

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского

ЭЛЕКТРОДИНАМИКА.

Задачи к курсу лекций

Учебно-методическое пособие

Рекомендовано методической комиссией
института информационных технологий, математики и
механики для студентов ННГУ,
обучающихся по направлениям подготовки
010301 «Математика», 010302 «Прикладная математика и информатика»,
010303 «Механика и математическое моделирование»,
020302 «Фундаментальная информатика и информационные технологии»,
090303 «Прикладная информатика», 090304 «Программная инженерия»

Нижний Новгород
2019

УДК 796
ББК 75
Т-15

Т-15 ЭЛЕКТРОДИНАМИКА. Задачи к курсу лекций: Учебно-методическое пособие. Составители: Грезина А.В., Никифорова И.В., Панасенко А.Г. – Нижний Новгород: Нижегородский госуниверситет, 2019. – 33 с.

Рецензент: д.ф.-м.н, профессор Д.В. Баландин

В учебно-методическом пособии приведены задачи, предназначенные в первую очередь для студентов университета, обучающихся в институте информационных технологий, математики и механики. Данное учебно-методическое пособие соответствует программе курса «Физика» (Электродинамика) по направлениям подготовки 010301 «Математика», 010302 «Прикладная математика и информатика», 010303 «Механика и математическое моделирование», 020302 «Фундаментальная информатика и информационные технологии», 090303 «Прикладная информатика», 090304 «Программная инженерия» и учитывает специфику подготовки студентов.

В пособии представлены: основные законы и формулы в объеме, достаточном для решения задач, примеры решения типовых задач, контрольные вопросы для подготовки к экзамену. В кратком приложении помимо математических формул даны основные физические константы и параметры, необходимые для решения задач.

УДК 796
ББК 75

© Нижегородский государственный
университет им. Н.И. Лобачевского, 2019

Содержание

Предисловие	4
1. Программа курса	5
2. Задачи к курсу лекций	7
2.1. Электростатика	7
2.1.1. Основные законы и формулы.....	7
2.1.2. Примеры решения задач	9
2.1.3. Задачи и упражнения	10
2.2. Постоянный ток	16
2.2.1. Основные законы и формулы.....	16
2.2.2. Примеры решения задач	17
2.2.3. Задачи и упражнения	17
2.3. Магнитное поле. Электромагнитная индукция	20
2.3.1. Основные законы и формулы.....	20
2.3.2. Примеры решения задач	22
2.3.3. Задачи и упражнения	22
3. Контрольные вопросы для экзамена	28
Рекомендуемая литература	30
Приложение 1	31

Предисловие

В настоящем пособии приведены задачи, многие из которых использовались на практических занятиях по курсу физики «*Электродинамика*», предлагались для самостоятельной работы студентов. Эти задачи, охватывая бóльшую часть разделов курса, должны способствовать более глубокому усвоению материала. На первых порах студенты могут пользоваться приведенными в начале каждого раздела основными формулами, используемыми при решении задач. Постепенно же эти формулы нужно запоминать, так как тогда основное внимание можно уже сосредоточить на физическом содержании задачи, не тратя время на поиск подходящих формул.

Весьма полезным при решении многих задач является построение простейших рисунков и схем, помогающих увидеть основные особенности задачи и облегчающих получение искомого решения.

Большинство приведенных в пособии задач допускают аналитическое решение. В полученном в виде формулы решении необходимо проверить правильность размерности искомой физической величины, исследовать полученный результат на предельные переходы, приводящие задачу и ее решение к известным вариантам. Затем подставить в окончательную формулу числовые значения физических величин, определив порядок численного ответа, и только после этого провести точные числовые расчеты. Если сразу приступить к численным расчетам, легко потерять порядки величин. Полученное значение искомой физической величины полезно сравнить с ее реальными значениями, что позволит оценить не только точность решения, но и адекватность физической модели.

1. Программа курса

Глава 1. Введение в предмет. Электростатическое поле в вакууме

- 1.1. Заряды, силы поля
 - 1.1.1. Электрический заряд
 - 1.1.2. Закон Кулона
 - 1.1.3. Электрическое поле. Напряженность поля E
- 1.2. Теорема Остроградского - Гаусса
 - 1.2.1. Понятие о потоке
 - 1.2.2. Интегральная форма теоремы
 - 1.2.3. Дифференциальная форма теоремы
 - 1.2.4. Примеры применения теоремы
- 1.3. Работа, энергия, потенциал
 - 1.3.1. Работа кулоновских сил
 - 1.3.2. Теорема о циркуляции вектора E
 - 1.3.3. Энергия и потенциал электростатического поля
 - 1.3.4. Связь между напряженностью электростатического поля и его потенциалом
- 1.4. Системы зарядов и электрические поля
 - 1.4.1. Электрический диполь
 - 1.4.2. Диполь в электрическом поле.
 - 1.4.3. Поле диполя.

Глава 2 Электрическое поле в диэлектриках

- 2.1. Поле и вещество
- 2.2. Поляризация диэлектрика
- 2.3. Поляризованность P и связанные заряды
- 2.4. Вектор электрического смещения D .
- 2.5. Теорема Гаусса для вектора D .
- 2.6. Граничные условия для векторов D и E .

Глава 3. Проводники в электрическом поле

- 3.1. Поле внутри и снаружи проводника
- 3.2. Замкнутая проводящая оболочка
- 3.3. Общая задача электростатики. Метод изображений
- 3.4. Емкость. Конденсаторы
- 3.5. Емкость уединенного проводника
- 3.6. Конденсаторы и их соединения

Глава 4. Энергия электрического поля

- 4.1. Энергия заряженных проводников и конденсаторов
- 4.2. Энергия и плотность энергии электрического поля
- 4.3. Энергия системы заряженных тел
- 4.4. Энергия электрического поля и силы

Глава 5. Постоянный ток

- 5.1. Основные понятия и определения
- 5.2. Уравнение непрерывности
- 5.3. Закон Ома для однородного участка цепи
- 5.4. Стороннее поле. Электродвижущая сила и напряжение.
- 5.5. Закон Ома для неоднородного участка цепи (интегральная, дифференциальная форма).
- 5.6. Разветвленные цепи. Правила (законы) Кирхгофа
- 5.7. Работа и мощность тока. Закон Джоуля – Ленца

Глава 6. Электромагнетизм. Поле в вакууме

- 6.1. Развитие представления о природе магнетизма. Основные понятия и представления
- 6.2. Сила Лоренца. Поле **B**
- 6.3. Магнитное поле тока. Закон Био - Савара - Лапласа
- 6.4. Магнитное поле равномерно движущегося заряда
- 6.5. Закон Ампера.
- 6.6. Сила взаимодействия параллельных токов
- 6.7. Сила, действующая на контур с током. Вращающий момент.
- 6.8. Поток вектора **B**. Работа по перемещению проводника и контура с током в магнитном поле.
- 6.9. Основные законы магнитного поля
 - 6.9.1 Теорема Гаусса для поля **B**
 - 6.9.2. Теорема о циркуляции вектора **B**
 - 6.9.3. Применение теоремы о циркуляции вектора **B**

Глава 7. Магнитное поле в веществе

- 7.1. Намагничивание вещества. Намагниченность **J**
- 7.2. Циркуляция вектора **J**
- 7.3. Вектор **H**
- 7.4. Граничные условия для векторов **B** и **H**
- 7.5. Поле в однородном магнетике
- 7.6. Типы магнетиков. Ферромагнетизм

Глава 8. Электромагнитная индукция

- 8.1. Явление электромагнитной индукции и сила Лоренца
- 8.2. Явление индукции в неподвижном проводнике
- 8.3. Закон индукции Фарадея и правило Ленца
- 8.4. Частные случаи индукции
- 8.5. Индукционные токи в сплошных проводниках
- 8.6. Явление самоиндукции
- 8.7. Взаимная индукция
- 8.8. Энергия и плотность энергии магнитного поля

Глава 9. Цепи переменного тока

- 9.1. Квазистационарный ток.
- 9.2. Основы символического метода расчета электрических цепей
- 9.3. Нестационарные состояния (переходные процессы) в цепях переменного тока

Глава 10. Уравнения Максвелла

- 10.1. Ток смещения
- 10.2. Системе уравнений Максвелла
- 10.3. Энергия поля и ее поток. Вектор Умова-Пойнтинга

2. Задачи к курсу лекций

2.1. Электростатика

2.1.1. Основные законы и формулы

- Напряженность \mathbf{E} и потенциал φ поля точечного заряда q :

$$\mathbf{E} = \frac{1}{4\pi \varepsilon_0 \varepsilon} \frac{q}{r^3} \mathbf{r}, \quad \varphi = \frac{1}{4\pi \varepsilon_0 \varepsilon} \frac{q}{r}.$$

- Связь между напряженностью и потенциалом поля:

$$\mathbf{E} = -\nabla \varphi = -\text{grad} \varphi = -\left(\frac{\partial \varphi}{\partial x} \mathbf{i} + \frac{\partial \varphi}{\partial y} \mathbf{j} + \frac{\partial \varphi}{\partial z} \mathbf{k} \right),$$

где $\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k}$ – единичные орты декартовых координатных осей.

- Электрический момент диполя (дипольный момент):

$$p = |q|l,$$

где l – плечо диполя.

- Напряженность поля, создаваемого равномерно заряженной бесконечной плоскостью

$$\mathbf{E} = \frac{\sigma}{2 \varepsilon_0 \varepsilon} \mathbf{n},$$

где \mathbf{n} – нормаль к плоскости.

- Напряженность поля, создаваемого равномерно заряженной сферой радиуса R с зарядом q на расстоянии r от центра сферы:

$$\mathbf{E} = 0, \quad \text{при } r < R \text{ (внутри сферы),}$$
$$\mathbf{E} = \frac{1}{4\pi \varepsilon_0 \varepsilon} \frac{q}{r^3} \mathbf{r}, \quad \text{при } r \geq R \text{ (вне сферы).}$$

- Напряженность поля, создаваемого объемно заряженным шаром радиуса R с зарядом q на расстоянии r от центра шара:

$$\mathbf{E} = \frac{1}{4\pi \varepsilon_0 \varepsilon} \frac{q}{R^3} \mathbf{r}, \quad \text{при } r < R \text{ (внутри шара),}$$
$$\mathbf{E} = \frac{1}{4\pi \varepsilon_0 \varepsilon} \frac{q}{r^3} \mathbf{r}, \quad \text{при } r \geq R \text{ (вне шара).}$$

- Напряженность поля, создаваемого равномерно заряженным бесконечным цилиндром радиуса R на расстоянии r от оси цилиндра:

$$\mathbf{E} = 0, \quad \text{при } r < R \text{ (внутри цилиндра),}$$
$$\mathbf{E} = \frac{1}{4\pi \varepsilon_0 \varepsilon} \frac{2\lambda}{r^2} \mathbf{r}, \quad \text{при } r \geq R \text{ (вне цилиндра).}$$

- Работа, совершаемая силами электростатического поля при перемещении заряда q из точки 1 в точку 2:

$$A_{12} = q(\varphi_1 - \varphi_2) \quad \text{или} \quad A_{12} = q \int_{(1)}^{(2)} \mathbf{E} d\mathbf{l}.$$

- Напряженность электрического поля у поверхности проводника:

$$E_n = \frac{\sigma}{\varepsilon_0 \varepsilon},$$

где σ – поверхностная плотность зарядов.

- Поляризованность:

$$\mathbf{P} = \frac{1}{V} \sum_n \mathbf{p}_n$$

где V – объем диэлектрика; \mathbf{p}_n – дипольный момент n -ой молекулы.

