МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского

Е.В. Пройдакова
Н.М. Голышева

ЗАДАНИЯ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЯ ПО ТЕМЕ «СЛУЧАЙНЫЕ СОБЫТИЯ И ИХ ВЕРОЯТНОСТИ»

Учебно-методическое пособие

Рекомендовано методической комиссией
Института информационных технологий, математики и механики
для студентов ННГУ, обучающихся по направлению подготовки
09.03.04 «Программная инженерия»

Нижний Новгород
2017

УДК 519.246
ББК 22.172
П80

П80 Пройдакова Е.В., Голышева. Н.М ЗАДАНИЯ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЯ ПО ТЕМЕ «СЛУЧАЙНЫЕ СОБЫТИЯ И ИХ ВЕРОЯТНОСТИ»: Учебно-методическое пособие. – Нижний Новгород: Нижегородский госуниверситет, 2017. – 27 с.

Рецензент: к.ф.-м.н., доцент **Н.В. Кротов**

Учебно-методическое пособие содержит вопросы для собеседования, практические и тестовые задания по дисциплине «Теория вероятностей и математическая статистика», относящиеся к разделу «Случайные события и их вероятности».

Пособие будет полезно при изучении дисциплины «Теория вероятностей и математическая статистика» студентам третьего курса ИИТММ, обучающимся по направлению подготовки «Программная инженерия».

Ответственный за выпуск:
заместитель председателя методической комиссии
ИИТММ ННГУ,
к.т.н., доцент **В.М. Сморкалова**

УДК 519.246
ББК 22.172

Оглавление

1. Вопросы для собеседования

Раздел содержит контрольные вопросы по теме «Случайные события и их вероятности».

1. Определите понятие эксперимента (Е). Что нужно указать для задания эксперимента?
2. Дайте определение детерминированного и полудетерминированного Е, приведите примеры.
3. Какой Е называется случайным? Приведите примеры.
4. Каким требованиям должен удовлетворять случайный Е, чтобы быть объектом изучения теории вероятностей (ТВ)?
5. Дайте содержательное и математическое описание случайного события. Приведите примеры.
6. Что такое элементарные исходы? Каким требованиям (аксиомам) они должны удовлетворять? Приведите пример выбора элементарных исходов для какого-либо Е.
7. Что такое достоверное, невозможное, противоположное события? Приведите примеры.
8. Определите понятия пересечения, объединения и разности событий. Приведите примеры.
9. Какие события называются несовместными, равновозможными, эквивалентными? Что значит «событие А влечет событие В»? Приведите примеры.
10. Дайте содержательное определение вероятности. В чем заключается субъективный (или интуитивный) подход к определению вероятности?
11. Опишите классический подход к определению вероятности: условия применения, формула с объяснением входящих в нее символов, пример задачи с решением.
12. Сформулируйте основное правило комбинаторики, приведите пример задачи, которую можно решить с использованием этого правила.
13. Определите понятие сочетаний. По каким формулам вычисляется количество различных сочетаний без повторения и с повторением? Приведите формулировку и решение задачи с использованием сочетаний.
14. Выполните задание из п.13 для размещений.
15. Выполните задание из п.13 для перестановок.

16. Укажите условия применения геометрического подхода к определению вероятности, формулу для вычисления вероятности и приведите пример задачи с использованием этого подхода.
17. Поясните суть статистического подхода к определению вероятности, укажите его достоинства и недостатки, приведите пример.
18. В чем состоит аксиоматический подход к определению вероятности? Сформулируйте 3 аксиомы Колмогорова и дайте определение вероятности (по Колмогорову). Укажите достоинства этого подхода.
19. Что такое основное вероятностное пространство? Поясните суть и смысл всех символов в тройке (Ω, F, P).
20. Перечислите основные свойства вероятности, вытекающие из трех аксиом Колмогорова (кроме теорем сложения вероятностей).
21. Приведите схему для теорем сложения вероятностей. Поясните, какие события называются несовместными, совместными, попарно несовместными. Приведите пример решения задачи с использованием теорем сложения.
22. Дайте определение независимости двух событий. Какие два типа задач решаются в ТВ относительно понятия независимости? Приведите пример.
23. Определите понятие независимости в совокупности для событий, число которых больше 2. Установите связь между понятиями «независимость в совокупности» и «попарная независимость». Приведите пример.
24. Что такое условная вероятность? Укажите формулу для ее нахождения. Чему равны P(A/B) и P(B/A) в случае независимых событий A и B? Приведите пример.
25. Сформулируйте теоремы умножения вероятностей в виде схемы и задачу с решением с использованием этих теорем.
26. Дайте определение гипотез. Напишите формулу полной вероятности и приведите пример решения задачи с применением этой формулы.
27. Запишите формулу Байеса. Поясните значение входящих в нее символов и содержательный смысл этой формулы. Приведите пример.

