёмного расширения $V^{-1}\,(\partial V/\partial T)_P$ равен нулю.

3. Внешнее давление на воду увеличивают, одновременно подводя или отводя тепло таким образом, что объём воды остаётся неизменным. Нагреется или охладится вода, если начальная температура: а) ниже 4 °C; б) выше 4 °C?

4. Железная проволока радиуса $r = 1$ мм квазистатически и адиабатически нагружается при температуре $T = 273$ К. Начальное значение растягивающей силы равно нулю, конечное $F = 10$ Н. Определите изменение ΔT температуры проволоки. Коэффициент линейного расширения железа $\beta = 1{,}2 \cdot 10^{-5}$ °C^{-1}, удельная теплоёмкость железа $c = 0{,}44$ Дж/(г · °C), плотность $\rho = 7{,}9$ г/см^3.

5. В объёме $V_1 = 3$ л находится $\nu_1 = 0{,}5$ моля кислорода O_2, а в объёме $V_2 = 2$ л находится $\nu_2 = 0{,}5$ моля азота N_2 при температуре $T = 300$ К. Найдите максимальную работу, которую можно произвести за счёт изотермического смешения этих газов в суммарном объёме $V_1 + V_2$.

Вариант 20

См. правила оформления работы на с. 3.

1. Найдите КПД обратимого теплового цикла Отто, состоящего из адиабат *12*, *34* и изохор *23*, *41*, если в качестве рабочего тела используется идеальный газ. Выразите КПД цикла через температуру газа T_1 и T_2 в начальной и конечной точках адиабаты *12* (на которой давление падает). Процесс изображён на рис. 21 в плоскости параметров объём V, давление P. Цикл Отто описывает работу двигателя внутреннего сгорания.

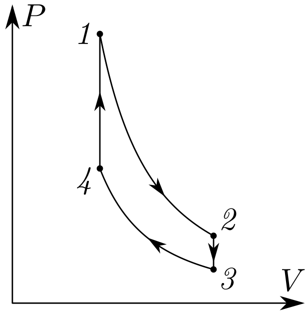

Рис. 21

2. Докажите соотношения:

$$\left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T = -C_V\left(\frac{\partial T}{\partial V}\right)_S - P, \qquad \left(\frac{\partial I}{\partial P}\right)_T = -C_P\left(\frac{\partial T}{\partial P}\right)_S + V,$$

где P — давление, V — объём, T — температура, U — внутренняя энергия, I — энтальпи́я, S — энтропи́я, C_V и C_P — теплоёмкости при постоянном объёме и давлении соответственно.

3. Найдите общий вид уравнения состояния вещества, для которого теплоёмкость при постоянном объёме C_V не зависит от объёма, а зависит только от температуры.

4. Найдите общий вид уравнения состояния вещества, для которого теплоёмкость при постоянном давлении C_P не зависит от давления, а зависит только от температуры.

5. В процессе Джоуля — Томсона энтальпи́я газа сохраняется. Пользуясь этим обстоятельством, найдите дифференциальное уравнение, решение которого связывает изменение температуры ΔT с перепадом давления ΔP в таком процессе.

Покажите, что для идеального газа эффект Джоуля — Томсона нулевой ($\Delta T = 0$).

Вариант 21

См. правила оформления работы на с. 3.

1. Тепловая машина с одним молем идеального газа в качестве рабочего вещества совершает обратимый цикл, состоящий из изохоры *12* (на которой температура газа возрастает от минимального значения T_1 до максимального значения T_2), адиабаты *23* и изотермы *31*. Процесс изображён на рис. 22 в плоскости параметров объём V, давление P. а) Для каждого этапа цикла найдите получаемое газом тепло Q_{ik} как функцию температур T_1, T_2 и показателя адиабаты γ. б) Определите КПД машины.

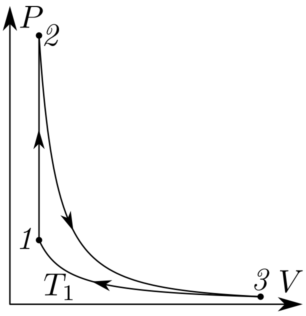

Рис. 22

2. Докажите соотношения:

$$\left(\frac{\partial U}{\partial P}\right)_T = T\left(\frac{\partial S}{\partial P}\right)_T - P\left(\frac{\partial V}{\partial P}\right)_T = -T\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P - P\left(\frac{\partial V}{\partial P}\right)_T,$$
$$\left(\frac{\partial I}{\partial V}\right)_T = T\left(\frac{\partial S}{\partial V}\right)_T + V\left(\frac{\partial P}{\partial V}\right)_T = T\left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V + V\left(\frac{\partial P}{\partial V}\right)_T,$$
$$\left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_P = C_P - P\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P, \qquad \left(\frac{\partial I}{\partial T}\right)_V = C_V + V\left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V,$$

где P — давление, V — объём, T — температура, U — внутренняя энергия, I — энтальпи́я, S — энтропи́я, C_V и C_P — теплоёмкости при постоянном объёме и давлении соответственно.

