

**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**

**Нижегородский государственный университет
им. Н.И. Лобачевского**

**Е.В. Пройдакова
М.А. Федоткин**

**ИССЛЕДОВАНИЕ
СИСТЕМ МАССОВОГО ОБСЛУЖИВАНИЯ
МЕТОДОМ ИМИТАЦИОННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ**

Лабораторный практикум

Рекомендовано методической комиссией
Института информационных технологий математики и механики
для студентов ННГУ, обучающихся по направлениям подготовки
02.04.02 «Фундаментальная информатика и информационные технологии»
09.03.04 «Программная инженерия»

Нижний Новгород
2017

УДК 519.246
ББК 22.172
П80

П80 Пройдакова Е.В., Федоткин М.А. ИССЛЕДОВАНИЕ СИСТЕМ МАССОВОГО ОБСЛУЖИВАНИЯ МЕТОДОМ ИМИТАЦИОННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ: Лабораторный практикум. – Нижний Новгород: Нижегородский госуниверситет, 2017. – 21 с.

Рецензент: к.ф.-м.н., доцент **Н.В. Кротов**

Лабораторный практикум иллюстрирует использование метода имитационного моделирования для статистического анализа свойств выходных потоков, возникающих в циклической и приоритетной системах обслуживания. Кроме того, с помощью данного метода осуществляется поиск численных оценок некоторых характеристик функционирования указанных систем и изучения продолжительности переходного процесса в них.

Лабораторный практикум предназначен для студентов второго, третьего и четвертого курсов, а также магистрантов первого года ИИТММ, обучающихся по направлениям подготовки «Фундаментальная информатика и информационные технологии» и «Программная инженерия». Практикум может быть использован при чтении специального курса «Системы массового обслуживания» и проведении соответствующих лабораторных работ.

Ответственный за выпуск:
заместитель председателя методической комиссии
ИИТММ ННГУ,
к.т.н., доцент **В.М. Сморкалова**

УДК 519.246
ББК 22.172

© Пройдакова Е.В., Федоткин М.А.
© Нижегородский государственный
университет им. Н.И. Лобачевского, 2017

Содержание

Введение.....	4
1. Постановка задачи на физическом уровне.....	4
2. Методика построения имитационной модели.....	6
3. Пример численного исследования систем.....	9
4. Описание программного модуля.....	13
5. Контрольные задания.....	15
Литература.....	20

Введение

Аналитические исследования систем массового обслуживания не всегда приводят к конкретным результатам, поскольку сводятся к изучению сложных стохастических моделей. В таких случаях применяются статистические методы, в частности, метод имитационного моделирования. Данный метод позволяет, эффективно используя возможности современной вычислительной техники, с заданной точностью оценивать значения тех характеристик, для которых аналитические расчеты пока недоступны.

Для большинства систем массового обслуживания с несколькими независимыми входными потоками одним из основных показателей качества работы является время ожидания начала обслуживания произвольного требования. Решение задач оптимизации работы подобных систем ориентировано, прежде всего, на сокращение среднего времени пребывания заявки в системе. Например, для повышения безопасности движения на перекрестках устанавливают автоматическое регулирование потоков машин (светофорное регулирование). Простейшие автоматы-светофоры меняют свои сигналы или фазы периодически, независимо от случайного движения транспорта, реализуя циклическое обслуживание различных потоков машин на перекрестке. Естественно, в этом случае выгодно добиваться такого управления длительностью сигналов, при котором среднее время ожидания начала переезда перекрестка произвольной машиной будет минимальным. В связи с этим, определение оптимальной продолжительности фаз светофора с фиксированным ритмом переключения является основной проблемой при обеспечении оптимального управления транспортными потоками.

Стоит также отметить, что при моделировании реальных систем обслуживания и при решении для них задач оптимизации необходимо, чтобы параметры входных потоков удовлетворяли условиям существования в системе стационарного режима функционирования. В этом режиме средняя длина очереди по каждому из входных потоков является ограниченной величиной.

1. Постановка задачи на физическом уровне

Данный лабораторный практикум посвящен изучению, с помощью имитационного моделирования, неклассических систем массового обслуживания, которые являются математическими моделями управления m (где m - конечное число) конфликтными транспортными потоками на пересечении магистралей в классе циклических алгоритмов и алгоритмов с приоритетом. Конфликтность потоков означает, что их нельзя суммировать и это не позволяет свести задачу к более простому случаю с меньшим числом потоков.

Под обслуживанием машин понимается их переезд через перекресток. Входные потоки $\Pi_1, \Pi_2, \dots, \Pi_m$ считаем пуассоновскими соответственно с ин-

тенсивностями $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_m$. Интенсивность $\lambda_j, j = \overline{1, m}$ определяет среднее число машин, поступивших к стоп-линии перекрестка за единицу времени. По каждому потоку разрешена очередь неограниченного объема.

В случае циклической системы все входные потоки равноправны. В случае приоритетной системы входные потоки можно разделить на три типа: Π_1 — поток малой интенсивности, заявки которого пользуются приоритетом при обслуживании, Π_2, \dots, Π_{m-1} — потоки средней интенсивности и без преимуществ по обслуживанию, Π_m — интенсивный поток без преимуществ по обслуживанию. Приоритет первого потока заключается в том, что если поступила хотя бы одна заявка по этому направлению, то она должна быть обслужена как можно быстрее, но, не прерывая уже проводящееся обслуживание других требований.

Обслуживание машин (требований) из конфликтных потоков происходит в непересекающиеся промежутки времени. Кроме того, есть еще дополнительные промежутки времени — переналадки, во время которых продолжает обслуживаться тот же поток, что и на предыдущем основном этапе, но уже с большей интенсивностью.

Обслуживающее устройство в случае циклической системы имеет $2m$ состояний $\Gamma^{(1)}, \Gamma^{(2)}, \dots, \Gamma^{(2m)}$. Физический смысл данных состояний следующий:

$\Gamma^{(2j-1)}$ — состояние обслуживающего устройства, при котором пропускается поток Π_j с интенсивностью μ_j и не пропускаются остальные;

$\Gamma^{(2j)}$ — состояние обслуживающего устройства, при котором пропускается поток Π_j с интенсивностью $\mu'_j \geq \mu_j$ и не пропускаются остальные.