2. Тестовые задания

Раздел содержит тестовые задания по теме «Случайные события и их вероятности» для проведения опроса в электронной форме и в форме самостоятельной работы в аудитории.

2.1. Задания для проведения тестовых работ в классе

В заданиях 1–13 выберите ОДИН правильный ответ.

1. Аксиомы выбора элементарных исходов включают в себя требование их а) независимости б) равновозможности в) попарной несовместности г) попарной независимости
2. Пространство Ω а) может быть выбрано не единственным образом б) для любого случайного эксперимента обязательно конечно в) обязательно состоит из равновозможных исходов г) содержит элементарные исходы и события, которые можно выразить через элементарные исходы
3. Пусть $A=\{\omega_1,\omega_3\}$, $B=\{\omega_3,\omega_5\}$. Тогда а) $A\cup B=\{\omega_3\}$ б) $A\setminus B=\{\omega_1\}$ в) $AB=\{\omega_1,\omega_3,\omega_5\}$ г) A влечет B
4. Порядок следования элементов в выборке является важным а) в сочетаниях и перестановках б) в перестановках и размещениях в) при способе выбора с возвращением г) при способе выбора без возвращения
5. Для классического определения вероятности а) множество Ω бесконечно б) элементарные исходы независимы в) множество Ω может иметь любую мощность г) элементарные исходы равновозможны
6. При использовании геометрического подхода к определению вероятности а) часто применяются формулы комбинаторики б) строится несчетное множество элементарных исходов в) применяется формула: $P(A) = \text{mes}\,\Omega : \text{mes}\,A$ г) не имеется никаких ограничений на математическую модель эксперимента
7. Статистический подход к определению вероятности а) основан на аксиомах Колмогорова б) может быть применен не для всех экспериментов в) предполагает проведение большого числа опытов г) использует формулу: $P(A) = |A| : |\Omega|$
8. Аксиоматический подход к определению вероятности а) может быть применен только для экспериментов, обладающих «симметрией» б) является обобщением классического, геометрического и статистического подходов в) определяет аксиому нормировки «Вероятность не-

возможного события равна нулю» г) включает в себя аксиому конечной аддитивности

9. Равенство $P(A\cup B) = P(A)+P(B)–P(AB)$ называется теоремой а) сложения вероятностей для зависимых событий б) умножения вероятностей для несовместных событий в) сложения вероятностей для совместных событий г) умножения вероятностей для независимых событий

10. Равенство $P(AB) = P(A) \cdot P(B/A)$ называется теоремой а) умножения вероятностей зависимых событий б) сложения вероятностей совместных событий в) сложения вероятностей независимых событий г) умножения вероятностей несовместных событий

11. Обязательным требованием при выборе гипотез является их а) равновозможность б) попарная несовместность в) несовместность г) независимость в совокупности

12. Формула полной вероятности а) применяется для нахождения вероятностей типа $P(A/B)$ б) имеет вид $P(A) = \sum P(H_i)\cdot P(H_i /A)$ в) находит доопытные вероятности гипотез г) используется для вычисления $P(A)$ путем введения дополнительных событий $H_1, H_2,\ldots H_n$, которые могут и не быть гипотезами

13. При использовании формулы Байеса а) в задаче указан точно конечный результат эксперимента б) необходимо вводить равновозможные гипотезы в) вычисляются вероятности вида $P(A/H_к)$ г) гипотез должно быть не менее трех

В заданиях 14–18 найдите НАИБОЛЕЕ ПОЛНЫЙ ПРАВИЛЬНЫЙ ответ.

14. Пусть $\Omega = \{\omega_1, \omega_2,\ldots, \omega_{10}\}$, $A = \{\omega_3, \omega_5, \omega_7\}$, $B = \{\omega_3, \omega_7, \omega_{10}\}$.