- Поток поляризованности \mathbf{P} через замкнутую поверхность S :

$$\oint_S \mathbf{P} d\mathbf{s} = -q',$$

где q' – алгебраическая сумма *связанных* зарядов внутри этой поверхности

- Вектор \mathbf{D} и теорема Гаусса для него:

$$\mathbf{D} = \varepsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P}, \quad \oint_S \mathbf{D} d\mathbf{s} = q,$$

где q – алгебраическая сумма *сторонних* зарядов внутри замкнутой поверхности.

- Условия на границе раздела двух диэлектриков:

$$P_{2n} - P_{1n} = -\sigma', \quad D_{2n} - D_{1n} = \sigma, \quad E_{2\tau} = E_{1\tau},$$

где σ' и σ – поверхностные плотности связанных и сторонних зарядов, а орт нормали \mathbf{n} направлен из среды 1 в среду 2.

- Для изотропных диэлектриков:

$$\mathbf{P} = \kappa \varepsilon \mathbf{E}, \quad \mathbf{D} = \varepsilon_0 \varepsilon \mathbf{E}, \quad \varepsilon = 1 + \kappa.$$

- Емкость уединенного проводника:

$$C = \frac{Q}{\varphi},$$

где Q – заряд, сообщенный проводнику; φ – потенциал проводника.

- Емкость плоского конденсатора:

$$C = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon S}{d},$$

где S – площадь каждой пластины конденсатора; d – расстояние между пластинами.

- Емкость системы конденсаторов при последовательном и параллельном соединении:

$$\frac{1}{C} = \sum_{n=1}^N \frac{1}{C_n}, \quad C = \sum_{n=1}^N C_n,$$

где C_n – емкость n -го конденсатора; N – число конденсаторов.

- Энергия уединенного заряженного проводника:

$$W = \frac{C\varphi^2}{2} = \frac{Q\varphi}{2} = \frac{Q^2}{2C}.$$

- Энергия взаимодействия системы точечных зарядов:

$$W = \frac{1}{2} \sum Q_n \varphi_n,$$

где φ_n – потенциал, создаваемый всеми зарядами, кроме n -го, в той точке, где находится заряд Q_n .

- Энергия заряженного конденсатора:

$$W = \frac{C(\Delta\varphi)^2}{2} = \frac{Q(\Delta\varphi)}{2} = \frac{Q^2}{2C},$$

где Q – заряд конденсатора; C – его емкость; $\Delta\varphi$ – разность потенциалов между обкладками.

- Объемная плотность энергии:

$$w = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon E^2}{2} = \frac{D^2}{2\varepsilon_0 \varepsilon} = \frac{(\mathbf{E} \cdot \mathbf{D})}{2}.$$

2.1.2. Примеры решения задач

1. Точечный заряд удалили от точки A на расстояние, в $N = 3$ раза превышающее первоначальное. Во сколько раз уменьшится напряженность электрического поля в точке A ?

Решение: Напряженность электрического поля вначале $E_1 = kQ/r_1^2$, где $k = 9 \cdot 10^9 \text{ Н} \cdot \text{м}^2 / \text{Кл}^2$, а Q – величина заряда, r_1 – начальное расстояние от точки A до точечного заряда; а в конце – $E_2 = kQ/r_2^2$, где $r_2 = Nr_1$ – конечное расстояние от точки A до заряда. Разделив E_1 на E_2 , получаем $E_1/E_2 = (r_2/r_1)^2 = N^2 = 9$.

2. Частица, имеющая заряд q , разгоняется до энергии W и влетает в плоский конденсатор параллельно его пластинам. Заряд конденсатора Q , его емкость C , расстояние между пластинами d . Первоначально частица находится на одинаковом расстоянии от пластин. Какой длины l должны быть каждая пластина, чтобы частица не упала на ее поверхность?

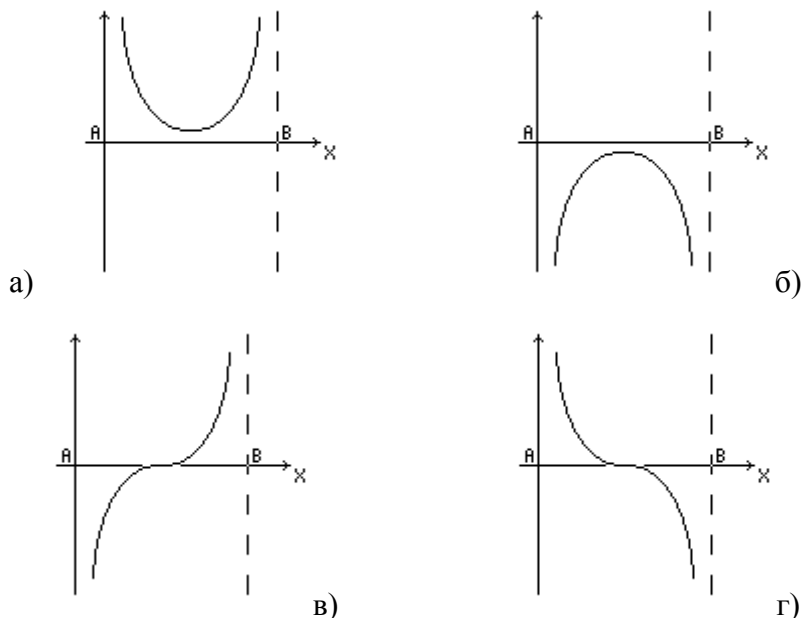
Решение: Пусть m – масса частицы, тогда ее скорость $v = \sqrt{2W/m}$. Напряжение на обкладках конденсатора $U = Q/C$, а напряженность поля внутри конденсатора $E = U/d = Q/Cd$. Ускорение, с которым частица будет двигаться к одной из обкладок $a = EQ/m = Qq/Cdm$. Время полета частицы в конденсаторе $t = l/v = l\sqrt{m/2W}$. За это время частица сместится с оси конденсатора на расстояние $at^2/2$ и не упадет на пластину, если это расстояние меньше $d/2$: $d/2 > at^2/2 \rightarrow d > = Qq l^2 / 2CdW$, откуда следует ответ: $l < d\sqrt{2CW/Qq}$

3. Плоский воздушный конденсатор емкостью C подключен к источнику тока с напряжением U . Какую работу A_1 необходимо совершить, чтобы вдвое увеличить расстояние между обкладками конденсатора? Какую работу A_2 совершает при этом источник?

Решение: После увеличения расстояния между обкладками конденсатора вдвое его емкость уменьшилась в два раза. Начальный заряд на обкладках $q = CU$, а конечный $q' = (CU)/2$. По определению, работа источника $A_2 = U\Delta q = U(q' - q) = -(CU^2)/2$. По закону сохранения энергии $(q')^2/(2C') - q^2/(2C) = A_1 + A_2$. Подставляя в это уравнение $q' = q/2$, $C' = C/2$ и выражение для A_2 , находим $A_1 = (CU^2)/4$.

2.1.3. Задачи и упражнения

Q.1. На некотором расстоянии друг от друга находятся два одинаковых по модулю точечных заряда A и B . Считая напряженность поля положительной в направлении, совпадающем с положительным направлением оси x , определить знаки зарядов для каждого из представленных на рисунках распределений напряженности поля между зарядами.



Q.2. Два положительно заряженных тела с зарядами $1,67$ и $3,34$ нКл находятся на расстоянии 20 см друг от друга. В какой точке на линии, соединяющей эти тела, надо поместить третье тело с зарядом $-0,67$ нКл, чтобы оно оказалось в равновесии? Массами тел пренебречь.

Q.3. Три отрицательных заряда по 9 нКл каждый расположены в вершинах равностороннего треугольника. Какой заряд нужно поместить в центре треугольника, чтобы система находилась в равновесии?

Q.4. Три заряда расположены в вершинах равнобедренного прямоугольного треугольника (рис.1), причем у острых углов находятся заряды $+Q$ и $-Q$, а у прямого угла – заряд $+2Q$. Определить, какой из пронумерованных векторов совпадает с направлением напряженности поля в точке, находящейся на середине гипотенузы.

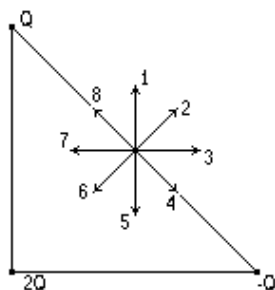


Рис.1

Q.5. В трех вершинах квадрата со стороной 40 см находятся одинаковые положительные заряды по 5 нКл каждый. Найти напряженность поля в четвертой вершине.

Q.6. Полубесконечный круглый цилиндр радиуса R заряжен равномерно по поверхности так, что на единицу его длины приходится заряд λ . Найти напряженность электрического поля в центре основания цилиндра.

Q.7. Два точечных заряда: отрицательный $-q$ с массой m и положительный Q с массой M расположены на расстоянии l друг от друга. Какой должна быть напряженность E внешнего электрического поля, чтобы заряды двигались с одинаковым ускорением a ? Чему равно это ускорение?

Q.8. Определить поток Φ_E вектора напряженности электростатического поля через сферическую поверхность, охватывающую точечные заряды $Q_1 = 5$ нКл и $Q_2 = -2$ нКл.

Q.9. Определить напряженность поля, создаваемого диполем с электрическим моментом $p = 10^{-9}$ Кл·м на расстоянии $r = 25$ см от центра диполя в направлении, перпендикулярном его оси.

Q.10. Кольцо радиусом $r = 5$ см из тонкой проволоки равномерно заряжено с линейной плотностью $\lambda = 14$ нКл/м. Определить напряженность поля на оси, проходящей через центр кольца, в точке А, удаленной на расстояние $a = 10$ см от плоскости кольца.

Q.11. Электростатическое поле создается двумя бесконечными параллельными плоскостями, равномерно заряженными одноименными зарядами с поверхностной плотностью соответственно $\sigma_1 = 2$ нКл/м² и $\sigma_2 = 4$ нКл/м². Определить напряженность электростатического поля: 1) между плоскостями; 2) за пределами плоскостей. Построить график изменения напряженности поля вдоль линии, перпендикулярной плоскостям.

Q.12. Поле создано двумя равномерно заряженными концентрическими сферами с радиусами $R_1 = 5$ см и $R_2 = 8$ см. Заряды сфер соответственно равны $Q_1 = 2$ нКл и $Q_2 = -1$ нКл. Определить напряженность электрического поля в точках, лежащих от центра сфер на расстояниях: 1) $r_1 = 3$ см; 2) $r_2 = 6$ см; 3) $r_3 = 10$ см. Построить график зависимости $E(r)$.

Q.13. По первоначальным представлениям Н. Бора электрон в атоме водорода движется по круговой орбите. Вычислить скорость движения электрона, если радиус его орбиты $0,5 \cdot 10^{-8}$ см.

Q.14. Два точечных заряда 6,7 и -13,4 нКл находятся на расстоянии 5 см друг от друга. Найти напряженность электрического поля в точке, расположенной на расстоянии 3 см от положительного заряда и 4 см от отрицательного.

Q.15. Поле создано бесконечной вертикальной плоскостью с поверхностной плотностью заряда $\sigma = 4$ нКл/см², к которой подвешен на нити шарик массой 1 г и зарядом 1 нКл. Определить угол, образованный нитью и плоскостью.



Q.16. Два одинаково заряженных шарика, имеющие массу 0,5 г и подвешенные на нитях длиной по 1 м, разошлись на 4 см друг от друга. Найти заряд каждого шарика.

Q.17. Два одинаковых положительных заряда находятся на расстоянии l друг от друга. Найти на прямой, перпендикулярной линии, соединяющей заряды и проходящей через середину этой линии, точки, в которых напряженность поля максимальна.