В случае системы с приоритетом (упреждением), у обслуживающего устройства $2m + 1$ состояние, поскольку добавляется еще состояние $\Gamma^{(2m+1)}$, при котором продолжает обслуживаться поток Π_m с интенсивностью $\mu''_m > \mu'_m$. Интенсивность μ_j (μ'_j) определяет число машин, пропускаемых в единицу времени в состоянии светофора $\Gamma^{(2j-1)}$ ($\Gamma^{(2j)}$) соответственно, а μ''_m определяет количество требований, обрабатываемых в единицу времени в состоянии $\Gamma^{(2m+1)}$.

Длительности состояний обслуживающего устройства $\Gamma^{(1)}, \Gamma^{(2)}, \dots, \Gamma^{(2m+1)}$ известны и равны $T_1, T_2, \dots, T_{2m+1}$ единиц времени. В случае циклической системы, работа светофора осуществляется по фиксированному алгоритму: $\Gamma^{(1)} \rightarrow \Gamma^{(2)} \rightarrow \dots \rightarrow \Gamma^{(2m-1)} \rightarrow \Gamma^{(2m)} \rightarrow \Gamma^{(1)} \rightarrow \dots$. Ниже представлен алгоритм смены состояний обслуживающего устройства для приоритетной системы.

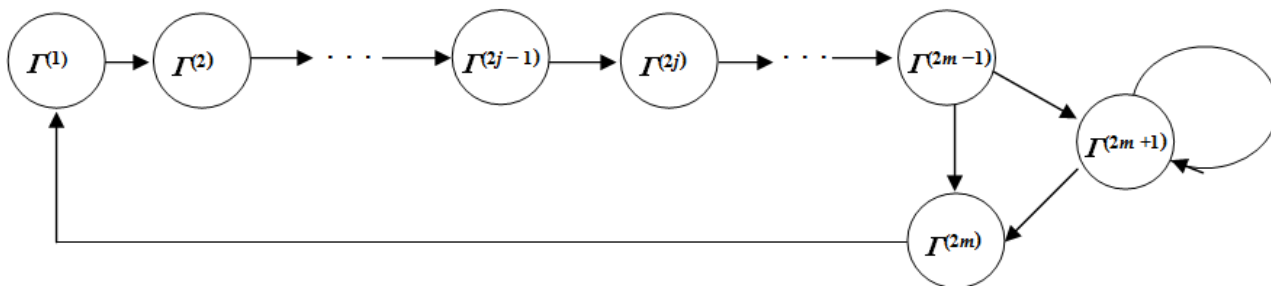


Рис. 1. Граф смены состояний обслуживающего устройства для приоритетной системы

Алгоритм смены состояний светофора (рис. 1), реализующий обслуживание требований с учетом описанного выше приоритета потока Π_1 называют еще алгоритмом с упреждением. Обслуженные требования (машины) по каждому направлению образуют выходные потоки $\overline{\Pi}_1, \overline{\Pi}_2, \dots, \overline{\Pi}_m$.

Стоит отметить, что методики построения математических моделей изучаемых систем приводятся в [1].

В нашем случае для циклической и приоритетной систем обслуживания не удастся аналитически определить, например, стационарные законы распределения времени ожидания обслуживания заявки по потокам, длин очередей. Чтобы получить для изучаемых систем численные оценки этих и других характеристик, а также найти квазиоптимальные (близкие к оптимальным) параметры функционирования, авторами данного лабораторного практикума были созданы соответствующие имитационные модели процесса обслуживания m конфликтных транспортных потоков.

2. Методика построения имитационной модели

При моделировании предполагается, что машины обслуживаются последовательно по одной по мере поступления в систему.

Моделирование проводится при значении параметров, удовлетворяющих достаточным условиям существования стационарного движения в обеих системах [2,3], а именно при выполнении следующих неравенств:

$$\lambda_j T - l_j - l'_j < 0, \quad T = \sum_{r=1}^{2m} T_r. \quad (1)$$

где l_j – максимально возможное число машин потока Π_j , которое может обслужиться системой за время работы фазы $\Gamma^{(2j-1)}$ светофора, а l'_j — это максимально возможное число машин потока Π_j , которое может обслужиться за время работы фазы $\Gamma^{(2j)}$ светофора, $j = \overline{1, m}$.

Отдельно стоит отметить, что условия существования стационарного режима при совпадении значений основных параметров систем не зависят от их алгоритмов управления, т.е. одинаковые как для циклической, так и для приоритетной систем.

В начале проведения эксперимента задаются следующие входные параметры:

- количество входных потоков m .
- тип системы массового обслуживания (циклическая или приоритетная);
- длительности фаз обслуживающего устройства (светофора) (T_1, T_2, \dots, T_{2m} — для циклической системы и $T_1, T_2, \dots, T_{2m}, T_{2m+1}$ — для приоритетной системы);

- длины $x_{j,0}, j = \overline{1, m}$, очередей в начальный момент времени по потокам;
- интенсивности $\lambda_j, j = \overline{1, m}$ поступления машин на перекресток по потокам;
- интенсивности $\mu_j (\mu'_j), j = \overline{1, m}$ обслуживания машин в зеленую (желтую) фазу светофора по потокам соответственно, а также интенсивность μ''_m обслуживания требований в дополнительном состоянии $\Gamma^{(2m+1)}$ в случае приоритетной системы.

Моделирование включает в себя два описанных ниже этапа.

На первом этапе определяется момент перехода исследуемой системы в квазистационарный (близкий к стационарному) режим функционирования. Для определения начала квазистационарного режима при заданном наборе входных параметров одновременно наблюдаются две системы заданного пользователем типа. В начальный момент времени очереди первой системы предполагаются пустыми ($x_{j,0} = 0, j = \overline{1, m}$), а длины очередей второй системы определяются по формулам: $x_{j,0} = \lceil \lambda_j T \rceil, j = \overline{1, m}, T = \sum_{r=1}^{2m} T_r$. Другими словами, начальные очереди второй системы $x_{j,0} > 0$ задаются в предположении, что в течении одного цикла работы светофора ни по одному из потоков машины не пропускались. Далее по тексту все оценки, полученные для первой системы (с нулевыми начальными очередями), отмечаются верхним индексом «0», а для второй системы (с положительными начальными очередями) — верхним индексом «+».