Тогда а) $AB =\{\omega_3, \omega_7\}$ б) $AB =\{\omega_3, \omega_7\}$, $\overline{A} \setminus \overline{B} = \{\omega_{10}\}$

в) $AB =\{\omega_3, \omega_7\}$, $\overline{A} \setminus \overline{B} = \{\omega_{10}\}$, $\overline{A}\cup B = \Omega$

г) $AB =\{\omega_3, \omega_7\}$, $\overline{A} \setminus \overline{B} = \{\omega_{10}\}$, $A\cup \overline{B} = \Omega$

15. При использовании классического определения вероятности

а) элементарные исходы должны иметь одинаковую вероятность, равную $|\Omega|^{-1}$ б) элементарные исходы должны иметь одинаковую вероятность, равную $|\Omega|^{-1}$, и их должно быть конечное число в) элементарные исходы должны иметь одинаковую вероятность, равную $|\Omega|^{-1}$, они должны быть попарно независимыми, и их должно быть конечное число г) элементарные исходы должны иметь одинаковую вероятность, равную $|\Omega|^{-1}$, они должны быть попарно несовместными и попарно независимыми, и их должно быть конечное число

16. При применении геометрического подхода к определению вероятности а) строится геометрический образ события A б) строится геометрический образ событий A и Ω в) строится геометрический образ событий A и Ω и находится мера события A г) строится геометрический образ событий A и Ω, находится мера события A и количество элементов в Ω

17. Из аксиом Колмогорова следует, что а) $P(\overline{A}) = 1 - P(A)$ б) $P(\overline{A}) = 1 - P(A)$, $P(\varnothing) = 0$ в) $P(\overline{A}) = 1 - P(A)$, $P(\varnothing) = 0$, $P(A) < 1$ г) $P(\overline{A}) = 1 - P(A)$, $P(\varnothing) = 0$, $P(A) < 1$, $P(A) > 0$

18. Пусть $H_1, H_2, \dots, H_n$ гипотезы и A произвольное случайное событие, для которого $P(A) > 0$. Тогда а) $P(H_1 H_2) = 0$ б) $P(H_1 H_2) = 0$, $P(H_1 \cup H_2) < 1$ в) $P(H_1 H_2) = 0$, $P(H_1 \cup H_2) < 1$, $P(A) = \sum P(H_i)\, P(A/H_i)$ в) $P(H_1 H_2) = 0$, $P(H_1 \cup H_2) < 1$, $P(A) = \sum P(H_i)\, P(A/H_i)$, $P(H_2/A) = P(H_2) \cdot P(A/H_2) : P(A)$

В заданиях 19–22 выберите ВСЕ ПРАВИЛЬНЫЕ ответы.

19. а) Событие $\overline{A}$ называется противоположным для события A, если $\overline{A}$ и A не пересекаются б) Один из элементарных исходов должен обязательно наступить при проведении эксперимента в) Если события A и B несовместны, то $\overline{A}$ и $\overline{B}$ также несовместны г) Если событие A влечет событие B, то $\overline{A}$ также влечет $\overline{B}$.

20. а) В перестановках участвуют все элементы генеральной совокупности б) При способе выбора без возвращения элементы в выборке всегда будут различны в) При выборе без повторения трех элементов из 7 элементов число сочетаний будет равно 35 г) При выборе с повторением пяти элементов из двух элементов число размещений будет равно 25.

21. а) $P(A) \le 1$ – утверждение одной из аксиом Колмогорова б) События A и B называются несовместными, если $P(AB) = P(A) \cdot P(B)$ в) Если события A, B и C попарно несовместны, то $P(ABC) = P(A)\, P(B/A) \cdot P(C/AB)$ г) Если события A, B и C независимы в совокупности, то $P(ABC) = P(A)\, P(B)\, P(C)$.

22. а) $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$ – теорема сложения двух независимых событий б) Если события A и B зависимы, то $P(AB) = P(A)\, P(A/B)$ в) По

определению условной вероятности: $P(A/B) = P(AB): P(B)$ г) Если события A и B совместны, то $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(AB)$.

В заданиях 23, 24 найдите соответствие. Ответ запишите в виде цепочки, например: а) → 1, 3, 5 ; б) → 1, 2 ; в) → 2, 4, 6, 7 ; г) → 10, 11.