Q.18. Длинный прямой провод, расположенный в вакууме, несет заряд, равномерно распределенный по всей длине провода с линейной плотностью $\lambda = 2$ нКл/м. Определить напряженность E электростатического поля на расстоянии $r = 1$ м от провода.

Q.19. Электростатическое поле создается положительно заряженной бесконечной нитью с постоянной линейной плотностью $\lambda = 1$ нКл/см. Какую скорость приобретет электрон, приблизившись под действием поля нити вдоль линии напряженности с расстояния $r_1 = 1,5$ см до $r_2 = 1$ см?

Q.20. Кольцо радиусом $r = 5$ см из тонкой проволоки несет равномерно распределенный заряд $Q = 10$ нКл. Определить потенциал φ электростатического поля: 1) в центре кольца; 2) на оси, проходящей через центр кольца, в точке, удаленной на расстояние $a = 10$ см от плоскости кольца.

Q.21. С какой силой (на единицу площади) отталкиваются две одноименно заряженные бесконечно протяженные плоскости с поверхностной плотностью заряда $\sigma_1 = 3 \cdot 10^{-8}$ Кл/см² и $\sigma_2 = 6 \cdot 10^{-8}$ Кл/см²?

Q.22. Две длинные одноименно заряженные нити расположены на расстоянии $a = 10$ см друг от друга. Линейная плотность зарядов на нитях одинакова и 10^{-7} Кл/см. Найти величину и направление напряженности результирующего электрического поля в точке, находящейся на расстоянии 10 см от каждой нити.

Q.23. Тонкий стержень длиной 20 см равномерно заряжен с линейной плотностью заряда $\lambda = 1$ нКл/см. Определить напряженность поля, созданного стержнем в точке A на продолжении его оси на расстоянии 10 см от ближнего конца, и силу взаимодействия стержня и заряда $q = 10^{-8}$ Кл, если его поместить в точку A .

Q.24. Найти напряженность поля E и его потенциал φ на оси тонкого равномерно заряженного кольца.

Q.25. Найти поле равномерно заряженного шара радиуса R , суммарный заряд которого равен Q .

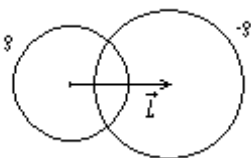
Q.26. Полый шар несет на себе равномерно распределенный заряд. Определить радиус шара, если потенциал φ_0 в центре шара равен 200 В, а в точке, лежащей от его центра на расстоянии $r = 50$ см, 40 В.

Q.27. Электростатическое поле создается бесконечной прямой нитью, заряженной равномерно с линейной плотностью $\lambda = 50$ пКл/см. Определить числовое значение и направление градиента потенциала в точке на расстоянии $r = 0,5$ м от нити.

Q.28. Электростатическое поле создается бесконечной плоскостью, равномерно заряженной с поверхностной плотностью $\sigma = 1$ нКл/м². Определить разность потенциалов между двумя точками этого поля, лежащими на расстояниях $x_1 = 20$ см и $x_2 = 50$ см от плоскости.

Q.29. Полубесконечная прямая, равномерно заряженная нить имеет заряд λ на единицу длины. Найти модуль и направление напряженности поля в точке, которая отстоит от нити на расстоянии y и находится на перпендикуляре к нити, проходящем через ее конец.

Q.30. Найти напряженность E электрического поля в области пересечения двух шаров, равномерно заряженных разноименными по знаку зарядами с объемной плотностью ρ и $-\rho$, если расстояние между центрами шаров определяется вектором \mathbf{l} .



Q.31 Потенциал электрического поля в сферических координатах имеет вид $\varphi = -ax(x > 0)$ и $\varphi = ax(x < 0)$. Определить распределение зарядов, которыми создается это поле.

Q.32. Два шарика с зарядами 6,7 и 13,4 нКл находятся на расстоянии 40 см друг от друга. Какую минимальную работу нужно совершить, чтобы сблизить их до расстояния 25 см?

Q.33. Электрическое поле создано тонким стержнем, несущим равномерно распределенный по длине заряд с $\lambda = 0,1$ мкКл/м. Определить потенциал φ поля в точке, удаленной от концов стержня на расстояние, равное длине стержня.

Q.34. Электростатическое поле создается сферой радиуса $R = 5$ см, равномерно заряженной с поверхностной плотностью $\sigma = 1$ нКл/м². Определить разность потенциалов между двумя точками поля, лежащими на расстояниях $r_1 = 10$ см и $r_2 = 15$ см от центра сферы.

Q.35. Электростатическое поле создается шаром радиусом $R = 10$ см, равномерно заряженным с объемной плотностью $\rho = 20$ нКл/м³. Определить разность потенциалов между точками, лежащими внутри шара на расстояниях $r_1 = 2$ см и $r_2 = 8$ см от центра шара.

Q.36. В однородное электростатическое поле напряженностью $E_0 = 700$ В/м перпендикулярно полю помещается бесконечная плоскопараллельная пластина ($\varepsilon = 7$). Определить: 1) напряженность электростатического поля внутри пластины; 2) электрическое смещение; 3) поляризованность стекла; 4) поверхностную плотность связанных зарядов на стекле.

Q.37. Электрическое поле создано длинным цилиндром радиуса $R = 1$ см, равномерно заряженным с линейной плотностью $\lambda = 20$ нКл/м. Определить разность потенциалов двух точек этого поля, находящихся на расстояниях $a_1 = 0,5$ см и $a_2 = 2$ см от поверхности цилиндра в средней его части.

Q.38. Определить начальную скорость v_0 сближения протонов, находящихся на достаточно большом расстоянии друг от друга, если минимальное расстояние r_{\min} , на которое они могут сблизиться, равно 10^{-11} см.

Q.39. Имеется бесконечная цепочка чередующихся зарядов q и $-q$. Расстояние между соседними зарядами равно a . Найти энергию взаимодействия каждого заряда со всеми остальными.

Q.40. Потенциал некоторого электрического поля имеет вид $\varphi = \alpha(xy - z^2)$. Найти проекцию вектора \mathbf{E} на направление вектора $\mathbf{a} = \mathbf{i} + 3\mathbf{k}$ в точке $M(2,1,-3)$.

Q.41. Напряженность электрического поля зависит только от координат x и y как $\mathbf{E} = a(x\mathbf{i} + y\mathbf{j})/(x^2 + y^2)$, где a – постоянная, \mathbf{i} и \mathbf{j} – орты осей OX и OY . Найти заряд внутри сферы радиуса R с центром в начале координат.

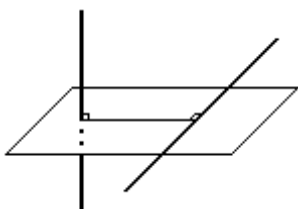
Q.42. В атоме йода, находящемся на расстоянии $r = 1$ нм от α -частицы, индуцирован электрический момент $p = 1,5 \cdot 10^{-32}$ Кл·м. Определить поляризуемость β атома йода.

Q.43 Однородный изотропный диэлектрик имеет вид сферического слоя, внутренний и наружный радиусы которого равны a и b . Найти напряженность E как функцию расстояния r от центра системы, если диэлектрик имеет положительный сторонний заряд q , расположенный равномерно: а) по внутренней поверхности слоя; б) по объему слоя.

Q.44. Между пластинами плоского конденсатора помещено два слоя диэлектрика – слюдяная пластинка ($\varepsilon_1 = 7$) толщиной $d_1 = 1$ мм и парафин ($\varepsilon_2 = 2$) толщиной $d_2 = 0,5$ мм. Определить: 1) напряженности электростатических полей в слоях диэлектрика; 2) электрическое смещение, если разность потенциалов между пластинами конденсатора $U = 500$ В.

Q.45. Расстояние между пластинами плоского конденсатора $d = 5$ мм, разность потенциалов $U = 1,2$ кВ. Определить: 1) поверхностную плотность заряда на пластинах конденсатора; 2) поверхностную плотность связанных зарядов на диэлектрике, если известно, что диэлектрическая восприимчивость диэлектрика, заполняющего пространство между пластинами $\chi = 1$.

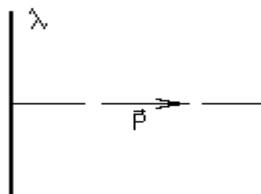
Q.46. К пластинам плоского воздушного конденсатора приложена разность потенциалов $U_1 = 500$ В. Площадь пластин $S = 200$ см², расстояние между ними $d = 1,5$ мм. После отключения конденсатора от источника напряжения в пространство между пластинами внесли парафин ($\varepsilon = 2$). Определить разность потенциалов U_2 между пластинами после внесения диэлектрика. Определить также емкости конденсатора C_1 и C_2 до и после внесения диэлектрика.



Q.47. Два взаимно перпендикулярных бесконечно длинных проводника, несущих равномерно распределенные заряды с линейными плотностями λ_1 и λ_2 , находятся на расстоянии a друг от

друга. Как зависит кулоновская сила взаимодействия между проводниками от расстояния a ?

Q.48. Электрическое поле образовано положительно заряженной бесконечно длинной нитью. Двигаясь под действием этого поля от точки, находящейся на расстоянии $x_1 = 1$ см от нити, до точки $x_2 = 4$ см, α -частица изменила свою скорость от $2 \cdot 10^5$ до $3 \cdot 10^6$ м/с. Найти линейную плотность заряда на нити.



Q.49. На некотором расстоянии a от бесконечно длинного прямолинейного проводника с равномерно распределенным линейным зарядом λ находится диполь с электрическим моментом p . Считая плечо диполя весьма малым по сравнению с расстоянием a , определить силу, действующую на диполь.

Q.50. Два шарика одинакового радиуса в 1 см и массой по $4 \cdot 10^{-5}$ кг подвешены на нитях одинаковой длины так, что их поверхности соприкасаются. Когда шарики зарядили, нити разошлись на некоторый угол и натяжение нитей стало равно $T = 4,9 \cdot 10^{-4}$ Н. Найти потенциал заряженных шариков, если известно, что расстояние от точки подвеса до центра каждого шарика равно 10 см.

Q.51. По тонкой нити, изогнутой по дуге окружности радиуса R , равномерно распределен заряд с линейной плотностью $\lambda = 10$ нКл/м. Определить напряженность E и потенциал φ электрического поля, создаваемого таким распределением заряда в точке O , совпадающей с центром кривизны. Длина l нити составляет $1/3$ длины окружности и равна 15 см.

Q.52. Определить напряженность электростатического поля на расстоянии $d = 1$ см от оси коаксиального кабеля, если радиус его центральной жилы $r_1 = 0,5$ см, а радиус оболочки $r_2 = 1,5$ см. Разность потенциалов между центральной жилой и оболочкой $U = 1$ кВ.

Q.53. Два плоских воздушных конденсатора одинаковой емкости соединены параллельно и заряжены до разности потенциалов $U = 300$ В. Определить разность потенциалов этой системы, если пространство между пластинами одного из конденсаторов заполнить слюдой ($\epsilon = 7$).

Q.54. Два заряженных шарика, подвешенных на нитях одинаковой длины, опускаются в керосин плотностью 800 кг/м³. Какова должна быть плотность материала шариков, чтобы угол расхождения нитей на воздухе и в керосине был один и тот же. Диэлектрическая проницаемость керосина $\epsilon = 2$.

Q.55. Внутренний цилиндрический проводник длинного прямого коаксиального провода радиусом $R_1 = 1,5$ мм заряжен с линейной плотностью $\lambda_1 = 0,20$ нКл/м. Внешний цилиндрический проводник этого провода радиусом $R_2 = 3$ мм заряжен с линейной плотностью $\lambda_2 = -0,15$ нКл/м. Пространство между проводниками заполнено резиной ($\epsilon = 3$). Определить напряженность электростатического поля в точках, лежащих от оси провода на расстояниях: 1) $r_1 = 1$ мм; 2) $r_2 = 2$ мм; 3) $r_3 = 5$ мм.