На i -м шаге ($i = 1, 2, 3, \dots$) функционирования обеих систем вычисляются значения $\tilde{M}\gamma_{j,i}^0$ и $\tilde{M}\gamma_{j,i}^+$, $j = \overline{1, m}$ оценок среднего времени ожидания начала обслуживания машины по каждому потоку в первой и второй системах соответственно. Затем определяются значения γ_i^0 и γ_i^+ оценок среднего времени ожидания начала обслуживания произвольной машины в первой и второй системах соответственно, где

$$\gamma_i^0 = \frac{\sum_{j=1}^m \lambda_j \tilde{M}\gamma_{j,i}^0}{\sum_{j=1}^m \lambda_j}, \quad \gamma_i^+ = \frac{\sum_{j=1}^m \lambda_j \tilde{M}\gamma_{j,i}^+}{\sum_{j=1}^m \lambda_j}, \quad j = \overline{1, m}.$$

При выполнении условия $|\gamma_i^0 - \gamma_i^+| \geq \delta \gamma_i^0$ переходим к $(i + 1)$ -му шагу. В противном случае, то есть когда выполняется $|\gamma_i^0 - \gamma_i^+| < \delta \gamma_i^0$, предполагается, что система достигла квазистационарного режима функционирования, и фиксируется время наблюдения t_n , которое и является оценкой времени переходного процесса в системе. Число δ выбирается из интервала $(0, 1)$, при моделировании используется $\delta = 0.05$.

На втором этапе моделируется работа системы с нулевыми начальными очередями в квазистационарном режиме для нахождения необходимых статистических законов распределения и статистических числовых характеристик.

Все численные оценки получаются с точностью $\varepsilon = 0.01$ и надежностью $\alpha = 0.99$. При этом объем выборки для построения оценок составляет в среднем не менее 20000 наблюдений.

Замечание. В квазистационарном режиме во всех обозначениях отсутствует индекс i , соответствующий времени.

После завершения эксперимента выводятся следующие числовые характеристики:

- значения $\tilde{M}\gamma_j$, $j = \overline{1, m}$ оценок среднего времени ожидания начала обслуживания машины по потокам;

- значения γ^* оценки среднего времени ожидания начала обслуживания произвольной машины, где $\gamma^* = \frac{\sum_{j=1}^m \lambda_j \tilde{M}\gamma_j}{\sum_{j=1}^m \lambda_j}$, $j = \overline{1, m}$;

$$\gamma^* = \frac{\sum_{j=1}^m \lambda_j \tilde{M}\gamma_j}{\sum_{j=1}^m \lambda_j}, \quad j = \overline{1, m};$$

- значения $\tilde{M}\kappa_j$, $j = \overline{1, m}$ оценок средней длины очереди перед зеленым светом по потокам, где случайная величина κ_j , $j = \overline{1, m}$ определяет очередь в квазистационарном режиме по j -му потоку непосредственно перед переходом обслуживающего устройства в состояние $\Gamma^{(2j-1)}$;

- загрузка ρ_j системы по j -му потоку находится следующим образом:

$$\rho_j = \lambda_j T(\mu_j T_{2j-1} + \mu'_j T_{2j})^{-1}, \quad j = \overline{1, m};$$

- общая загрузка ρ системы, где $\rho = \max\{\rho_1, \rho_2, \dots, \rho_m\}$. При таком определении загрузки ограничения (1) на допустимые значения параметров могут быть представлены в виде неравенства $\rho < 1$;

- время работы системы;

- время t_n перехода системы в квазистационарный режим;

- статистические законы распределения и статистические числовые характеристики для выходных потоков. А именно для случайной величины θ_j , $j = \overline{1, m}$ которая определяет в квазистационарном режиме число обслуженных машин за время, пока светофор находится в состоянии $\Gamma^{(2j-1)}$, вычисляются статистический ряд распределения, выборочное математическое ожидание $\tilde{M}(\theta_j)$ и выборочная дисперсия $\tilde{D}(\theta_j)$.

3. Пример численного исследования систем

В качестве примера изучим функционирование систем обоих типов при некоторых фиксированных значениях входных параметров.

Пусть на обслуживание поступает два конфликтных потока требований ($m = 2$). Для циклической системы рассмотрим случай: $\lambda_1 = 0.6$ и $\lambda_2 = 0.1$, $\mu_1 = \mu_2 = 1$, $\mu'_1 = \mu'_2 = 1.2$; для приоритетной системы: $\lambda_1 = 0.1$ и $\lambda_2 = 0.6$, $\mu_1 = \mu_2 = 1$, $\mu'_1 = \mu'_2 = 1.25$, $\mu''_2 = 1.4$,

При получении численных оценок рассмотрим несколько значений длин периодов работы обслуживающего устройства.

Замечание: Из физических соображений величины T_1, T_2, T_3, T_4, T_5 и T нельзя уменьшать ниже некоторых границ: $T_2 \geq 4, T_4 \geq 4, T_5 \geq 4, T_1 \geq T_2, T_3 \geq T_4, T = T_1 + T_2 + T_3 + T_4 \geq 60$. Также, выбирая входные параметры, следует учитывать ограничение (1). В противном случае, т.е. если будет нарушаться условие существования стационарного режима, появится сообщение об ошибке.

С целью сокращения перебора, для обеих систем зафиксируем длины сигналов, соответствующих желтому свету: $T_2 = T_4 = 4$, а в случае приоритетной системы также и продолжительность дополнительного сигнала $\Gamma^{(5)}$: $T_5 = 5$.

Учитывая приведенные выше ограничения, перебираем с некоторым шагом допустимые параметры T_1, T_3 чтобы найти их квазиоптимальные значения и решить задачу оптимизации по критерию $\gamma^* \rightarrow \min$. То есть находим значения параметров T_1, T_3 , при которых оценка γ^* среднего времени ожидания начала обслуживания произвольной машины примет наименьшее значение. Для квазиоптимальных параметров получаем статистические законы распределения числа машин, обслуженных по первому и по второму направлениям, полигоны частот, соответствующие данным статистическим законам распределения, а также выборочное математическое ожидание и выборочную дисперсию.

В таблице 1 приведены значения оценок $\tilde{M}\gamma_1, \tilde{M}\gamma_2, \gamma^*, \tilde{M}\kappa_1$ и $\tilde{M}\kappa_2$ для различных длин периодов T в случае циклической системы при параметрах $T_2 = T_4 = 4, \mu_1 = \mu_2 = 1, \mu'_1 = \mu'_2 = 1.2, \lambda_1 = 0.6$ и $\lambda_2 = 0.1$.