23. а) C_8^3 б) $\overline{C}_3^4$ в) A_7^2 г) $\overline{A}_4^3$

1) выбор без возвращения 2) выбор с возвращением 3) сочетания 4) перестановки 5) размещения 6) порядок важен 7) порядок не важен 8) равно 81 9) равно 56 10) равно 49 11) равно 15

24. а) $P(AB) = P(A)\,P(B)$

б) $P(A \cup B \cup C) = P(A) + P(B) + P(C) - P(AB) - P(AC) - P(BC) + P(ABC)$

в) $P(H_1/A) = P(H_1)\,P(A/H_1) : P(A)$

г) $P(A) = \sum P(H_i)\,P(A/ H_i)$

1) теорема сложения 2) теорема умножения 3) несовместность 4) попарная несовместность 4) совместность 5) попарная совместность 6) независимость 7) зависимость 8) независимость в совокупности 9) зависимость в совокупности 9) попарная независимость 10) формула полной вероятности 11) формула Байеса 12) гипотезы 13) послеопытные вероятности гипотез 14) условная вероятность

В заданиях 25–40 вставьте пропущенное слово или несколько слов.

25. Все эксперименты в зависимости от их «определенности» можно разделить на детерминированные, … и случайные.

26. Теория вероятностей изучает не все случайные эксперименты, а только те, которые являются статистически …

27. Множество Ω называется …

28. Если из наступления события A обязательно следует наступление события B, то говорят, что …

29. Событие C называется … событий A и B, если оно происходит тогда и только тогда, когда происходит A, но не происходит B.

30. При использовании классического подхода множество Ω должно содержать … число элементарных исходов, и эти исходы должны быть …

31. Основное правило комбинаторики называется правилом …

32. Для проверки правильности вероятности, найденной теоретически, может быть использован … подход.

33. Третья аксиома Колмогорова называется аксиомой …

34. Тройка (Ω, F, P) называется …

35. Если $P(AB) \neq P(A)\ P(B)$, то события A и B называются …

36. Попарная независимость событий является … условием их независимости в совокупности.

37. Для применения равенства $P(A \cup B \cup C) = P(A) + P(B) + P(C)$ события A, B и C должны быть …

38. Если события в объединении дают достоверное событие, то говорят, что они образуют …

39. Для применения равенства $P(ABC) = P(A)\ P(B)\ P(C)$ необходимо, чтобы события являлись …

40. Если H_1, H_2, H_3 гипотезы и $P(H_1) = 0.2$, $P(H_2) = P(H_3)$, то вероятность $P(H_2)$ равна …

2.2. Задания для электронного тестирования

1. Тип – одиночный выбор.

Предметом комбинаторики являются:

– комбинации из элементов произвольной природы, составленные в соответствии с некоторыми правилами
– комбинации, составленные по определенным правилам из цифр и букв
– комбинации из элементов множества $G = \{a_1, a_2, ..., a_N\}$, составленные в соответствии с некоторыми правилами

2. Тип – одиночный выбор.

Основное правило комбинаторики – это

– правило сложения
– правило вычитания
– правило умножения
– правило деления

3. Тип – одиночный выбор.

Формула $A_N^k = \frac{N!}{(N-k)!}$, $k=\overline{0,N}$ позволяет определить

- число сочетаний из N по k элементов
- число размещений из N по k элементов
- число сочетаний с повторением из N по k элементов
- число размещений с повторением из N по k элементов

4. Тип – одиночный выбор.

Формула $C_N^k = \frac{N!}{k!(N-k)!}$, $k=\overline{0,N}$ предназначена для вычисления

- числа сочетаний из N по k элементов
- числа размещений из N по k элементов
- числа сочетаний с повторением из N по k элементов
- числа размещений с повторением из N по k элементов

5. Тип – одиночный выбор.

Число перестановок из N элементов P_N вычисляется по формуле:

- $P_N = (N-1)!$
- $P_N = N!$
- $P_N = (N+1)!$
- $P_N = N!-1$

6. Тип – множественный выбор.

Какие комбинации являются стандартными при решении комбинаторных задач?

- сочетания
- перемещения
- размещения
- расстановки
- перестановки
- подстановки

7. Тип – одиночный выбор.

Наудачу выбирается группа из 100 человек. При этом мы интересуемся только числом курящих людей. Элементарное событие $\{\omega_i\}$ означает, что в отобранной группе будет ровно $i = 0,1,...,100$ курящих людей. Для этого эксперимента определить множество Ω.

- $\Omega = \{\omega_0, \omega_{100}\}$
- $\Omega = \{0, \{\omega_1\}, ..., \{\omega_{100}\}\}$
- $\Omega = \{0,1,...,100\}$
- $\Omega = \{\omega_0, \omega_1, ..., \omega_{100}\}$.

8. Тип – одиночный выбор.

Эксперимент: из шестизначных телефонных номеров, не содержащих одинаковых цифр, наудачу выбирают один. Указать, в каких случаях пространство элементарных исходов данного эксперимента построено верно.