Q.56. В однородное электростатическое поле напряженностью $E_0 = 700$ В/м перпендикулярно полю помещается бесконечная плоскопараллельная стеклянная пластинка ($\epsilon = 7$). Определить: 1) напряженность электростатического поля внутри пластины; 2) электрическое смещение внутри пластины; 3) поверхностную плотность связанных зарядов на стекле.

Q.57. Свободные заряды равномерно распределены с объемной плотностью $\rho = 5$ нКл/м³ по шару радиусом $R = 10$ см из однородного изотропного диэлектрика с проницаемостью $\epsilon = 5$. Определить напряженность электростатического поля на расстояниях $r_1 = 5$ см и $r_5 = 15$ см от центра шара.

Q.58. Сплошной эбонитовый шар ($\varepsilon = 3$) радиусом $R = 5$ см заряжен равномерно с объемной плотностью $\rho = 10$ нКл/м³. Определить энергию электростатического поля, заключенную внутри шара.

Q.59. В однородное электростатическое поле напряженностью $E_0 = 700$ В/м перпендикулярно полю поместили стеклянную пластинку ($\varepsilon = 7$) толщиной $d = 1,5$ мм и площадью $S = 200$ см². Определить: 1) поверхностную плотность связанных зарядов на стекле; 2) энергию электростатического поля, сосредоточенную в пластинке.

Q.60. Разность потенциалов между пластинами плоского конденсатора $U = 100$ В. Площадь каждой пластины $S = 200$ см², расстояние между пластинами $d = 0,5$ мм, пространство между ними заполнено парафином ($\varepsilon = 2$). Определить силу притяжения пластин друг к другу.

Q.61. Между обкладками плоского конденсатора, заряженного до разности потенциалов 1,5 кВ, зажата парафиновая пластинка ($\varepsilon = 2$) толщиной 5 мм. Определить поверхностную плотность связанных зарядов на парафине.

Q.62. Точечный заряд q находится в вакууме на расстоянии l от плоской поверхности однородного диэлектрика, заполняющего все полупространство. Проницаемость диэлектрика ε . Найти: 1) Поверхностную плотность связанных зарядов как функцию расстояния r от точечного заряда q и исследовать полученный результат; 2) Суммарный связанный заряд на поверхности диэлектрика.

Q.63. Почему окраска небольших предметов методом разбрызгивания краски экономически выгодна, а также безвредна для здоровья работающего, если между пульверизатором и предметом создать высокое напряжение?

Q.64 Доказать, что при параллельном соединении конденсаторов

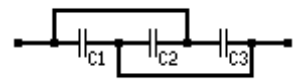
$$C_{\text{общ}} = \frac{q}{U} = C_1 + C_2 + \dots + C_{N-1} + C_N = \sum_{n=1}^N C_n.$$

Q.65. Доказать, что при последовательном соединении конденсаторов

$$\frac{1}{C_{\text{общ}}} = \frac{U}{q} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \dots + \frac{1}{C_{N-1}} + \frac{1}{C_N} = \sum_{n=1}^N \frac{1}{C_n}.$$

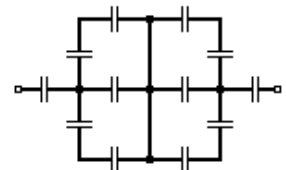
Q.66. Найти емкость изображенной на рисунке батареи конденсаторов.

Q.67. Найти емкость сферического конденсатора с радиусами $R_1 < R_2$, который заполнен изотропным диэлектриком с проницаемостью $\varepsilon = a/r$, где a – постоянная, r – расстояние от центра конденсатора.



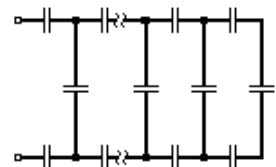
Q.68. 1000 одинаковых шарообразных капелек ртути заряжены до одного и того же потенциала $\varphi_1 = 1$ В. Каков будет потенциал φ большой капли, получившейся в результате слияния этих капелек?

Q.69. Определить емкость C батареи конденсаторов, изображенной на рисунке. Емкость каждого конденсатора $C_1 = 1$ мкФ.



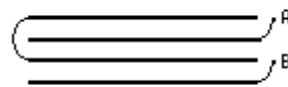
Q.70. Воздушный конденсатор емкостью C заполняют диэлектриком с диэлектрической проницаемостью ε . Какой конденсатор (какой емкости) надо включить последовательно с данным, чтобы такая батарея вновь имела емкость C ?

Q.71. Найти емкость бесконечной цепочки, составленной из одинаковых конденсаторов емкостью C .

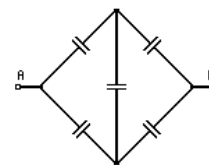


Q.72. Длинный прямой провод расположен параллельно безграничной проводящей плоскости. Радиус сечения провода равен a , расстояние между осью провода и проводящей плоскостью – h . Найти взаимную емкость этой системы на единицу длины провода при условии $a \ll h$.

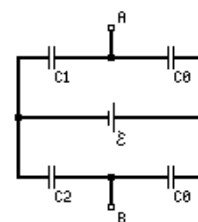
Q.73. Четыре одинаковые металлические пластины расположены в воздухе на одинаковом расстоянии d друг от друга. Площадь каждой пластины равна S . Найти емкость системы между точками А и В, если пластины соединены так, как показано на рисунке.



Q.74. Найти емкость C_{AB} изображенной на рисунке батареи конденсаторов, если она включается в цепь точками А и В.



Q.75. Найти разность потенциалов между точками А и В изображенной на рисунке схемы.



2.2. Постоянный ток

2.2.1. Основные законы и формулы

- Сила и плотность электрического тока:

$$I = \frac{dQ}{dt}, \quad j = \frac{dI}{dS}, \quad \mathbf{j} = ne\langle \mathbf{v} \rangle,$$

где S – площадь поперечного сечения проводника; $\langle \mathbf{v} \rangle$ – средняя скорость упорядоченного движения зарядов e в проводнике; n – концентрация зарядов.

- Сопротивление R однородного линейного проводника, его проводимость G и удельная электрическая проводимость γ вещества проводника:

$$R = \rho \frac{l}{S}, \quad G = \frac{1}{R}, \quad \gamma = \frac{1}{\rho},$$

где ρ – удельное электрическое сопротивление материала проводника; S – площадь поперечного сечения проводника; l – его длина.

- Сопротивление проводников при последовательном и параллельном соединении:

$$R = \sum_{n=1}^N R_n, \quad \frac{1}{R} = \sum_{n=1}^N \frac{1}{R_n}.$$

где R_n – сопротивление n -го проводника; N – число проводников.

- Закон Ома для неоднородного участка цепи:

$$I = \frac{U_{12}}{R} = \frac{\varphi_1 - \varphi_2 + \mathcal{E}_{12}}{R},$$

где U_{12} – напряжение на участке цепи с сопротивлением R ; \mathcal{E}_{12} – ЭДС источников тока, входящих в участок.

- Закон Ома в дифференциальной форме:

$$\mathbf{j} = \gamma(\mathbf{E} + \mathbf{E}^*),$$

где \mathbf{E}^* – напряженность поля сторонних сил.

- Правила (законы) Кирхгофа:

$$\sum_k I_k = 0, \quad \sum_k I_k R_k + \sum_m I_m r_m = \sum_m \mathcal{E}_m.$$

- Закон Джоуля-Ленца:

$$dQ = IUdt = I^2 Rdt = \frac{U^2}{R} dt,$$

где dQ – количество теплоты, выделяющееся в проводнике за время dt .

- Удельная мощность тока $P_{y\delta}$ и удельная тепловая мощность тока $q_{y\delta}$:

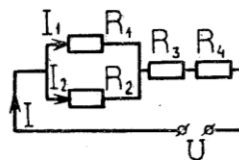
$$P_{y\delta} = \mathbf{j}(\mathbf{E} + \mathbf{E}^*), \quad Q_{y\delta} = \rho j^2$$

2.2.2. Примеры решения задач

1. По проводнику сопротивлением $R = 20$ Ом за время $t = 40$ с прошел заряд $Q = 100$ Кл. Найдите напряжение, приложенное к концам проводника.

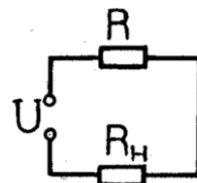
Решение: Сила тока через проводник $I = Q/t$, а напряжение, приложенное к концам проводника $U = IR = QR/t = 50$ В.

2. Участок цепи состоит из четырех резисторов. Резисторы $R_1 = 2$ Ом и $R_2 = 3$ Ом соединены параллельно. Последовательно с ними соединены резисторы $R_3 = 3$ Ом и $R_4 = 0,8$ Ом. К концам участка приложено напряжение $U = 20$ В. Найдите силу тока в каждом из четырех резисторов.



Решение: Участок цепи и силы тока в каждом из резисторов показаны на рисунке. Общее сопротивление участка цепи $R = R_1 R_2 / (R_1 + R_2) + R_3 + R_4 = 5$ Ом. Сила тока через сопротивления R_3 и R_4 равна $I = I_3 = I_4 = U/R = 4$ А. Падение напряжения на параллельно соединенных R_1 и R_2 равно $U_{12} = U - I(R_3 + R_4)$, а силы токов через сопротивления R_1 и R_2 равны $I_1 = U_{12}/R_1 = [U - I(R_3 + R_4)]/R_1 = 2,4$ и $I_2 = I - I_1 = 1,6$ А соответственно.

3. Линия электропередачи, имеющая сопротивление $R = 250$ Ом, подключена к генератору постоянного тока мощностью $P = 25$ кВт. При каком напряжении на зажимах генератора потери в линии составят $\eta = 4\%$ от мощности генератора?

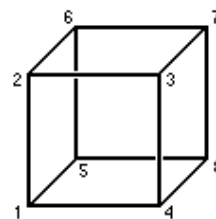


Решение: Обозначим R_n сопротивление нагрузки, U – напряжение на зажимах генератора. Мощность генератора $P = U^2 / (R + R_n)$, а мощность потерь $P_n = U^2 R / (R + R_n)^2$. По условию задачи $P_n = \eta P$, откуда получаем, что $R + R_n = R / \eta$. Подставляя выражение для $(R + R_n)$ в формулу для мощности, получаем: $U = \sqrt{P(R + R_n)} = \sqrt{PR/\eta} = 1,25 \cdot 10^4$ В.

2.2.3. Задачи и упражнения

J.1. Сила тока в проводнике равномерно нарастает от $I_0 = 0$ до $I = 5$ А в течение времени $t = 5$ с. Определить заряд, прошедший через проводник.

J.2. Найти сопротивление R проволочного каркаса, имеющего форму куба, при включении его в цепь между точками: а) $1 - 7$, б) $1 - 5$, в) $1 - 3$. Сопротивление каждого из ребер куба равно r .



J.3. Определить суммарный импульс электронов в прямом проводе длиной $l = 500$ м, по которому течет ток $I = 5$ А.

Ж.4. Зазор между обкладками плоского конденсатора заполнен стеклом с удельным сопротивлением $\rho = 100 \text{ ГОм}\cdot\text{м}$. Емкость конденсатора $C = 4,0 \text{ нФ}$. Найти ток утечки через конденсатор при подаче на него напряжения $U = 2,0 \text{ кВ}$.

Ж.5. Вольтметр, включенный в цепь последовательно с сопротивлением R_1 , показал напряжение $U_1 = 198 \text{ В}$, а при включении последовательно с сопротивлением $R_2 = 2R_1 - U_2 = 180 \text{ В}$. Определить сопротивление R_1 и напряжение в сети, если сопротивление вольтметра $R_v = 900 \text{ Ом}$.