Таблица 1

Значения оценок $\tilde{M}\gamma_1, \tilde{M}\gamma_2, \gamma^*, \tilde{M}\kappa_1$ и $\tilde{M}\kappa_2$ для различных длин периодов T в случае циклической системы. Фиксированные параметры: $T_2 = T_4 = 4, \mu_1 = \mu_2 = 1, \mu'_1 = \mu'_2 = 1.2, \lambda_1 = 0.6$ и $\lambda_2 = 0.1$

T	T_1	T_3	$\tilde{M}\gamma_1$	$\tilde{M}\gamma_2$	γ^*	$\tilde{M}\kappa_1$	$\tilde{M}\kappa_2$
100	86	6	4.533	83.168	14.363	8.325	12.811
	80	12	7.638	41.445	11.864	12.782	8.567
	70	22	17.511	30.995	19.197	22.561	7.604
	66	26	47.520	28.064	45.088	44.120	6.936

80	68	4	4.184	65.967	11.907	6.977	10.211
	64	8	6.409	35.056	10.002	10.011	7.046
	60	12	9.216	30.289	11.851	13.004	6.596
	56	16	13.356	25.492	14.873	17.567	6.134
60	48	4	5.761	40.054	10.108	8.432	6.028
	46	6	6.784	26.127	9.202	9.062	5.265
	44	8	8.204	23.326	10.095	10.558	4.868
	42	10	13.132	19.449	13.922	15.347	4.460

Из таблицы 1 видно, что в случае циклической системы для интенсивностей входных потоков $\lambda_1 = 0.6$ и $\lambda_2 = 0.1$ минимальное значение оценки γ^* равно 9.202 и оно достигается при значениях $T = 60$, $T_1 = 46$, $T_3 = 6$, которые и являются квазиоптимальными. При квазиоптимальных значениях параметров для первого выходного потока выборочное математическое ожидание $\tilde{M}(\theta_1) = 39.166$, а выборочная дисперсия $\tilde{D}(\theta_1) = 28.666$. Для второго потока соответственно $\tilde{M}(\theta_2) = 4.922$ и $\tilde{D}(\theta_2) = 1.904$.

В таблице 2 представлен статистический ряд распределения числа машин, обслуженных циклической системой по первому потоку за время работы состояния $\Gamma^{(1)}$ светофора при квазиоптимальных значениях параметров T_1, T_3 .

Здесь и далее через y_j , $j=1,2$ обозначены значения случайной величины θ_j , а соответствующие им статистические вероятности через p_j^* , $j=1,2$.

Таблица 2

Статистический ряд распределения числа машин, обслуженных циклической системой по первому потоку за время работы состояния $\Gamma^{(1)}$ светофора при квазиоптимальных значениях параметров T_1, T_3

y_1	0	...	22	23	24	25	26	27	28
p_1^*	0	...	0	0.001	0.003	0.004	0.005	0.007	0.001
y_1	29	30	31	32	33	34	35	36	37
p_1^*	0.013	0.022	0.023	0.039	0.040	0.044	0.054	0.050	0.065
y_1	38	39	40	41	42	43	44	45	46
p_1^*	0.066	0.055	0.065	0.056	0.057	0.061	0.052	0.043	0.174

На рис. 2 изображен полигон частот для статистического ряда распределения числа машин, обслуженных циклической системой при квазиоптимальных значениях параметров T, T_1, T_3 по второму потоку за время, пока светофор находился в состоянии $\Gamma^{(3)}$.

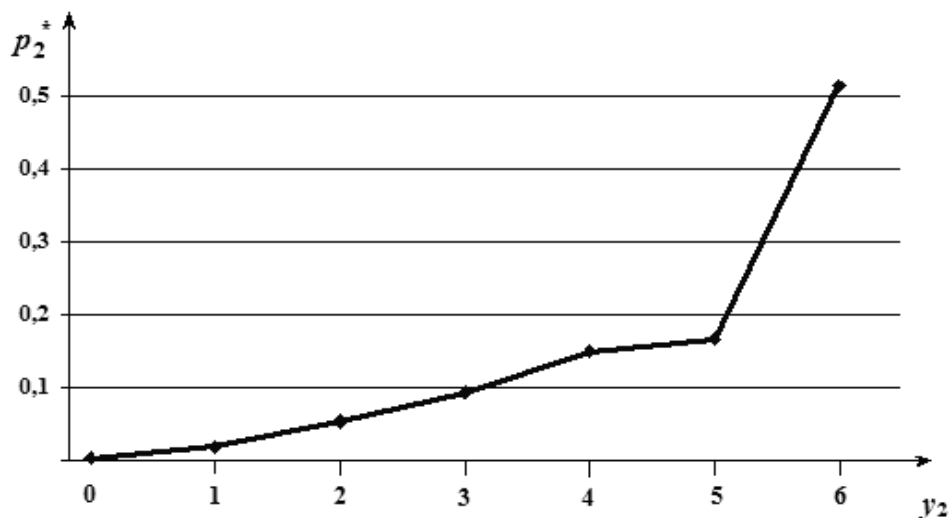


Рис. 2. Полигон частот для статистического ряда распределения числа машин, обслуженных циклической системой при квазиоптимальных значениях параметров T, T_1, T_3 по второму потоку за время, пока светофор находился в состоянии $\Gamma^{(3)}$

Таблица 3

Значения оценок $\tilde{M}\gamma_1, \tilde{M}\gamma_2, \gamma^*, \tilde{M}\kappa_1$ и $\tilde{M}\kappa_2$ для различных периодов T в случае приоритетной системы при параметрах $T_5 = 5, T_2 = T_4 = 4, \mu_1 = \mu_2 = 1, \mu'_1 = \mu'_2 = 1.25, \mu''_2 = 1.4, \lambda_1 = 0.1$ и $\lambda_2 = 0.6$

T	T_1	T_3	$\tilde{M}\gamma_1$	$\tilde{M}\gamma_2$	γ^*	$\tilde{M}\kappa_1$	$\tilde{M}\kappa_2$
100	6	86	80.0793	2.4328	13.5251	12.3912	6.9420
	12	80	70.4239	2.0754	11.8395	10.9421	5.6400
	22	70	31.1918	10.2983	13.2831	7.6060	16.5540
	32	60	23.6252	22.7197	22.8490	6.6580	25.3820
80	4	68	70.4239	2.0754	11.8395	10.9421	5.6400
	12	60	29.3273	5.5804	8.9728	6.4380	10.6880
	18	54	24.1045	9.7110	11.7672	5.9537	14.2797
	22	50	20.2058	13.2278	14.2246	5.3778	17.0202
60	4	48	28.3445	2.5093	6.2000	5.6600	5.5571
	8	44	22.2182	4.5887	7.1072	4.8748	8.0951
	12	40	18.3501	7.6819	9.2059	4.4583	11.0855
	16	36	15.5278	11.8975	12.4161	4.1174	14.1053

Из таблицы 3 следует, что в случае приоритетной системы при интенсивностях $\lambda_1 = 0.1, \lambda_2 = 0.6$ квазиоптимальными являются $T = 60, T_1 = 4, T_3 = 48$. При квазиоптимальных параметрах для первого выходного потока $\bar{\Pi}_1$ выборочное математическое ожидание $\tilde{M}(\theta_1) = 3.792$, выборочная дисперсия $\tilde{D}(\theta_1) = 0.325$. Для выходного потока $\bar{\Pi}_2$ — $\tilde{M}(\theta_2) = 33.501$ и $\tilde{D}(\theta_2) = 31.076$.