- Пусть x_k - k-ая цифра в телефонном номере,
  $\Omega = \{\omega_i = (x_1, ..., x_6) : x_j \in \{0,...,9\}, x_j \neq x_k, k \neq j, k = \overline{1,6}, j = \overline{1,6}, i = \overline{1, A_{10}^6}\}$
- $x_i = \begin{cases} 1, & \text{если } i\text{-ая цифра входит в телефонный номер;} \\ 0, & \text{в противном случае.} \end{cases}$
  $\Omega = \{\omega_i = (x_1, ..., x_6) : x_j \in \{0,1\}, j = \overline{0,1}, i = \overline{1,10^6}\}$
- x_1, x_2…, x_6 – цифры, составляющие телефонный номер
  $\Omega = \{\omega_i = [x_1, ..., x_6] : x_j \in \{0,...,9\}, x_j \neq x_k, k \neq j, k = \overline{1,6}, j = \overline{1,6}, i = \overline{1, C_{10}^6}\}$

9. Тип – множественный выбор.

Указать закон де Моргана для событий A и B.

- $A \cup \overline{B} = \overline{\overline{A} \cap \overline{B}}$
- $\overline{A} \cup B = \overline{\overline{A} \cap \overline{B}}$
- $\overline{A \cap B} = \overline{A} \cup \overline{B}$
- $A \cup B = \overline{\overline{A} \cap \overline{B}}$
- $A \cap B = \overline{\overline{A} \cup \overline{B}}$

10. Тип – одиночный выбор.

Используя законы для операций над событиями, выбрать верное равенство между случайными событиями *A* и *B*.

- $A \setminus (A \setminus B) = \Omega \setminus (A \cap B)$
- $A \setminus (A \setminus B) = A \cap B$
- $A \setminus (A \setminus B) = A \cup B$
- $A \cap (A \setminus B) = A \cap B$

11. Тип – множественный выбор.

Указать справедливые соотношения для событий *A*, $\overline{A} \cap B, \overline{A \cup B}$.

- $A \cap (\overline{A} \cap B) = \varnothing$
- $A \cap \overline{A \cup B} = \varnothing$
- $A \cap \overline{A \cup B} = \varnothing$
- $(\overline{A} \cap B) \cap \overline{A \cup B} \neq \varnothing$
- $A \cup (\overline{A} \cap B) \cup \overline{A \cup B} = \Omega$

$B \cup \overline{B \cap A} = \Omega$ $\overline{B} \cup (\overline{B \cap A}) = \Omega$

12. Тип – одиночный выбор.

Отметить такое свойство событий *A* и *B*, которое является необходимым и достаточным для выполнения неравенства $A \cap B \neq \varnothing$.

- $(A \cup B) \cap (\overline{A} \cup B) \cap (A \cup \overline{B}) = A$
- $(A \cup B) \cap (\overline{A} \cup B) \cap (A \cup \overline{B}) = B$
- $(A \cup B) \cap (\overline{A} \cup B) \cap (A \cup \overline{B}) \neq \Omega$

13. Тип – одиночный выбор.

Пусть *A* и *B* случайные события. Отметить такое событие *H*, для которого имеет место равенство $(\overline{H \cup A}) \cup \overline{H \cup \overline{A}} = B$

- Событие $H = A$
- Событие $H = B$
- Событие $H = \overline{B}$

14. Тип – одиночный выбор.

Укажите, в каком случае можно применять классическое определение вероятности.

- Пространство элементарных событий состоит из конечного числа элементарных событий, и все элементарные события равновозможны.
- Множество Ω содержит конечное число однородных элементов.
- Пространство элементарных событий содержит конечное число элементов.
- Множество Ω состоит из конечного числа элементарных событий, и все элементарные события однородны.

15. Тип – одиночный выбор.

Укажите формулу для классического способа вычисления вероятности случайного события A, если известно, что $N(A)$ - количество элементарных исходов, благоприятствующих наступлению события A, а $N(\Omega)$ - число всех элементарных исходов, содержащихся в Ω

- $\mathrm{P}(A)=\dfrac{N(A)}{N(\Omega)}$
- $\mathrm{P}(A)=\dfrac{N(\Omega)-N(A)}{N(\Omega)}$
- $\mathrm{P}(A)=\dfrac{N(\Omega)}{N(A)}$
- $\mathrm{P}(A)=\dfrac{N(\Omega)}{N(A)}-1$

16. Тип – одиночный выбор.

Колода в 36 карт делится пополам наудачу. Отметьте пространство элементарных событий Ω для этого опыта, когда в каждой части будет одинаковое число чёрных и красных карт.