Ж.6. По алюминиевому проводу сечением $S = 0,2 \text{ мм}^2$ течет ток $I = 0,2 \text{ А}$. Определить силу, действующую на отдельные свободные электроны со стороны электрического поля. Удельное сопротивление алюминия $\rho = 26 \text{ нОм}\cdot\text{м}$.

Ж.7. Металлический шар радиуса a окружен концентрической тонкой металлической оболочкой радиуса b . Пространство между этими электродами заполнено однородной слабо проводящей средой с удельным сопротивлением ρ . Найти сопротивление межэлектродного промежутка. Исследовать полученное выражение при $b \rightarrow \infty$.

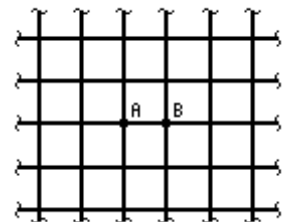
Ж.8. Два цилиндрических проводника одинакового сечения, но с разными удельными сопротивлениями ρ_1 и ρ_2 , прижаты торцами друг к другу. Найти заряд на границе раздела данных проводников, если в направлении от проводника 1 к проводнику 2 течет ток I .

Ж.9. Конденсатор емкости $C = 400 \text{ пФ}$ подключили через сопротивление $R = 650 \text{ Ом}$ к источнику постоянного напряжения U_0 . Через сколько времени напряжение на конденсаторе составит $U = 0,9 U_0$?

Ж.10. Два последовательно соединенных источника тока одинаковой ЭДС имеют различные внутренние сопротивления r_1 и r_2 , причем $r_1 < r_2$. Найти внешнее сопротивление R , при котором разность потенциалов на клеммах одного из источников (какого именно?) станет равной нулю.

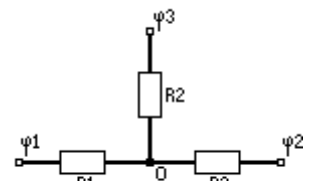
Ж.11. Найти ЭДС и внутреннее сопротивление источника, эквивалентного двум параллельно соединенным элементам с ЭДС \mathcal{E}_1 и \mathcal{E}_2 и внутренними сопротивлениями r_1 и r_2 .

Ж.12. Имеется безграничная проволочная сетка с квадратными ячейками. Сопротивление каждого проводника между соседними узлами равно r . Найти сопротивление R этой сетки между точками A и B.

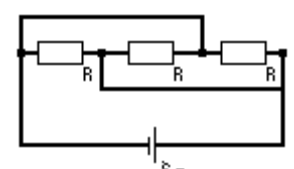


Ж.13. Имеется проводник, у которого известны сопротивление R , не зависящее от температуры, и общая теплоемкость C . В момент времени $t = 0$ его подключили к постоянному напряжению U . Найти зависимость от времени температуры T проводника, считая, что тепловая мощность, отдаваемая им в окружающее пространство $q = k(T - T_0)$, где k - постоянная, T_0 - температура окружающей среды (она же и температура проводника в начальный момент).

Ж.14. Найти ток, протекающий через сопротивление R_1 , если сопротивления $R_1 = 10 \text{ Ом}$, $R_2 = 20 \text{ Ом}$, $R_3 = 30 \text{ Ом}$ и потенциалы точек 1, 2, 3 равны соответственно $\varphi_1 = 10 \text{ В}$, $\varphi_2 = 6 \text{ В}$, $\varphi_3 = 5 \text{ В}$.

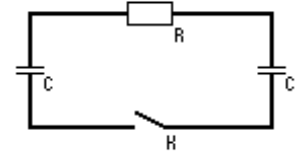


Ж.15. К источнику постоянного тока с внутренним сопротивлением r подключили три одинаковых сопротивления R , соединенных между собой, как показано на рисунке. При каком значении R тепловая мощность, выделяемая на этом участке, будет максимальна?



J.16. Между обкладками плоского конденсатора помещена параллельно им металлическая пластинка, толщина которой составляет $\eta = 0,60$ расстояния между обкладками. Емкость конденсатора в отсутствие пластинки $C = 20$ нФ. Конденсатор подключен к источнику постоянного напряжения $U = 100$ В. Пластинку медленно извлекли из конденсатора. Найти: а) приращение энергии конденсатора; б) механическую работу, затраченную на извлечение пластинки.

J.17. В схеме емкость каждого конденсатора равна C и сопротивление – R . Один из конденсаторов зарядили до напряжения U_0 , а затем в момент $t = 0$ замкнули ключ K . Найти: а) ток I в цепи как функцию времени t ; б) количество тепла, зная зависимость $I(t)$.

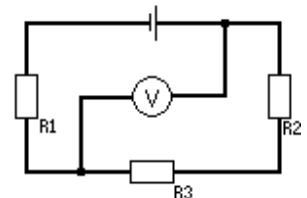


J.18. Однородный пучок протонов, ускоренных разностью потенциалов $U = 600$ кВ, имеет круглое сечение радиуса $R_0 = 5,0$ мм. Найти напряженность электрического поля на поверхности пучка и разность потенциалов между поверхностью и осью пучка при токе $I = 50$ мА.

J.19. Сила тока в проводнике сопротивлением $R = 120$ Ом равномерно возрастает от $I_0 = 0$ до $I_{\max} = 5$ А за время $\tau = 15$ с. Определить количество теплоты, выделившееся за это время в проводнике.

J.20. Плотность электрического тока в медном проводе равна 10 А/см². Определить удельную тепловую мощность тока, если удельное сопротивление меди $\rho = 17$ нОм·м.

J.21. В изображенной на рисунке схеме $R_1 = R_2 = R_3 = 100$ Ом. Вольтметр показывает $U_v = 200$ В, сопротивление вольтметра $R_v = 800$ Ом. Определить ЭДС батареи, пренебрегая ее сопротивлением.

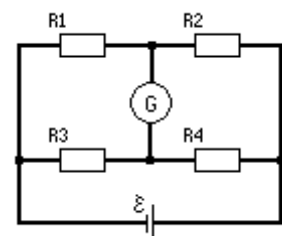


J.22. Конденсатор, заполненный диэлектриком с проницаемостью $\epsilon = 2,1$ теряет за время $\tau = 3,0$ мин половину сообщенного ему заряда. Предполагая, что утечка заряда происходит только через диэлектрическую прокладку, вычислить ее удельное сопротивление.

J.23. Даны четыре элемента с ЭДС $1,5$ В и внутренним сопротивлением $r = 0,2$ Ом. Как нужно соединить эти элементы, чтобы получить от собранной батареи наибольшую силу тока во внешней цепи, имеющей сопротивление $R = 0,2$ Ом? Определить максимальную силу тока.

J.24. Имеется предназначенный для измерения токов до 10 А амперметр сопротивлением в $0,18$ Ом, шкала которого разделена на 100 делений. Какое сопротивление надо взять и как его включить, чтобы этим амперметром можно было измерить силу тока до 100 А? Как изменится при этом цена деления шкалы амперметра?

J.25. На рисунке $\mathcal{E} = 2$ В, $R_1 = 60$ Ом, $R_2 = 40$ Ом, $R_3 = R_4 = 20$ Ом и $R_G = 100$ Ом. Определить силу тока I_G , протекающего через гальванометр.



J.26. Батарея состоит из параллельно соединенных элементов. При силе тока во внешней цепи 2 А полезная мощность равна 7 Вт. Определить число элементов в батарее, если ЭДС каждого элемента $5,5$ В, а внутреннее сопротивление 5 Ом.

J.27. Сколько тепла выделится в спирали сопротивлением R при прохождении через нее заряда q , если ток в спирали: а) равномерно убывал до нуля в течение времени Δt ; б) монотонно убывал до нуля так, что за каждые Δt секунд он уменьшался вдвое?

2.3. Магнитное поле. Электромагнитная индукция

2.3.1. Основные законы и формулы

- Магнитное поле точечного заряда q , движущегося с нерелятивистской скоростью \mathbf{v} :

$$\mathbf{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{q[\mathbf{v} \times \mathbf{r}]}{r^3},$$

- Закон Био-Савара-Лапласа:

$$d\mathbf{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{[\mathbf{j} \times \mathbf{r}]}{r^3} dV, \quad \text{или} \quad d\mathbf{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I[d\mathbf{l} \times \mathbf{r}]}{r^3}.$$

- Магнитная индукция поля, создаваемого бесконечно длинным прямым проводником с током:

$$B = \frac{\mu\mu_0}{4\pi} \frac{2I}{R},$$

где R – расстояние от оси проводника.

- Магнитная индукция в центре кругового проводника с током:

$$B = \mu\mu_0 \frac{I}{2R},$$

где R – радиус кривизны проводника.

- Циркуляция вектора \mathbf{B} и теорема Гаусса для него:

$$\oint_L \mathbf{B} d\mathbf{l} = \oint_L B_l dl = \mu_0 \sum_{n=1}^N I_n, \quad \oint_S \mathbf{B} d\mathbf{S} = 0,$$

где $d\mathbf{l}$ – вектор элементарной длины контура, направленной вдоль обхода контура; $B_l = B \cos \alpha$ – составляющая вектора \mathbf{B} в направлении касательной к контуру L произвольной формы (с учетом выбранного направления обхода); α – угол между векторами \mathbf{B} и $d\mathbf{l}$; $\sum_{n=1}^N I_n$ – алгебраическая сумма токов, охватываемых контуром.

- Поток вектора магнитной индукции (магнитный поток) через площадку dS :

$$d\Phi_S = \mathbf{B} d\mathbf{S} = B_n dS.$$

- Сила Лоренца:

$$\mathbf{F} = q\mathbf{E} + q[\mathbf{v} \times \mathbf{B}].$$

- Сила Ампера:

$$d\mathbf{F} = [\mathbf{j} \times \mathbf{B}] dV \quad \text{или} \quad d\mathbf{F} = I[d\mathbf{l} \times \mathbf{B}].$$

- Сила взаимодействия двух прямых бесконечных прямолинейных параллельных проводников с токами I_1 и I_2 :

$$dF = \frac{\mu\mu_0}{4\pi} \frac{2I_1 I_2}{R} dl,$$

где R – расстояние между проводниками; dl – отрезок проводника.

- Сила и момент сил, действующих на магнитный диполь $\mathbf{p}_m = IS\mathbf{n}$:

$$\mathbf{F} = p_m \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial n}, \quad \mathbf{M} = [\mathbf{p}_m \times \mathbf{B}],$$

где $\partial \mathbf{B} / \partial n$ – производная вектора \mathbf{B} по направлению диполя.

- Циркуляция вектора намагниченности \mathbf{J} :

$$\oint_L \mathbf{J} d\mathbf{l} = I',$$

где I' – суммарный молекулярный ток.

- Вектор \mathbf{H} и его циркуляция:

$$\mathbf{H} = \frac{\mathbf{B}}{\mu_0} - \mathbf{J}, \quad \oint_L \mathbf{H} d\mathbf{l} = \sum_{n=1}^N I_n,$$

где $\sum_{n=1}^N I_n$ – алгебраическая сумма макроскопических токов, охватываемых контуром.

- Условия на границе раздела двух магнетиков:

$$B_{1n} = B_{2n}, \quad H_{1\tau} = H_{2\tau}.$$

- Для линейных магнетиков, у которых $\mathbf{J} = \kappa \mathbf{H}$:

$$\mathbf{B} = \mu_0 \mu \mathbf{H}, \quad \mu = 1 + \kappa.$$

- Магнитный поток, создаваемый током в контуре с индуктивностью:

$$\Phi = LI.$$

- Работа по перемещению проводника с током в магнитном поле:

$$dA = Id\Phi,$$

где $d\Phi$ – магнитный поток, пересеченный движущимся проводником.