3. Произвольную термодинамическую систему квазистатически переводят из равновесного состояния *1* в равновесное состояние *2* двумя способами. В первом варианте система сначала изотермически при температуре T_0 переходит в какое-то промежуточное состояние, поглощая при этом тепло, а затем адиабатически охлаждается, достигая состояния *2*. Во втором случае переход осуществляется по произвольному пути, однако так, что на каждом участке этого движения система получает тепло, а её температура остаётся ниже T_0. Покажите, что в первом способе для перевода системы из состояния *1* в состояние *2* требуется бо́льшая затрата тепла, чем во втором.

4. Покажите, что разность энтропи́й S_2 и S_1 системы в состояниях *2* и *1* (при условии, что $S_2 > S_1$) может быть определена как наименьшее количество тепла, которое требуется сообщить системе, чтобы квазистатически

перевести её из состояния *1* в состояние *2* с условием, что при переходе температура системы не опускается ниже 1 К.

5. Физически однородное и изотропное вещество расширяется (сжимается) адиабатически и квазистатически от давления P_1 до давления P_2. Найдите изменение $T_2 - T_1$ его температуры в этом процессе.

Вариант 22

См. правила оформления работы на с. 3.

1. Тепловая машина с одним молем идеального газа в качестве рабочего вещества совершает обратимый цикл, состоящий из изобары *12* (на которой температура понижается от максимального значения T_1 до минимального значения T_2), адиабаты *23* и изотермы *31*. Процесс изображён на рис. 23 в плоскости параметров объём V, давление P. а) Для каждого этапа цикла найдите получаемое газом тепло Q_{ik} как функцию температур T_1, T_2 и показателя адиабаты γ. б) Определите КПД машины.

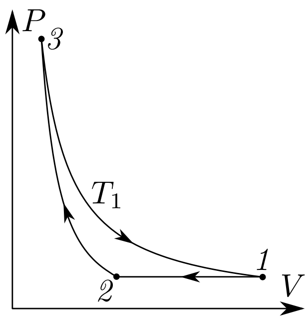

Рис. 23

2. Тепловой двигатель совершает круговой процесс, обмениваясь теплом с нагревателем *1* (температура $T_1 = 500$ К) и природным резервуаром воды *2* (температура $T_2 = 290$ К). Полученная работа используется для приведения в действие холодильной машины, также совершающей круговой процесс. Холодильная машина забирает тепло от охлаждаемого резервуара *3* (температура $T_3 = 250$ К) и передаёт тепло тому же природному резервуару воды *2*. Найдите минимальную мощность (поток) тепла Q_1 от нагревателя *1*, если мощность тепла Q_3, отводимого от холодильника *3* для поддержания его температуры T_3 постоянной, равна 100 Вт.

3. Докажите соотношения:

$$\left(\frac{\partial P}{\partial V}\right)_S = \left(\frac{\partial P}{\partial V}\right)_T - \frac{T}{C_V}\left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V^2,$$

$$T\left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P \frac{\partial^2 T}{\partial P\,\partial V} + \left(\frac{\partial C_P}{\partial P}\right)_V \left(\frac{\partial T}{\partial V}\right)_P - \left(\frac{\partial C_V}{\partial V}\right)_P \left(\frac{\partial T}{\partial P}\right)_V = 1,$$

где P — давление, V — объём, T — температура, S — энтропи́я, C_V и C_P — теплоёмкости при постоянном объёме и давлении соответственно.

4. Из измерений найдено, что натяжение резинового жгута определяется выражением $\tau = A(l)T$, где T — абсолютная температура, а функция $A(l)$ зависит только от длины l жгута ($A > 0$). Покажите, что внутренняя энергия U такого жгута не зависит от его длины, а энтропи́я уменьшается при изотермическом растяжении.