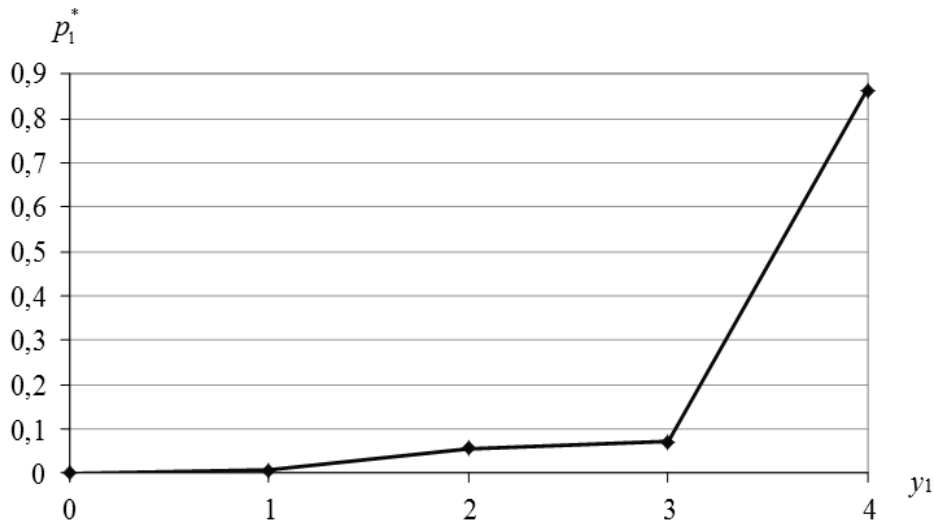


Рис. 3. Полигон частот для распределения числа машин, обслуженных приоритетной системой в случае квазиоптимальных значений параметров T, T_1, T_3 по первому потоку за время работы состояния $\Gamma^{(1)}$ светофора при интенсивностях $\lambda_1 = 0.1, \lambda_2 = 0.6$

Таблица 4

Статистический ряд распределения числа машин, обслуженных приоритетной системой при квазиоптимальных значениях параметров T, T_1, T_3 по второму потоку за время, пока обслуживающее устройство находилось в состоянии $\Gamma^{(3)}$

y_2	0	...	18	19	20	21	22	23	24
p_2^*	0	...	0	0.004	0.010	0.012	0.008	0.022	0.050
y_2	25	26	27	28	29	30	31	32	33
p_2^*	0.046	0.068	0.078	0.058	0.062	0.082	0.088	0.094	0.068
y_2	34	35	36	37	38	39	40	41	42
p_2^*	0.048	0.056	0.040	0.040	0.016	0.015	0.014	0.006	0.002
y_2	43	44	45	46	47	48			
p_2^*	0.008	0.002	0.001	0	0.002	0			

Данные численного эксперимента позволяют сделать вывод, что оценка γ^* среднего времени ожидания начала обслуживания произвольной заявки в системах обоих типов, как правило, уменьшается при сокращении периода работы обслуживающего устройства.

Замечание : Целесообразность применения алгоритма с упреждением обоснована в ряде работ, например в [4]. Как правило, данный алгоритм дает меньшее значение средней задержки произвольного требования, чем циклический алгоритм.

Полученные результаты имитационного моделирования подтверждают тот факт, что приоритетная система в сравнении с циклической дает выигрыш по среднему времени ожидания начала обслуживания произвольного требования. Алгоритмы с упреждением широко используются для управления интенсивным потоком транспорта на основной магистрали и приоритетным малоинтенсивным потоком пешеходов, когда появление пешехода фиксируется установленной на перекрестке кнопкой вызова.

Далее изучим с помощью построенной имитационной модели длительность t_n переходного процесса в системах обоих типов. Рассмотрим оба алгоритма управления при следующих фиксированных параметрах: $\lambda_1 = 0.1$, $\lambda_2 = 0.6$, $T_2 = T_4 = 4$ и квазиоптимальных значениях параметров T , T_1 , T_3 , найденных выше. Проведем серию из 10 экспериментов для каждого изучаемого алгоритма управления, и построим соответствующие графики. Загрузку системы ρ будем менять с шагом 0.1 в пределах от 0.3 до 0.9.

Ниже проиллюстрировано изменение оценки времени переходного процесса t_n в зависимости от загрузки ρ для циклической и приоритетной систем