- Работа по перемещению замкнутого контура с током в магнитном поле:

$$dA = Id\Phi',$$

где $d\Phi'$ – изменение магнитного потока, сцепленного с контуром.

- Закон электромагнитной индукции Фарадея:

$$\mathcal{E}_i = - \frac{d\Phi}{dt}.$$

- ЭДС самоиндукции:

$$\mathcal{E}_i = -L \frac{dI}{dt}.$$

- ЭДС взаимной индукции (ЭДС, индуцируемая изменением силы тока в соседнем контуре):

$$\mathcal{E}_{i2} = -L_{12} \frac{dI_1}{dt}.$$

- Собственная энергия тока и взаимная энергия двух токов:

$$W = \frac{LI^2}{2}, \quad W_{12} = L_{12} I_1 I_2.$$

- Объемная плотность энергии магнитного поля:

$$w = \frac{B^2}{2\mu_0\mu} = \frac{\mu_0\mu H^2}{2} = \frac{(\mathbf{B} \cdot \mathbf{H})}{2}.$$

2.3.2. Примеры решения задач

1. Электрон, прошедший ускоряющую разность потенциалов U , влетел в однородное магнитное поле с индукцией B и начал двигаться по окружности. Найдите радиус этой окружности.

Решение: Кинетическая энергия электрона после прохождения ускоряющей разности потенциалов $(mv^2)/2 = eU$, где m – масса электрона, e – его заряд. Второй закон Ньютона для движения электрона в магнитном поле принимает вид: $ma_n = (mv^2)/R = Bev$. Разрешая записанные уравнения относительно R , получаем следующий ответ: $R = [(2mU)/(eB^2)]^{1/2}$.

2. Электрон движется по окружности радиусом $R = 10$ см в однородном магнитном поле с индукцией $B = 1$ Тл. Параллельно магнитному полю возбуждается однородное электрическое поле с напряженностью $E = 100$ В/м. За кой промежуток времени τ кинетическая энергия электрона возрастет вдвое?

Решение: На электрон в однородном магнитном поле действует сила $F_{\perp} = Bev_{\perp}$, под действием которой он движется по окружности радиусом R со скоростью v_{\perp} и центростремительным ускорением $a_n = (v_{\perp})^2/R$. По второму закону Ньютона, $F_{\perp} = ma_n$ или $Bev_{\perp} = m(v_{\perp})^2/R$, где m – масса электрона, а e – его заряд. Отсюда находим: $v_{\perp} = (BeR)/m$. При возбуждении однородного электрического поля электрон начинает равноускоренно двигаться вдоль силовых линий электрического поля, причем $a_{\tau} = (Ee)/m$. Кинетическая энергия электрона $W = (mv^2)/2$ вдвое превысит начальную кинетическую энергию $W_0 = (mv_{\perp}^2)/2$, когда $v^2/v_{\perp}^2 = 2$. Учитывая, что $v^2 = v_{\perp}^2 + v_{\parallel}^2 = v_{\perp}^2 + (a_{\tau}\tau)^2$, получаем $(a_{\tau}\tau)^2 = v_{\perp}^2$ и $\tau = v_{\perp}/a_{\tau}$. Окончательный ответ: $\tau = (RB)/E = 10^{-3}$ с.

3. В однородном магнитном поле с индукцией $B = 0,1$ Тл расположен плоский виток, плоскость которого перпендикулярна силовым линиям поля. Виток замкнут на гальванометр. При повороте витка через гальванометр протек заряд $Q = 9,5 \cdot 10^{-2}$ Кл. На какой угол повернули виток? Площадь витка $S = 10^3$ см², сопротивление витка $R = 2$ Ом.

Решение: При повороте проволочного витка в магнитном поле в витке возникает ЭДС индукции $\mathcal{E}_i = -d\Phi/dt$ и индукционный ток $I_i = \mathcal{E}_i/R = -d\Phi/Rdt$. По определению, полный заряд, прошедший через гальванометр за время поворота, $Q = \int_0^{\infty} I_i dt = -\frac{1}{R} \int_{\Phi_0}^{\Phi} d\Phi$, где $\Phi_0 = BS$ – начальный поток вектора магнитной индукции через виток, а $\Phi = BS\cos\varphi$ – конечный поток (φ – угол поворота). Таким образом, $Q = BS(1 - \cos\varphi)/R$, откуда находим что $\varphi = \arccos[1 - QR/(BS)] = 154^\circ$.

2.3.3. Задачи и упражнения

Н.1. Имеется три бесконечно длинных прямолинейных и параллельных проводника A , B и C с текущими в одном направлении токами. Расстояние между проводниками $AB = BC = 5$ см; $I_A = I_B = I$, $I_C = -2I$. Найти точку на прямой AC , в которой напряженность магнитного поля, вызванного токами, равна нулю.

Н.2. В однородном магнитном поле с индукцией $B = 0,5$ Тл находится прямоугольная рамка длиной $a = 8$ см и шириной $b = 5$ см, содержащая $N = 100$ витков тонкой проволоки. Ток в рамке $I = 1$ А, а плоскость рамки параллельна линиям магнитной индукции. Определить: 1) магнитный момент рамки; 2) вращающий момент, действующий на рамку.

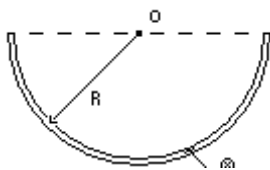
Н.3. Ток I течет по тонкому проводнику, который имеет вид правильного n -угольника, вписанного в окружность радиуса R . Найти магнитную индукцию в центре данного контура. Исследовать полученное выражение при $n \rightarrow \infty$.

Н.4. Ток в 20 А идет по длинному проводнику, согнутому под прямым углом. Найти напряженность магнитного поля в точке, лежащей на биссектрисе этого угла и отстоящей от вершины угла на расстоянии 10 см.

Н.5. Определить индукцию магнитного поля в центре проволочной квадратной рамки со стороной $a = 15$ см, если по рамке течет ток $I = 5$ А.

Н.6. В центре кругового проволочного витка создается магнитное поле H при разности потенциалов U на концах витка. Как нужно изменить приложенную разность потенциалов, чтобы получить вдвое бóльшую напряженность поля в центре витка вдвое большего радиуса, сделанного из той же проволоки?

Н.7. Определить магнитную индукцию в центре кругового проволочного витка радиусом $R = 10$ см, по которому течет ток $I = 1$ А.



Н.8. Ток I течет по длинному прямому проводнику, сечение которого имеет форму тонкого полукольца радиуса R . Найти индукцию магнитного поля в точке O .

Н.9. Однородный ток плотности j течет внутри неограниченной пластины толщины $2d$ параллельно ее поверхности. Найти индукцию магнитного поля этого тока как функцию расстояния x от средней плоскости пластины. Магнитную проницаемость всюду считать равной единице.

Н.10. По круговому контуру течет ток $I = 2$ А. При этом в центре контура образуется магнитное поле напряженностью $H = 33$ А/м. Найти длину проволоки, из которой сделана рамка контура.

Н.11. По прямому горизонтально расположенному проводу пропускают ток $I_1 = 10$ А. Под ним на расстоянии $R = 1,5$ см находится параллельный ему алюминиевый провод, по которому пропускают ток $I_2 = 1,5$ А. Определить, какова должна быть площадь поперечного сечения алюминиевого провода, чтобы он удерживался незакрепленным. Плотность алюминия $\rho = 2,7$ г/см³.

Н.12. Найти плотность тока как функцию расстояния r от оси аксиально-симметричного потока электронов, если индукция магнитного поля внутри потока зависит от r как $B = br^\alpha$, где b и α – положительные постоянные.

Н.13. Требуется получить напряженность магнитного поля H , равную 12,6 э, в соленоиде длиной $l = 20$ см и диаметром $D = 5$ см. Найти: 1) число ампер-витков, необходимое для этого соленоида; 2) разность потенциалов, которую необходимо приложить к концам обмотки, если для нее употребляется медная проволока диаметром $d = 0,5$ мм. Поле соленоида считать однородным.

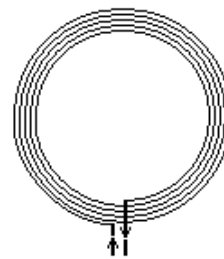
Н.14. Применяя закон Ампера для силы взаимодействия двух параллельных токов, вывести числовое значение магнитной постоянной μ_0 .

Н.15. Постоянный ток $I = 10$ А течет по длинному прямому проводнику круглого сечения. Найти магнитный поток через одну из половин осевого сечения проводника в расчете на один метр.

Н.16. В однородном магнитном поле, напряженность которого 1000 э, помещена прямоугольная рамка размером 5 x 10 см. Ее плоскость составляет с направлением поля угол 60° . Найти магнитный поток, пронизывающий рамку.

Н.17. Электрон, обладая скоростью $v = 10$ Мм/с, влетел в однородное магнитное поле перпендикулярно линиям магнитной индукции. Индукция магнитного поля $B = 0,1$ мТл. Определить нормальное и тангенциальное ускорения электрона.

Н.18. Тонкий провод (с изоляцией) образует плоскую спираль из $N = 100$ плотно расположенных витков, по которым течет ток $I = 8$ мА. Радиусы внутреннего и внешнего витков равны $a = 50$ мм и $b = 100$ мм. Найти: а) индукцию магнитного поля в центре спирали; б) магнитный момент спирали при данном токе.



Н.19. Электрон, ускоренный разностью потенциалов 300 В, движется параллельно прямолинейному длинному проводу на расстоянии 4 мм от него. Какая сила подействует на электрон, если по проводнику пустить ток 5 А?

Н.20. Электрон, обладая скоростью $v = 1$ Мм/с, влетает в однородное магнитное поле под углом $\alpha = 60^\circ$ к направлению поля и начинает двигаться по спирали. Напряженность магнитного поля $H = 1,5$ кА/м. Определить: 1) шаг спирали; 2) радиус витка спирали.

Н.21. Два протона движутся параллельно друг другу с одинаковой скоростью $v = 300$ км/с. Найти отношение сил магнитного и электрического взаимодействия данных протонов.

Н.22. Протон влетает в однородное магнитное поле под углом 30° к направлению поля и движется по винтовой линии, радиус которой равен 1,5 см. Индукция магнитного поля равна $B = 10^3$ Гс. Найти кинетическую энергию протона.

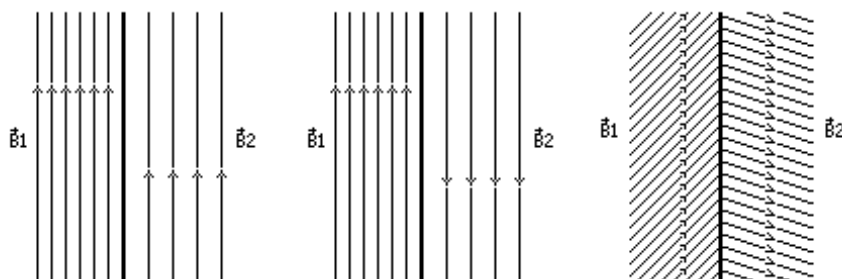
Н.23. Используя теорему о циркуляции вектора \mathbf{B} , рассчитать магнитную индукцию поля внутри соленоида (в вакууме), если число витков соленоида равно N и длина соленоида l .

Н.24. Квадратная рамка с током $I = 0,90$ А расположена в одной плоскости с длинным прямым проводником, по которому течет ток $I_0 = 5,0$ А. Сторона рамки $a = 8,0$ см. Проходящая через середины противоположных сторон ось рамки параллельна проводу и отстоит от него на расстоянии, которое в $\eta = 1,5$ раза больше стороны рамки. Найти: а) амперову силу, действующую на рамку; б) механическую работу, которую нужно совершить для поворота рамки вокруг ее оси на 180° , если токи поддерживают неизменными.