- $\Omega=\left\{\{x_1,x_2,...,x_{18}\}:x_1\in M,x_2\in M,...,x_{18}\in M;x_i\neq x_j \text{ при } i\neq j;i,j=1,2,...,18\right\}$, где $M=\{1,2,...,36\}$ - это множество номеров карт.
- $\Omega=\left\{\{x_1,x_2,...,x_{18}\}:x_1\in M,x_2\in M,...,x_{18}\in M\right\}$, $M=\{1,2,...,36\}$ - множество номеров карт.
- $\Omega=\left\{\{x_1,x_2,...,x_{36}\}:x_1\in M,x_2\in M,...,x_{36}\in M\right\}$, $M=\{1,2\}$ - множество номеров части, в которую попала карта.

- $\Omega = \{(x_1, x_2, ..., x_{18}) : x_1 \in M, x_2 \in M, ..., x_{18} \in M; x_i \neq x_j \text{ при } i \neq j; i, j = 1, 2, ..., 18\}$, где $M = \{1, 2, ..., 18\}$ - это множество номеров карт

17.Тип – одиночный выбор.

Две игральные кости брошены наудачу один раз. Отметьте пространство элементарных событий Ω для этого опыта, когда сумма выпавших очков есть простое число.

- $\Omega = \{\{i, j\} : i, j \in \{1, 2, ..., 6\}\}$, где i и j означает число очков на одной кости и соответственно на другой.
- $\Omega = \{(i, j) : i, j \in \{1, 2, ..., 6\}\}$, где i и j означает число очков на одной кости и соответственно на другой.
- $\Omega = \{y : y \in \{2, 3, ..., 12\}\}$, где y есть сумма выпавших очков.

18.Тип – ввод значения.

В партии из r изделий имеется q бракованных. Из партии наугад выбирается d изделий. Вычислить вероятность P(A(r, q, d, l)) того, что среди d изделий имеется ровно l бракованных при а) $r = 5$, $q = 3$, $d = 3$, $l = 2$ и при б) $r = 6$, $q = 4$, $d = 4$, $l = 3$.

Примечание: ответ следует записать в виде несократимой дроби n/m.

19.Тип – ввод значения.

Наудачу выбирается k людей. Вычислить вероятность P(A(k)) того, что, по крайней мере, у двух человек дни рождения совпадают (событие A(k)) при k = 10, 30 и 50.

Примечание: ответ следует записать в виде десятичной дроби 0,nnn.

20.Тип – ввод значения.

Из колоды r карт, в которой валет, дама и король объявляются фигурами, вынимаются наудачу две карты. Вычислить вероятность P(A(r)) того, что вынуты две фигуры при r = 36, 37 и 52.

Примечание: ответ следует записать в виде несократимой дроби n/m.

21.Тип – ввод значения.

Бросают один раз три игральные разноцветные кости. Пусть события A_1, A_2 и A_3 означают выпадение трех различных чисел на гранях , суммы очков 11 и суммы очков 12 соответственно. Вычислить вероятности $P(A_1)$, $P(A_2)$ и $P(A_3)$.

Примечание: ответ следует записать в виде несократимой дроби n/m.

22. Тип – множественный выбор.

Укажите, в каком случае можно применять геометрическое определение вероятности.

- Пространство элементарных событий состоит из конечного числа элементарных событий и все элементарные события равновозможны.
- Множество элементарных исходов Ω содержит бесконечное число элементов.
- Пространство элементарных событий содержит бесконечное число равновозможных элементов.
- Множество элементарных исходов Ω представляет собой некоторую ограниченную область k – мерного пространства.

23. Тип – одиночный выбор.

Укажите формулу для вычисления вероятности случайного события A в случае, когда реализуется принцип геометрической вероятности. Если известны значения $mes(\Omega)$ и $mes(A)$, являющиеся мерами измеримых областей A и Ω соответственно, где A есть подобласть Ω.

- $P(A)=\dfrac{mes(A)}{mes(\Omega)}$.
- $P(A)=\dfrac{mes(\Omega)-mes(A)}{mes(\Omega)}$.
- $P(A)=\dfrac{mes(\Omega)}{mes(A)}$.
- $\mathrm{P}(A)=\dfrac{mes(A)}{mes(\Omega)}-1$.

24. Тип – ввод значения.