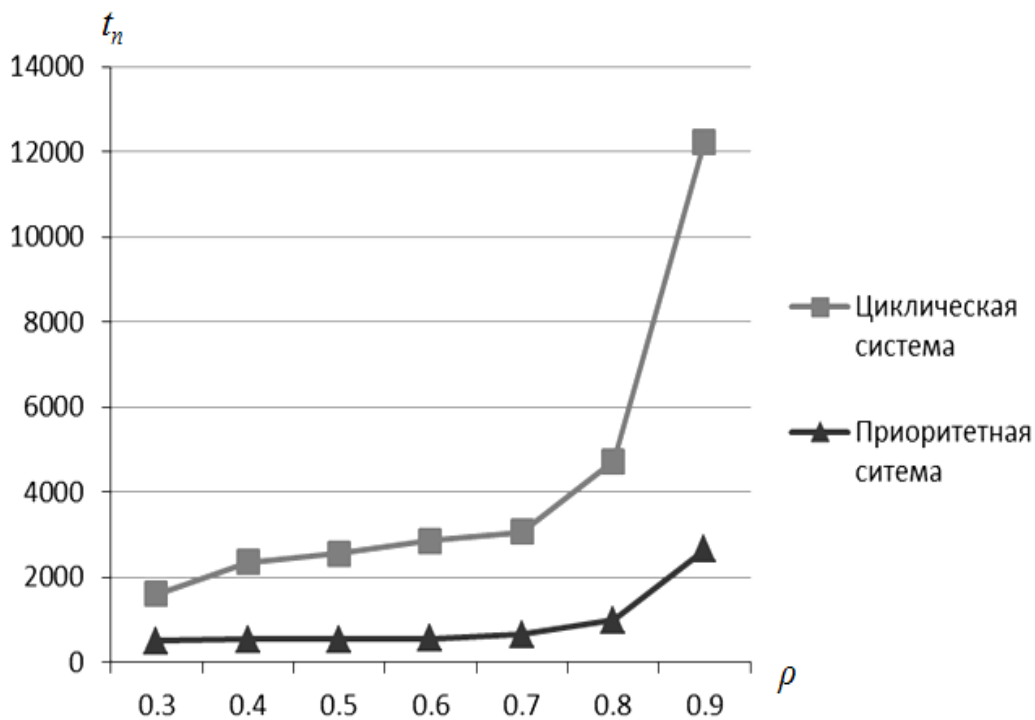


Рис. 4. Изменение оценки времени переходного процесса t_n в зависимости от загрузки ρ для циклической и приоритетной систем

4. Описание программного модуля

Программная реализация имитационной модели выполнена при помощи средства разработки Borland Turbo Delphi Explorer. Для корректной работы необходима операционная система не ниже Microsoft Windows 2000.

Необходимые файлы:

- MCC.exe
- params.csv
- temp.csv

Перечисленные выше файлы должны находиться в одной папке. Для запуска программного модуля следует выбрать файл MCC.exe. После этого откроется основное рабочее окно программы, представленное на рис. 5.

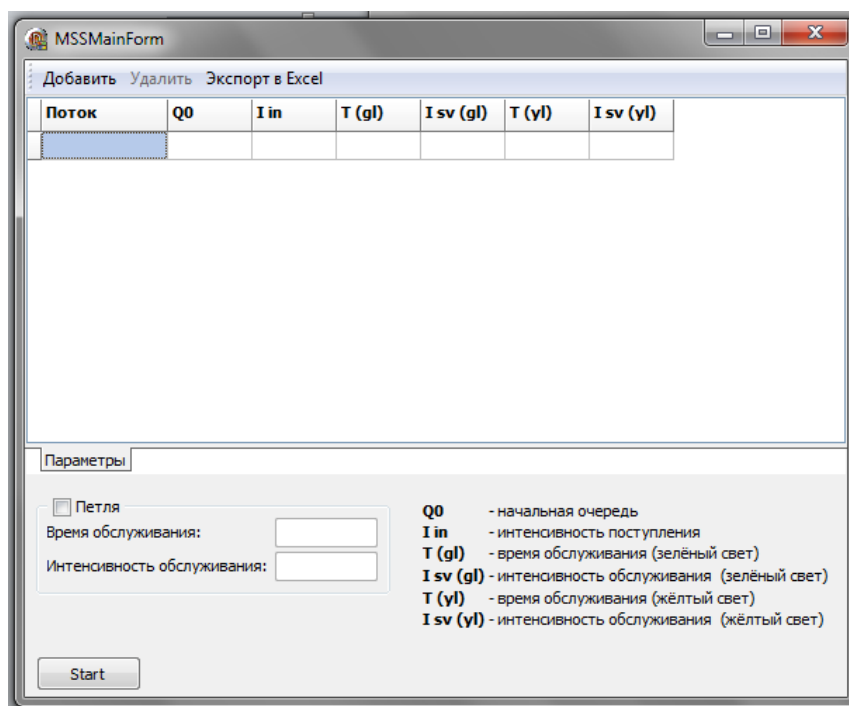


Рис. 5. Основное рабочее окно программы

Меню программы состоит из следующих опций:

Добавить - добавляет новую строку в таблице для ввода параметров обслуживания потока. Одна такая строка соответствует одному входному потоку.

Удалить – удаляет выделенную строку в таблице данных и соответствующий ей входной поток.

Экспорт в Excel – позволяет выгрузить данные (входные параметры или результаты имитационного моделирования) в файл формата *.xls. Имя файла формируется автоматически.

Start – запускает имитационное моделирование процесса функционирования заданной системы. Если введенные параметры не удовлетворяют условию (1) существования стационарного распределения в системе, то выводится сообщение «**Параметры не удовлетворяют условию стационара**».

Перемещаться по элементам диалогового окна можно с помощью стандартных клавиш «← ↑ ↓ →».

Чтобы изменить значения входных параметров следует выделить ячейку и ввести новые данные.

Каждый новый расчет формирует файл результатов типа *. csv, который отображается в рабочем окне модуля в виде таблицы результатов. Физически данные файлы заносятся в папку, из которой был вызван файл MCC.exe. Имена файлам присваиваются автоматически, в зависимости от времени формирования по схеме **result** дд.мм.гггг ччммсс, например, **result 29.07.2013 221032.csv** Таблицы результатов также нумеруются в порядке появления и накапливаются в виде закладок в рабочем окне программы см. рис. 6.

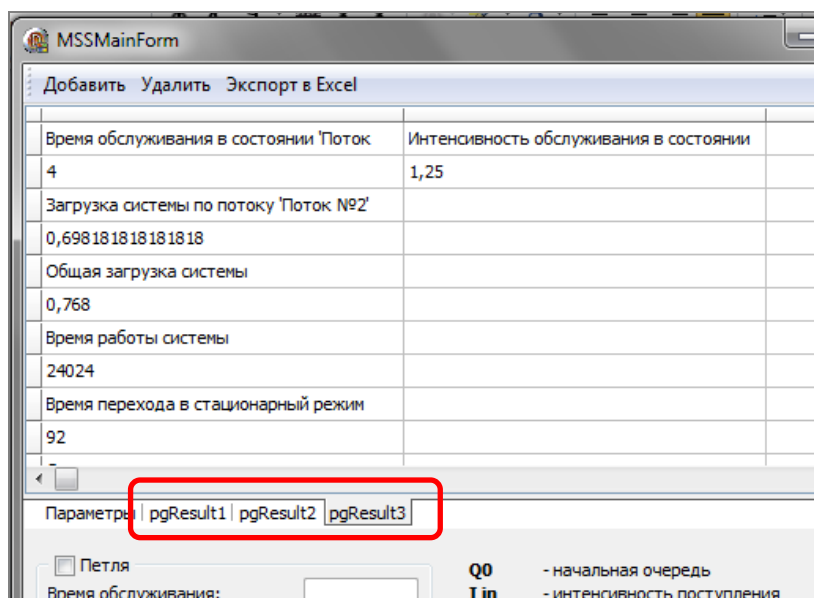


Рис. 6. Рабочее окно программы с закладками

5. Контрольные задания

В заданиях 1 – 15 для каждой из описанных систем следует:

1. Построить таблицу, согласно приведенному ниже шаблону, рассмотреть несколько различных длин периода T .