Н.25. На соленоид длиной 20 см и площадью поперечного сечения 30 см² надет проволочный виток. Соленоид имеет 320 витков и по нему течет ток 3 А. Какая средняя ЭДС индуцируется в надетом на соленоид витке, когда ток в соленоиде выключается в течение 0,001 с?

Н.26. Внутри соленоида с числом витков $N = 200$ с никелевым сердечником ($\mu = 200$) напряженность однородного магнитного поля $H = 10$ кА/м. Площадь поперечного сечения $S = 10$ см². Определить: 1) магнитную индукцию поля внутри соленоида; 2) полный магнитный поток.

Н.27. Проводящую плоскость с током поместили во внешнее однородное магнитное поле. В результате индукция магнитного поля с одной стороны плоскости оказалась \mathbf{B}_1 , а с другой стороны \mathbf{B}_2 . Найти магнитную силу, действующую на единицу поверхности плоскости в случаях, показанных на рисунках. Выяснить, куда направлен ток в плоскости в каждом случае.



Н.28. Соленоид длиной 50 см и площадью поперечного сечения 2 см^2 имеет индуктивность $2 \cdot 10^{-7} \text{ Гн}$. При какой силе тока объемная плотность энергии магнитного поля внутри соленоида равна 10^{-3} Дж/м^3 ?

Н.29. Квадратный проводящий контур со стороной $l = 20 \text{ см}$ и током $I = 10 \text{ А}$ свободно подвешен в однородном магнитном поле с магнитной индукцией $B = 0,2 \text{ Тл}$. Определить работу, которую необходимо совершить, чтобы повернуть контур на 180° вокруг оси, перпендикулярной направлению магнитного поля.

Н.30. Плоский конденсатор, площадь каждой пластины которого S и расстояние между ними d , поместили в поток проводящей жидкости с удельным сопротивлением ρ . Жидкость движется с постоянной скоростью v параллельно пластинам. Система находится в однородном магнитном поле с индукцией B , причем вектор \mathbf{B} параллелен пластинам и перпендикулярен к направлению потока. Пластины конденсатора замкнули на внешнее сопротивление R . Какая мощность выделяется на этом сопротивлении? При каком значении R выделяемая мощность будет максимальной? Чему она равна?

Н.31. Небольшая катушка с током, имеющая магнитный момент \mathbf{p}_m , находится на оси кругового витка радиуса R , по которому течет ток I . Найти модуль вектора силы, действующей на катушку, если ее расстояние от центра витка равно x , а вектор \mathbf{p}_m совпадает по направлению с осью витка.

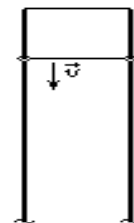
Н.32. Соленоид диаметром $d = 4 \text{ см}$, имеющий $N = 500$ витков, помещен в магнитное поле, индукция которого изменяется со скоростью 1 мТл/с . Ось соленоида составляет с вектором магнитной индукции угол $\alpha = 45^\circ$. Определить ЭДС индукции, возникающей в соленоиде.

Н.33. Постоянный ток I течет вдоль длинного однородного цилиндрического провода круглого сечения. Провод сделан из парамагнетика с магнитной восприимчивостью χ . Найти: а) поверхностный молекулярный ток $I'_{\text{пов}}$; б) объемный молекулярный ток $I'_{\text{об}}$.

Н.34. В однородном магнитном поле, индукция которого $0,25 \text{ Тл}$, находится плоская катушка радиусом 25 см , содержащая 75 витков. Плоскость катушки составляет угол 60° с направлением вектора индукции. Определить вращающий момент, действующий на катушку в магнитном поле, если по витку течет ток 3 А . Какую работу нужно совершить, чтобы удалить катушку из магнитного поля?

Н.35. Когда нет перемещения тела, нет и работы в механическом смысле. На что же расходуется энергия, подводимая к электромагниту, когда он "держит" груз?

Н.36. Две гладкие замкнутые металлические шины, расстояние между которыми равно 30 см , со скользящей перемычкой, которая может двигаться без трения, находятся в однородном магнитном поле с индукцией $B = 0,1 \text{ Тл}$, перпендикулярном плоскости контура. Перемычка массой $m = 5 \text{ г}$ скользит вниз с постоянной скоростью $v = 0,5 \text{ м/с}$. Определить сопротивление перемычки, пренебрегая самоиндукцией контура и сопротивлением остальной части контура.



Н.37. В однородном магнитном поле ($B = 0,2 \text{ Тл}$) равномерно с частотой $n = 600 \text{ мин}^{-1}$ вращается рамка, содержащая $N = 1200$ витков, плотно прилегающих друг к другу. Площадь рамки $S = 100 \text{ см}^2$. Ось вращения лежит в плоскости рамки и перпендикулярна линиям магнитной индукции. Определить максимальную ЭДС, индуцируемую в рамке.

Н.38. Прямой проводник длиной $1,5 \text{ м}$, движущийся равноускоренно в однородном магнитном поле с начальной скоростью 3 м/с и ускорением 10 м/с^2 , переместился на расстояние $0,5 \text{ м}$. Найти среднюю ЭДС индукции в проводнике. Индукция магнитного поля равна $0,2 \text{ Тл}$ и направлена перпендикулярно скорости движения проводника. Найти также мгновенное значение ЭДС индукции в проводнике в конце перемещения.

Н.39. Длинный соленоид индуктивностью $L = 4$ мГн содержит $N = 600$ витков. Площадь поперечного сечения соленоида $S = 20$ см². Определить магнитную индукцию поля внутри соленоида, если сила тока, протекающего по его обмотке, равна 6 А.

Н.40. К двум произвольным точкам проволочного кольца подведены идущие радиально провода, соединенные с весьма удаленным источником тока. Показать, что индукция магнитного поля в центре кольца равна нулю.

Н.41. Через катушку, индуктивность L которой равна 200 мГн, протекает зависящий от времени ток $I = 2\cos 3t$. Определить: 1) закон изменения ЭДС самоиндукции; 2) максимальное значение ЭДС самоиндукции.

Н.42. Электроны, летящие в телевизионной трубке, обладают энергией 12 кэВ. Трубка ориентирована так, что электроны движутся горизонтально с юга на север. Вертикальная составляющая земного магнитного поля направлена вниз, и его индукция $B = 5,5 \cdot 10^{-5}$ Тл. В каком направлении будет отклоняться электронный луч? Каково ускорение каждого электрона? На сколько отклонится пучок электронов, пролетев 20 см внутри электронной трубки?

Н.43. Соленоид длиной $l = 0,8$ м имеет однослойную обмотку из алюминиевого провода массой $m = 400$ г. Определить время релаксации τ для этого соленоида. Плотность и удельное сопротивление алюминия равны соответственно $d = 2,7$ г/см³ и $\rho = 26$ нОм·м.

Н.44. Между рельсами железнодорожного пути включен вольтметр. Над ним с постоянной скоростью проходит поезд. Каковы показания вольтметра при приближении поезда? при нахождении поезда над вольтметром? при удалении поезда? Магнитное поле Земли принять на данном участке однородным, с вертикальной составляющей $B_{\perp} = 5 \cdot 10^{-5}$ Тл. Ширина колеи 1,2 м. Скорость поезда 60 км/ч.

Н.45. Две катушки намотаны на один сердечник. Индуктивность первой катушки $L_1 = 0,12$ Гн, второй – $L_2 = 3$ Гн. Сопротивление второй катушки $R_2 = 300$ Ом. Определить силу тока I_2 во второй катушке, если за время $\Delta t = 0,01$ с силу тока в первой катушке уменьшить от $I_1 = 0,5$ А до нуля.

Н.46. Реактивный самолет, имеющий размах крыльев 50 м, летит горизонтально со скоростью 800 км/ч. Определить разность потенциалов, возникающую между концами крыльев, если вертикальная составляющая индукции магнитного поля Земли равна $B_{\perp} = 5 \cdot 10^{-5}$ Тл. Можно ли использовать эту разность потенциалов для измерения скорости полета самолета?

Н.47. Обмотка электромагнита, находясь под постоянным напряжением, имеет сопротивление $R = 15$ Ом и индуктивность $L = 0,3$ Гн. Определить время, за которое в обмотке выделится количество теплоты, равное энергии магнитного поля в сердечнике.

Н.48. Кусок провода длиной $l = 2$ м складывается вдвое и его концы замыкаются. Затем провод растягивается в квадрат так, что плоскость квадрата перпендикулярна горизонтальной составляющей индукции магнитного поля Земли $B_{\parallel} = 2 \cdot 10^{-5}$ Тл. Какое количество электричества пройдет через контур, если его сопротивление $R = 1$ Ом?

Н.49. По круговому контуру радиусом $r = 40$ см, погруженному в жидкий кислород, течет ток $I = 1$ А. Определить намагниченность в центре этого контура. Магнитная восприимчивость жидкого кислорода $\chi = 3,4 \cdot 10^{-3}$.

Н.50. При включении магнитного поля, перпендикулярного к плоскости витка радиуса R , по витку протек заряд Q . Какой заряд протечет по витку, если его, при неизменном поле, сложить "восьмеркой", состоящей из двух окружностей, причем радиус меньшей окружности равен $R/4$? Плоскость "восьмерки" также перпендикулярна магнитному полю.

Н.51. Колебательный контур содержит соленоид (длина $l = 5$ см, площадь поперечного сечения $S_1 = 1,5$ см², число витков $N = 500$) и плоский конденсатор (расстояние между пластинами $d = 1,5$ мм, площадь пластин $S = 100$ см²). Определить частоту ω собственных колебаний контура.

Н.52. Металлический диск радиуса $R = 25$ см вращают с постоянной угловой скоростью $\omega = 130$ рад/с вокруг его оси. Найти разность потенциалов между центром и ободом диска, если: а) внешнего поля нет; б) имеется перпендикулярное к диску внешнее однородное магнитное поле с индукцией $B = 5,0$ мТ.

Н.53. Колебательный контур содержит катушку с общим числом витков $N = 100$, индуктивностью $L = 10$ мкГн и конденсатор емкостью $C = 1$ нФ. Максимальное напряжение U_m на обкладках конденсатора составляет 100 В. Определить максимальный магнитный поток, пронизывающий катушку.

Н.54. Квадратная рамка со стороной a и длинный прямой провод с током I находятся в одной плоскости на расстоянии x друг от друга. Рамку поступательно удаляют от тока с постоянной скоростью v . Найти ЭДС индукции в рамке как функцию расстояния x .

Н.55. Колебательный контур состоит из катушки индуктивностью $L = 25$ мГн, конденсатор емкостью $C = 0,1$ мкФ и резистора сопротивлением $R = 20$ Ом. Определить, через сколько полных колебаний амплитуда тока в контуре уменьшится в e раз.

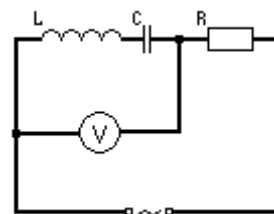
Н.56. Металлический стержень массы m может вращаться вокруг горизонтальной оси O , скользя по кольцевому проводнику радиуса a . Схема находится в однородном магнитном поле с индукцией B , направленном перпендикулярно к плоскости кольца. Ось и кольцо подключены к источнику ЭДС, образуя цепь с сопротивлением R . Пренебрегая трением, индуктивностью цепи и сопротивлением кольца, найти, по какому закону должна изменяться ЭДС источника, чтобы стержень вращался с постоянной угловой скоростью ω .