В некоторой точке K электрического провода MN длиной L произошёл разрыв. Вычислить вероятность $P(A(L,l))$ того, что точка K удалена от точки M на расстояние не менее, чем l при 1) $L = 10$, $l = 5$; 2) при $L = 15$, $l = 8$.

Примечание: ответ следует ввести в виде несократимой дроби n/m.

25.Тип – ввод значения.

Стержень длины l разломили в двух наудачу выбранных точках на три части. Вычислить вероятность $P(A(l))$ того, что из полученных частей можно составить треугольник, где 1) $l = 1$; 2) $l = 2$; 3) $l = 3$.

Примечание: ответ следует ввести в виде десятичной дроби 0,nnn.

26.Тип – ввод значения.

На окружности радиуса r наугад выбрано две точки. Вычислить вероятность $P(A(r))$ того, что расстояние между ними превысит $\sqrt{3}r$, где 1) $r=1$; 2) $r=2$; 3) $r=3$.

Примечание: ответы следует вводить в виде несократимой дроби n / m.

27.Тип – ввод значения.

Сигналы поступают от двух станций обнаружения цели на экран в промежутке длительностью L. Цель фиксируется, если разность между моментами поступления сигналов меньше l. Вычислить вероятность $P(A(L,l))$ того, что цель будет не обнаружена, где 1) $L = 11$, $l = 1$; 2) $L = 22$, $l = 2$; 3) $L = 13$, $l = 3$.

Примечание: ответы следует вводить в виде несократимой дроби n / m.

28.Тип – одиночный выбор.

Выбрать формулу для расчета вероятности события А при условии, что произошло событие B, $P(B)>0$:

- $P(A|B)=\dfrac{P(A\cap B)}{P(B)}$.
- $P(A|B)=\dfrac{P(A\cap B)}{P(A)}$.
- $P(A|B)=\dfrac{P(A\cup B)}{P(B)}$.

29.Тип – одиночный выбор.

Отметьте теорему сложения для трех событий A, B и C.

- $P(A\cup B\cup C)=P(A)+P(B)+P(C)-P(A\cap B)-P(B\cap C)-P(A\cap C)-P(A\cap B\cap C)$
- $P(A\cup B\cup C)=P(A)+P(B)+P(C)-P(A\cap B)-P(B\cap C)-P(A\cap C)+P(A\cap B\cap C)$
- $P(A\cup B\cup C)=P(A)+P(B)+P(C)+P(A\cap B)+P(B\cap C)+P(A\cap C)-P(A\cap B\cap C)$

30.Тип – множественный выбор.

Для независимых событий A и B выполняется:

- $P(A\cap B)=P(A)\cdot P(B)$.
- $P(A|B)=P(A)$.
- $P(B\cap A)=P(B)P(A|B)$.
- $A\cap B=\varnothing$.
- $P(B|A)=P(B)$.

31.Тип – одиночный выбор.

События $A_1, A_2, ..., A_n$ независимы в совокупности, если:

- Выполняется соотношение $P(A_1\cap A_2\cap ...\cap A_k)=P(A_1)\cdot P(A_2)\cdot ...\cdot P(A_k)$, $\forall k\le n$.
- Выполняется соотношение $P(A_1\cap A_2\cap ...\cap A_n)=P(A_1)\cdot P(A_2)\cdot ...\cdot P(A_n)$.
- Выполняется соотношение $P(A_1\cup A_2\cup ...\cup A_k)=P(A_1)+P(A_2)+...+P(A_k)$, $\forall k\le n$.

32.Тип – множественный выбор.

Пусть $A_i\in F$ для всех $i=1,2,...$. Выберите верные соотношения для событий $A_1, A_2, ...$

- $P(\bigcup\limits_{i=1}^{\infty}A_i)\le\sum\limits_{i=1}^{\infty}P(A_i)$.
- $P(\bigcup\limits_{i=1}^{m}A_i)=\sum\limits_{i=1}^{m}P(A_i)-\sum\limits_{1\le i_1<i_2\le m}^{m}P(A_{i_1}\cap A_{i_2})+\sum\limits_{1\le i_1<i_2<i_3\le m}^{m}P(A_{i_1}\cap A_{i_2}\cap A_{i_3})-$ $-...+(-1)^{m-1}P(A_1\cap A_2\cap ...\cap A_m)$.
- $P(\bigcup\limits_{i=1}^{\infty}A_i)\le\sum\limits_{i=1}^{\infty}P(A_i)-\sum\limits_{1\le i_1<i_2\le m}^{m}P(A_{i_1}\cap A_{i_2})$.
- $P(\bigcup\limits_{i=1}^{m}A_i)=\sum\limits_{i=1}^{m}P(A_i)-\sum\limits_{1\le i_1<i_2\le m}^{m}P(A_{i_1}\cap A_{i_2})+\sum\limits_{1\le i_1<i_2<i_3\le m}^{m}P(A_{i_1}\cap A_{i_2}\cap A_{i_3})$.