T	T_1	T_3	$\tilde{M}\gamma_1$	$\tilde{M}\gamma_2$	γ^*	$\tilde{M}\kappa_1$	$\tilde{M}\kappa_2$

2. Найти квазиоптимальные параметры автомата-светофора (длины его состояний) по критерию $\gamma^* \rightarrow \min$ методом сокращенного перебора.
3. При квазиоптимальных значениях параметров:

- a. Определить статистические ряды распределения числа машин, обслуженных по первому потоку за время работы состояния $\Gamma^{(1)}$ светофора, по второму потоку за время, работы состояния $\Gamma^{(3)}$ светофора. Построить полигоны частот по данным статистическим рядам, найти выборочное математическое ожидание и выборочную дисперсию.
- b. Проанализировать изменение оценки времени переходного процесса t_n в зависимости от загрузки системы ρ . Параметр ρ последовательно принимает значения 0.3, 0.4, 0.5, 0.6, 0.7, 0.8, 0.9, каждая оценка t_n должна быть получена не менее чем по 10 реализациям.

В заданиях 11 – 15 дополнительно:

- c. Сравнить значения оценок среднего времени ожидания начала обслуживания произвольной машины при квазиоптимальных параметрах.

Задание 1

Циклическая система

Два входных пуассоновских потока: $\lambda_1 = 0.5$, $\lambda_2 = 0.35$.

Фиксированные параметры: $T_2 = T_4 = 4$, $\mu_1 = \mu_2 = 1$, $\mu'_1 = \mu'_2 = 1.25$.

Приоритетная система

Два входных пуассоновских потока: $\lambda_1 = 0.025$, $\lambda_2 = 0.35$.

Фиксированные параметры: $T_5 = 5$, $T_2 = T_4 = 4$, $\mu_1 = \mu_2 = 1$, $\mu'_1 = \mu'_2 = 1.25$, $\mu''_2 = 1.4$.

Задание 2

Циклическая система

Два входных пуассоновских потока: $\lambda_1 = 0.5$, $\lambda_2 = 0.25$.

Фиксированные параметры: $T_2 = T_4 = 4$, $\mu_1 = \mu_2 = 1.15$, $\mu'_1 = \mu'_2 = 1.35$.

Приоритетная система

Два входных пуассоновских потока: $\lambda_1 = 0.025$, $\lambda_2 = 0.25$.

Фиксированные параметры: $T_5 = 5$, $T_2 = T_4 = 4$, $\mu_1 = \mu_2 = 1.15$, $\mu'_1 = \mu'_2 = 1.35$, $\mu''_2 = 1.5$.

Задание 3

Циклическая система

Два входных пуассоновских потока: $\lambda_1 = 0.4$, $\lambda_2 = 0.3$.

Фиксированные параметры: $T_2 = T_4 = 4$, $\mu_1 = \mu_2 = 1$, $\mu'_1 = \mu'_2 = 1.25$.

Приоритетная система

Два входных пуассоновских потока: $\lambda_1 = 0.05$, $\lambda_2 = 0.3$.

Фиксированные параметры: $T_5 = 5$, $T_2 = T_4 = 4$, $\mu_1 = \mu_2 = 1$, $\mu'_1 = \mu'_2 = 1.25$, $\mu''_2 = 1.4$.

Задание 4

Циклическая система

Два входных пуассоновских потока: $\lambda_1 = 0.4$, $\lambda_2 = 0.2$.

Фиксированные параметры: $T_2 = T_4 = 4$, $\mu_1 = \mu_2 = 1.15$, $\mu'_1 = \mu'_2 = 1.35$.

Приоритетная система

Два входных пуассоновских потока: $\lambda_1 = 0.025$, $\lambda_2 = 0.4$.

Фиксированные параметры: $T_5 = 5$, $T_2 = T_4 = 4$, $\mu_1 = \mu_2 = 1.15$, $\mu'_1 = \mu'_2 = 1.35$, $\mu''_2 = 1.5$.

Задание 5

Циклическая система

Три входных пуассоновских потока: $\lambda_1 = 0.45$, $\lambda_2 = 0.35$, $\lambda_3 = 0.15$.

Фиксированные параметры: $T_2 = T_4 = T_6 = 4$, $\mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = 1$, $\mu'_1 = \mu'_2 = \mu'_3 = 1.25$.

Приоритетная система

Два входных пуассоновских потока: $\lambda_1 = 0.035$, $\lambda_2 = 0.55$.

Фиксированные параметры: $T_5 = 5$, $T_2 = T_4 = 4$, $\mu_1 = \mu_2 = 1$, $\mu'_1 = \mu'_2 = 1.25$, $\mu''_2 = 1.4$.

Задание 6

Циклическая система

Три входных пуассоновских потока: $\lambda_1 = 0.4$, $\lambda_2 = 0.25$, $\lambda_3 = 0.15$.

Фиксированные параметры: $T_2 = T_4 = T_6 = 4$, $\mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = 1$, $\mu'_1 = \mu'_2 = \mu'_3 = 1.25$.

Приоритетная система

Два входных пуассоновских потока: $\lambda_1 = 0.05$, $\lambda_2 = 0.5$.

Фиксированные параметры: $T_5 = 5$, $T_2 = T_4 = 4$, $\mu_1 = \mu_2 = 1$, $\mu'_1 = \mu'_2 = 1.25$, $\mu''_2 = 1.4$.

Задание 7

Циклическая система

Два входных пуассоновских потока: $\lambda_1 = 0.4$, $\lambda_2 = 0.2$.

Фиксированные параметры: $T_2 = T_4 = 4$, $\mu_1 = \mu_2 = 1$, $\mu'_1 = \mu'_2 = 1.25$.

Приоритетная система

Два входных пуассоновских потока: $\lambda_1 = 0.025$, $\lambda_2 = 0.4$.

Фиксированные параметры: $T_5 = 5$, $T_2 = T_4 = 4$, $\mu_1 = \mu_2 = 1$, $\mu'_1 = \mu'_2 = 1.25$, $\mu''_2 = 1.4$.

Задание 8

Циклическая система

Два входных пуассоновских потока: $\lambda_1 = 0.5$, $\lambda_2 = 0.25$.

Фиксированные параметры: $T_2 = T_4 = 4$, $\mu_1 = \mu_2 = 1$, $\mu'_1 = \mu'_2 = 1.25$.