5. С помощью второго начала термодинамики найдите условие конвективной устойчивости неравномерно нагретой по высоте жидкости (или реального газа) в однородном поле силы тяжести: рассмотрите адиабатический подъём физически малой области внутри жидкости (газа) и воспользуйтесь одним из соотношений Максвелла. Условие устойчивости запишите как ограничение на высотный градиент температуры $\mathrm{d}T/\mathrm{d}h$, которое выражено через удельную теплоёмкость вещества при постоянном давлении c_P, коэффициент теплового расширения $\alpha = V^{-1}\,(\partial V/\partial T)_P$ и ускорение свободного падения g.

Вариант 23

См. правила оформления работы на с. 3.

1. Найдите КПД цикла Стирлинга, состоящего из двух изотерм *12* и *34* с температурами $T_{\max}$ и $T_{\min}$ и двух изохор *23* и *41* с объёмами $V_{\max}$ и $V_{\min}$ ($T_{\max} > T_{\min}$, $V_{\max} > V_{\min}$). Рабочим веществом является идеальный газ с показателем адиабаты γ. Процесс изображён на рис. 24 в плоскости параметров объём V, давление P. Цикл описывает работу одного из вариантов двигателя внешнего сгорания с замкнутым объёмом — машины Стирлинга.

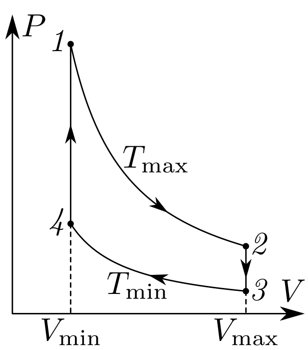

Рис. 24

2. Рассмотрев бесконечно малый цикл Карно и воспользовавшись теоремой Карно, докажите, что внутренняя энергия U и теплоёмкость при постоянном объёме C_V физически однородного и изотропного тела удовлетворяют

соотношениям

$$\left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T = T\left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V - P, \qquad \left(\frac{\partial C_V}{\partial V}\right)_T = T\left(\frac{\partial^2 P}{\partial T^2}\right)_V,$$

где P — давление, V — объём, T — температура. С помощью этих соотношений и уравнения состояния для идеального газа докажите, что внутренняя энергия U и теплоёмкость C_V идеального газа зависят только от температуры, но не от объёма, занимаемого данной массой газа.

3. Какую максимальную работу можно произвести с помощью двух тел, нагретых до разных абсолютных температур T_{10} и T_{20} ($T_{10} > T_{20}$), если эти тела используются в качестве нагревателя и холодильника в тепловой машине? Теплоёмкости тел C_1 и C_2 считайте не зависящими от температуры. Найдите окончательную температуру T тел, когда установится тепловое равновесие между ними.

4. В объёме $V_1 = 3$ л находится $\nu_1 = 0{,}5$ моля кислорода O_2, а в объёме $V_2 = 2$ л находится $\nu_2 = 0{,}5$ моля азота N_2 при температуре $T = 300$ К. Найдите максимальную работу, которую можно произвести за счёт изотермического смешения этих газов в суммарном объёме $V_1 + V_2$.

5. Решите предыдущую задачу в предположении, что газы смешивают адиабатически. Начальная температура газов $T_0 = 300$ К.

Вариант 24

См. правила оформления работы на с. 3.

1. Один моль идеального газа с показателем адиабаты γ проходит обратимый цикл, состоящий из изобары *12* (на которой объём возрастает), изохоры *23* и изотермы *31*. Цикл изображён на рис. 25 в плоскости параметров объём V, давление P. а) Для каждого этапа цикла найдите выполняемую газом работу A_{ik} и получаемое им тепло Q_{ik} как функцию минимальной T_1 и максимальной T_2 температур. б) Определите КПД цикла.

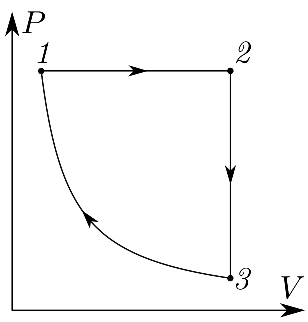

Рис. 25

2. Покажите, что при квазистатическом увеличении давления при постоянном объёме энтропи́я физически однородного тела возрастает, если температурный коэффициент давления $(\partial P/\partial T)_V$ положителен, и убывает, если этот коэффициент отрицателен.

3. Два баллона с объёмом $V = 1$ л каждый соединены трубкой с краном. В одном из них находится водород при давлении $P_1 = 1$ атм и температуре $t_1 = 20$ °C, в другом — гелий при давлении $P_2 = 3$ атм и температуре $t_2 = 100$ °C. Найдите изменение ΔS энтропи́и системы после открытия крана и достижения равновесного состояния. Стенки баллона и трубки обеспечивают полную теплоизоляцию газов от окружающей среды.