Н.57. Колебательный контур содержит катушку индуктивностью $L = 0,1$ мГн, резистор сопротивлением $R = 3$ Ом, а также конденсатор емкостью $C = 10$ нФ. Определить среднюю мощность, потребляемую контуром, необходимую для поддержания в нем незатухающих колебаний с амплитудным значением напряжения на конденсаторе $U_m = 2$ В.

Н.58. Определить полное сопротивление переменному току ($\nu = 50$ Гц) участка цепи, состоящего из параллельно включенного конденсатора емкостью $C = 10$ мкФ и резистора $R = 50$ Ом.

Н.59. В цепи переменного тока с частотой $\omega = 314$ рад/с вольтметр показывает нуль при $L = 0,2$ Гн. Определить емкость конденсатора.

Н.60. Контур содержит конденсатор емкостью $C = 5$ нФ, катушку индуктивностью $L = 5$ мкГн и активное сопротивление $R = 0,1$ Ом. Определить среднюю мощность, потребляемую колебательным контуром, при поддержании в нем незатухающих гармонических колебаний с амплитудным значением напряжения на конденсаторе $U_{mC} = 10$ В.



Н.61. Доказать с помощью уравнений Максвелла, что
а) переменное во времени магнитное поле не может существовать без электрического поля;
б) однородное электрическое поле не может существовать при наличии переменного во времени магнитного поля;

Н.62. Показать, что из уравнений Максвелла следует закон сохранения электрического заряда $\Delta \cdot \mathbf{j} = -\partial \rho / \partial t$

3. Контрольные вопросы для экзамена

1. Электрический заряд. Закон Кулона
2. Электрическое поле. Напряженность поля \mathbf{E}
3. Теорема Остроградского – Гаусса для поля \mathbf{E} (интегральная форма)
4. Теорема Остроградского – Гаусса для поля \mathbf{E} (дифференциальная форма)
5. Примеры применения теоремы Остроградского - Гаусса для поля \mathbf{E}
6. Работа кулоновских сил. Теорема о циркуляции вектора \mathbf{E}
7. Энергия и потенциал электростатического поля
8. Связь между напряженностью электростатического поля и его потенциалом
9. Электрический диполь
10. Поле системы зарядов на больших расстояниях
11. Поле и вещество. Поляризация диэлектрика
12. Поляризованность \mathbf{P} и связанные заряды
13. Вектор электрического смещения \mathbf{D}
14. Условия на границе двух диэлектриков
15. О поле внутри и снаружи проводника
16. Замкнутая проводящая оболочка
17. Общая задача электростатики. Метод изображений
18. Емкость. Емкость уединенного проводника
19. Емкость. Емкость системы проводников
20. Плоские конденсаторы и их соединения
21. Сферические конденсаторы и их соединения
22. Цилиндрические конденсаторы и их соединения
23. Энергия заряженных проводников и конденсаторов
24. Энергия электрического поля
25. Электрическая энергия системы двух и более тел
26. Энергия электрического поля и силы
27. Постоянный ток. Уравнение непрерывности
28. Закон Ома для участка цепи
29. Закон Ома с точки зрения электронной теории металлов. Зависимость сопротивления от температуры
30. Дифференциальная форма закона Ома
31. Стороннее поле. Электродвижущая сила и напряжение
32. Закон Ома для замкнутой цепи
33. Разветвленные цепи. Правила (законы) Кирхгофа
34. Работа и мощность тока. Закон Джоуля – Ленца
35. Основные понятия и представления о природе магнетизма
36. Сила Лоренца. Поле \mathbf{B}
37. Магнитное поле равномерно движущегося заряда
38. Вращающий момент. Индукция и напряженность магнитного поля
39. Магнитное поле тока. Закон Био - Савара – Лапласа
40. Интегральная форма основных законов магнитного поля

41. Дифференциальная форма основных законов магнитного поля
42. Примеры применения теоремы о циркуляции вектора **B**
43. Сила Ампера. Закон Ампера
44. Сила взаимодействия параллельных токов
45. Работа по перемещению проводника и контура с током в магнитном поле
46. Намагничивание вещества. Намагниченность **J**
47. Токи намагничивания I' .
48. Теорема о циркуляции вектора **J**
49. Векторы **B**, **J**, **H**. Их взаимная связь и роль в описании магнитных полей
50. Граничные условия для векторов **B** и **H**
51. Поле в однородном магнетике
52. Электромагнитная индукция и ее связь с силой Лоренца
53. Электродвижущая сила индукции
54. Явление индукции в неподвижном проводнике. Индукционные токи в сплошных проводниках
55. Закон индукции Фарадея и правило Ленца
56. Электромагнитная индукция и закон сохранения энергии
57. Частные случаи индукции. Явление самоиндукции
58. Частные случаи индукции. Взаимная индукция
59. Энергия электромагнитного поля
60. Основы символьного метода расчета электрических цепей переменного тока
61. Нестационарные состояния (переходные процессы) в цепях переменного тока
62. Связанные колебательные контуры
63. Ток смещения
64. Система интегральных уравнений Максвелла
65. Система дифференциальных уравнений Максвелла
66. Энергия поля и ее поток. Вектор Умова – Пойнтинга

Рекомендуемая литература

Основная

1. Савельев И.В. Курс общей физики. Том 2. Электричество. – М.: Наука, 1970. – 442 с. – Режим доступа: <http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/physics/lectures.htm>
2. Иродов И. Е. Электромагнетизм. Основные законы. 9-е изд. (эл.). – М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2014. – 319 с.
3. Фриш С.Э. Курс общей физики. В 3-х тт. Т.2. Электрические и электромагнитические явления [Электронный ресурс]: учеб. / С.Э. Фриш, А.В. Тиморева. – СПб.: Изд-во «Лань», 2009. — 528 с. – Режим доступа: https://e.lanbook.com/book/418?category_pk=922#authors

Дополнительная

1. Зисман Г.А., Тодес О.М. Курс общей физики. Т. 2 «Электричество и магнетизм». – Киев, «Дніпро», 2007. – 352с.
2. Иродов И.Е. Задачи по общей физике: Учебное пособие. – СПб.: Изд-во «Лань», 2004. – 416 с.
3. Трофимова Т.И., Фирсов А.В. Курс физики. Задачи и решения: учебное пособие для учреждений высш. проф. образования. – М.: Издательский центр «Академия», 2012. – 592 с.
4. Физика. Часть 2: Учебное пособие / Саушкин В.В., Матвеев Н.Н., Лисицын В.И. – Воронеж: ВГЛТУ им. Г.Ф. Морозова, 2016. – 145 с. – Режим доступа: <http://znanium.com/bookread2.php?book=858708>

Приложение 1.

1. Некоторые формулы тригонометрии

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1$$

$$\sin(x \pm y) = \sin x \cos y \pm \cos x \sin y$$

$$\cos(x \pm y) = \cos x \cos y \mp \sin x \sin y$$

$$\sin x + \sin y = 2 \sin \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2}$$

$$\sin x - \sin y = 2 \cos \frac{x+y}{2} \sin \frac{x-y}{2}$$

$$\cos x + \cos y = 2 \cos \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2}$$

$$\cos x - \cos y = 2 \sin \frac{x+y}{2} \sin \frac{y-x}{2}$$

$$\sin x \sin y = \frac{1}{2} [\cos(x-y) - \cos(x+y)]$$

$$\cos x \cos y = \frac{1}{2} [\cos(x-y) + \cos(x+y)]$$

$$\sin x \cos y = \frac{1}{2} [\sin(x-y) + \sin(x+y)]$$

$$\cos x \sin y = \frac{1}{2} [\sin(x+y) - \sin(x-y)]$$

2. Таблицы производных и интегралов

F	F'	F	F'
x^α	$\alpha x^{\alpha-1}$	$\sin x$	$\cos x$
$e^{\alpha x}$	$\alpha e^{\alpha x}$	$\cos x$	$-\sin x$
a^x	$a^x \ln a$	$\operatorname{tg} x$	$1/\cos^2 x$
$\ln x$	$1/x$	$\operatorname{ctg} x$	$-1/\sin^2 x$
$U(x) \cdot V(x)$	$U'(x) \cdot V(x) + U(x) \cdot V'(x)$	$\arcsin x$	$1/\sqrt{1-x^2}$
$\frac{U(x)}{V(x)}$	$\frac{U'V - UV'}{V^2}$	$\arccos x$	$-1/\sqrt{1-x^2}$
		$\operatorname{arctg} x$	$1/(1+x^2)$
		$\operatorname{arcctg} x$	$-1/(1+x^2)$

$\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1}, n \neq -1$ $\int \frac{dx}{x} = \ln x$ $\int \frac{dx}{1+x^2} = \text{arctg}x$ $\int \sin x dx = -\cos x$ $\int \cos x dx = \sin x$ $\int \text{tg}x dx = -\ln \cos x$ $\int u dv = uv - \int v du$	$\int \frac{dx}{\cos^2 x} = \text{tg}x$ $\int \frac{dx}{\sin^2 x} = -\text{ctg}x$ $\int \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} = \text{arcsin} x$ $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2-1}} = \ln(x + \sqrt{x^2-1})$
---	---

3. Некоторые сведения о векторах

$$(\mathbf{a}\mathbf{b}) = a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z = |\mathbf{a}| \cdot |\mathbf{b}| \cdot \cos(\mathbf{a}, \mathbf{b})$$

$$[\mathbf{a}, \mathbf{b}] = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \end{vmatrix} =$$

$$= (a_y b_z - a_z b_y)\mathbf{i} + (a_z b_x - a_x b_z)\mathbf{j} + (a_x b_y - a_y b_x)\mathbf{k}$$

$$\mathbf{a}[\mathbf{b}, \mathbf{c}] = \mathbf{b}[\mathbf{c}, \mathbf{a}] = \mathbf{c}[\mathbf{a}, \mathbf{b}] \quad [\mathbf{a}, [\mathbf{b}, \mathbf{c}]] = \mathbf{b}(\mathbf{a}\mathbf{c}) - \mathbf{c}(\mathbf{a}\mathbf{b})$$

4. Десятичные приставки к названиям единиц

Т - тера (10^{12})	д - деци (10^{-1})	н - нано (10^{-9})
Г - гига (10^9)	с - санти (10^{-2})	п - пико (10^{-12})
М - мега (10^6)	м - милли (10^{-3})	ф - фемто (10^{-15})
к - кило (10^3)	Мк - микро (10^{-6})	а - атто (10^{-18})

5. Некоторые физические постоянные

Скорость света в вакууме	$c = 2,998 \cdot 10^8$ м/с
Гравитационная постоянная	$\gamma = 6,672 \cdot 10^{-11}$ м ³ /(кг·с ²)
Ускорение свободного падения	$g = 9,807$ м/с ²
Элементарный заряд	$e = 1,602 \cdot 10^{-19}$ Кл
Масса покоя электрона	$m_e = 9,1 \cdot 10^{-31}$ кг
Удельный заряд электрона	$e/m_e = 1,76 \cdot 10^{11}$ Кл/кг
Масса покоя протона	$m_p = 1,672 \cdot 10^{-27}$ кг
Электрон-вольт	$1,6 \cdot 10^{-19}$ Дж
Электрическая постоянная	$\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м
	$1/4\pi\epsilon_0 = 9 \cdot 10^9$ м/Ф
Магнитная постоянная	$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м

ЭЛЕКТРОДИНАМИКА. Задачи к курсу лекций

Учебно-методическое пособие

Составители:

Александра Викторовна Грезина
Ирина Владимировна Никифорова
Адольф Григорьевич Панасенко

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования
«Национальный исследовательский Нижегородский государственный
университет им. Н.И. Лобачевского».
603950, Нижний Новгород, пр. Гагарина, 23.