Приоритетная система

Два входных пуассоновских потока: $\lambda_1 = 0.05$, $\lambda_2 = 0.5$.

Фиксированные параметры: $T_5 = 5$, $T_2 = T_4 = 4$, $\mu_1 = \mu_2 = 1$, $\mu'_1 = \mu'_2 = 1.25$, $\mu''_2 = 1.4$.

Задание 9

Циклическая система

Два входных пуассоновских потока: $\lambda_1 = 0.45$, $\lambda_2 = 0.05$.

Фиксированные параметры: $T_2 = T_4 = 4$, $\mu_1 = \mu_2 = 1$, $\mu'_1 = \mu'_2 = 1.25$.

Приоритетная система

Три входных пуассоновских потока: $\lambda_1 = 0.05$, $\lambda_2 = 0.1$, $\lambda_3 = 0.45$.

Фиксированные параметры: $T_7 = 6$, $T_2 = T_4 = T_6 = 4$, $\mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = 1$, $\mu'_1 = \mu'_2 = \mu'_3 = 1.25$, $\mu''_3 = 1.4$.

Задание 10

Циклическая система

Два входных пуассоновских потока: $\lambda_1 = 0.45$, $\lambda_2 = 0.25$.

Фиксированные параметры: $T_2 = T_4 = 4$, $\mu_1 = \mu_2 = 1$, $\mu'_1 = \mu'_2 = 1.25$.

Приоритетная система

Три входных пуассоновских потока: $\lambda_1 = 0.025$, $\lambda_2 = 0.1$, $\lambda_3 = 0.25$.

Фиксированные параметры: $T_7 = 6$, $T_2 = T_4 = T_6 = 4$, $\mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = 1$, $\mu'_1 = \mu'_2 = \mu'_3 = 1.25$, $\mu''_3 = 1.4$.

Задание 11

Циклическая система

Два входных пуассоновских потока: $\lambda_1 = 0.7$, $\lambda_2 = 0.15$.

Фиксированные параметры: $T_2 = T_4 = 4$, $\mu_1 = \mu_2 = 1$, $\mu'_1 = \mu'_2 = 1.25$.

Приоритетная система

Два входных пуассоновских потока: $\lambda_1 = 0.15$, $\lambda_2 = 0.7$.

Фиксированные параметры: $T_5 = 5$, $T_2 = T_4 = 4$, $\mu_1 = \mu_2 = 1$, $\mu'_1 = \mu'_2 = 1.25$, $\mu''_2 = 1.4$.

Задание 12

Циклическая система

Два входных пуассоновских потока: $\lambda_1 = 0.65$, $\lambda_2 = 0.08$.

Фиксированные параметры: $T_2 = T_4 = 4$, $\mu_1 = \mu_2 = 1$, $\mu'_1 = \mu'_2 = 1.25$.

Приоритетная система

Два входных пуассоновских потока: $\lambda_1 = 0.08$, $\lambda_2 = 0.65$.

Фиксированные параметры: $T_5 = 5$, $T_2 = T_4 = 4$, $\mu_1 = \mu_2 = 1$, $\mu'_1 = \mu'_2 = 1.25$, $\mu''_2 = 1.4$.

Задание 13

Циклическая система

Три входных пуассоновских потока: $\lambda_1 = 0.55$, $\lambda_2 = 0.35$, $\lambda_3 = 0.15$.

Фиксированные параметры: $T_2 = T_4 = T_6 = 4$, $\mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = 1$, $\mu'_1 = \mu'_2 = \mu'_3 = 1.25$

Приоритетная система

Три входных пуассоновских потока: $\lambda_1 = 0.035$, $\lambda_2 = 0.15$, $\lambda_3 = 0.55$.

Фиксированные параметры: $T_7 = 6$, $T_2 = T_4 = T_6 = 4$, $\mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = 1$, $\mu'_1 = \mu'_2 = \mu'_3 = 1.25$, $\mu''_3 = 1.4$.

Задание 14

Циклическая система

Три входных пуассоновских потока: $\lambda_1 = 0.5$, $\lambda_2 = 0.25$, $\lambda_3 = 0.15$.

Фиксированные параметры: $T_2 = T_4 = T_6 = 4$, $\mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = 1$, $\mu'_1 = \mu'_2 = \mu'_3 = 1.25$.

Приоритетная система

Три входных пуассоновских потока: $\lambda_1 = 0.15$, $\lambda_2 = 0.25$, $\lambda_3 = 0.5$.

Фиксированные параметры: $T_7 = 5$, $T_2 = T_4 = T_6 = 4$, $\mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = 1$, $\mu'_1 = \mu'_2 = \mu'_3 = 1.25$, $\mu''_3 = 1.4$.

Задание 15

Циклическая система

Два входных пуассоновских потока: $\lambda_1 = 0.6$, $\lambda_2 = 0.05$.

Фиксированные параметры: $T_2 = T_4 = 4$, $\mu_1 = \mu_2 = 1$, $\mu'_1 = \mu'_2 = 1.25$.

Приоритетная система

Два входных пуассоновских потока: $\lambda_1 = 0.05$, $\lambda_2 = 0.6$.

Фиксированные параметры: $T_5 = 5$, $T_2 = T_4 = 4$, $\mu_1 = \mu_2 = 1$, $\mu'_1 = \mu'_2 = 1.25$, $\mu''_2 = 1.4$.

Литература

1. Пройдакова Е.В., Федоткин М.А. Управление выходными потоками в системе с циклическим обслуживанием и переналадками // Автоматика и телемеханика. — 2008. — № 06 — С.96–107.
2. Пройдакова Е.В. Необходимые условия существования стационарного распределения выходных потоков в системе с приоритетным направлением // Вестник Нижегородского университета им. Н.И. Лобачевского — 2007. — № 1. — С. 167–172.
3. Федоткин М.А. Процессы обслуживания и управляющие системы // Математические вопросы кибернетики. — М.: Наука, 1996. — Вып. 6 — С. 51–70.

Екатерина Вадимовна **Пройдакова**

Михаил Андреевич **Федоткин**

**ИССЛЕДОВАНИЕ
В СИСТЕМАХ МАССОВОГО ОБСЛУЖИВАНИЯ
МЕТОДОМ ИМИТАЦИОННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ**

Лабораторный практикум

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования

«Национальный исследовательский Нижегородский государственный
университет им. Н.И. Лобачевского».

603950, Нижний Новгород, пр. Гагарина, 23.