4. Теплоизолированный цилиндрический сосуд разделён поршнем пренебрежимо малой массы на две равные части. По одну сторону поршня находится идеальный газ с массой M, молярной массой μ и молярными теплоёмкостями при постоянном объёме и давлении C_V и C_P соответственно, не зависящими от температуры. По другую сторону поршня создан высокий вакуум. Начальные температура и давление газа T_0 и P_0. Поршень отпускают, и он, свободно двигаясь, позволяет газу заполнить весь объём цилиндра. После этого, постепенно увеличивая давление на поршень, газ сжимают до первоначального объёма. Найдите изменение внутренней энергии и энтропи́и газа при таком процессе.

5. Сосуд с твёрдыми адиабатическими стенками разделён на две части адиабатической перегородкой. По одну сторону перегородки находится газ (не обязательно идеальный), по другую — вакуум. Перегородку мгновенно удаляют. Укажите сохраняющуюся при расширении газа физическую величину и определите эквивалентный квазистатический процесс, в котором итоговое изменение температуры и объёма совпадает с аналогичными величинами в рассматриваемом необратимом процессе. Получите дифференциальное уравнение, решение которого связывает финальное изменение ΔT температуры газа с увеличением ΔV его объёма. Проверьте, что для идеального газа решение уравнения даёт постоянное значение температуры.

Вариант 25

См. правила оформления работы на с. 3.

1. Один моль идеального газа с показателем адиабаты γ проходит обратимый цикл, который состоит из участка *12* с линейной зависимостью давления P от объёма V, изохоры *23* и изобары *31* (рис. 26). На участке *12* температура уменьшается от максимального значения T_1 до минимального значения T_2. а) Для каждого этапа цикла найдите получаемое газом тепло Q_{ik} как функцию температур T_1 и T_2. б) Определите КПД цикла.

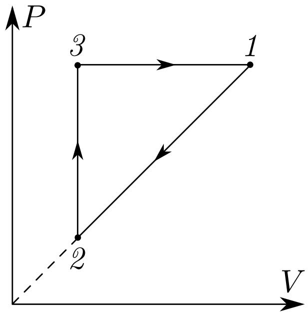

Рис. 26

2. Из измерений найдено, что натяжение резинового жгута определяется выражением $\tau = A(l)T$, где T — абсолютная температура, а функция $A(l)$ зависит только от длины l жгута ($A > 0$). Покажите, что внутренняя энергия U такого жгута не зависит от его длины, а энтропи́я уменьшается при изотермическом растяжении.

3. Произвольная термодинамическая система квазистатически переходит из равновесного состояния *1* в равновесное состояние *2* двумя способами. В первом варианте система адиабатически охлаждается до температуры T_0, затем изотермически получает тепло и, наконец, адиабатически переходит в состояние *2*. Во втором случае переход осуществляется по произвольному пути, однако так, что на каждом участке этого процесса система получает тепло, а её температура остаётся выше T_0. Покажите, что в первом способе для перевода системы из состояния *1* в состояние *2* требуется меньшая затрата тепла, чем во втором.

4. Приводимые в тепловой контакт одинаковые массы вещества имеют разные температуры T_1 и T_2. Считая, что теплоёмкость каждой массы при постоянном давлении $C_P = \text{const}$, найдите приращение энтропи́и в результате установления теплового равновесия при постоянном давлении P.

5. В расположенном горизонтально жёстком теплоизолированном цилиндре может перемещаться поршень, по одну сторону от которого находится $\nu = 2$ моля двухатомного идеального газа, а по другую — вакуум. Между поршнем и дном цилиндра помещена пружина. В начальный момент поршень закреплён, а пружина не деформирована. Затем поршень освобождают. После установления равновесия объём газа увеличился в $n = 2$ раза. Определите изменение энтропи́и газа. При расчёте пренебрегите трением, а также теплоёмкостями цилиндра, поршня и пружины. Считайте, что к деформации пружины приме́ним закон Гука.

Сборник индивидуальных заданий по физике
Термодинамика и молекулярная физика
Часть II. Второе начало термодинамики, энтропия, термодинамические потенциалы

Учебно-методическое пособие для студентов факультета
«Высшая школа общей и прикладной физики»

Составители:
Сергей Александрович Корягин
Андрей Валентинович Кочетов
Вячеслав Александрович Миронов

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет им. Н. И. Лобачевского»
603950, г. Нижний Новгород, просп. Гагарина, 23