33.Тип – одиночный выбор.

Из колоды в 36 карт последовательно вынуты две карты. Пусть событие A означает, что вторая карта есть туз, а событие B означает, что первая карта есть туз. Отметьте верное значение вероятности $P(A|B)$ того, что вторая карта туз, если первоначально был вынут туз.

- Вероятность $P(A|B)=\dfrac{1}{105}$.
- Вероятность $P(A|B)=\dfrac{1}{9}$.
- Вероятность $P(A|B)=\dfrac{3}{35}$.

34.Тип – ввод значения.

Наудачу бросается игральная кость. Пусть A — выпадение чётного числа очков, и B — выпадение числа очков, меньшего трёх. Вычислить вероятности $P(A|B)$ и $P(B|A)$.

Примечание: ответы следует вводить в виде несократимой дроби n / m.

35.Тип – ввод значения.

Две игральные кости наудачу бросают один раз. Пусть A — выпадение простой суммы, и B — выпадение суммы очков больше пяти. Вычислить вероятности $P(A|B)$, $P(B|A)$ и $P\left((A/B)|A\right)$.

Примечание: ответы следует вводить в виде несократимой дроби n / m.

36.Тип – одиночный выбор.

Отметить формулу полной вероятности для любого наблюдаемого в эксперименте E события A:

- $P(A)=\sum_{i=1}^{n} P(H_i)\cdot P(A|H_i)$, $P(H_i)>0,\ i=\overline{1,n}$.
- $P(A)=\sum_{i=1}^{n} P(H_i)\cdot P(H_i|A)$.
- $P(A)=\dfrac{P(H_k)\cdot P(A|H_k)}{\sum_{i=1}^{n} P(H_i)\cdot P(A|H_i)}$, $P(H_i)>0,\ i=\overline{1,n}$.

37.Тип – одиночный выбор.

Считают, что H_i является рабочей гипотезой для некоторого события *B*, если выполняется условие:

- $P(H_i)\cdot P(B\,|\,H_i)=0$.
- $P(H_i)\cdot P(B\,|\,H_i)<1$.
- $P(B\,|\,H_i)>0$.
- $P(B\,|\,H_j)=0$.

38.Тип – множественный выбор.

Пусть $H_1,H_2,...,H_n$ - некоторые наблюдаемые события для данного случайного эксперимента *E*. События $H_1,H_2,...,H_n$ являются гипотезами, если:

- они образуют полную группу попарно несовместных событий.
- выполняются соотношения: $\bigcup\limits_{i=1}^{n}H_i=\Omega$ и $P(H_i)>0,\ i=\overline{1,n}$.
- выполняются соотношения: $\bigcup\limits_{i=1}^{n}H_i=\Omega$ и $H_i\cap H_l=0,\ i\neq j$.
- выполняются соотношения: $H_i\cap H_l=0,\ i\neq j$ и $P(H_i)>0,\ i=\overline{1,n}$.

39.Тип – множественный выбор.

Отметьте формулу Байеса:

$$P(H_k\,|\,A)=\frac{P(H_k)\cdot P(A\,|\,H_k)}{\sum\limits_{i=1}^{n}P(H_i)\cdot P(A\,|\,H_i)}.$$

$$P(H_k\,|\,A)=\frac{P(H_k)\cdot P(A\,|\,H_k)}{P(A)}.$$

$$P(A\,|\,H_k)=\frac{P(H_k)\cdot P(H_k\,|\,A)}{\sum\limits_{i=1}^{n}P(H_i)\cdot P(H_i\,|\,A)}.$$

$$P(H_k\,|\,A)=\frac{\sum\limits_{i=1}^{n}P(H_i)\cdot P(A\,|\,H_i)}{P(H_k)\cdot P(A\,|\,H_k)}.$$

40.Тип – одиночный выбор.

Компьютеры собираются из высококачественных элементов и из элементов обычного качества. Известно, что 80% компьютеров собирается из высококачественных элементов. Если компьютер собран из высококачественных схем, то его вероятность безотказной работы равна 0.9. Если компьютер собран из элементов обычного качества, то его надёжность равна 0.5. При испытании компьютер работал безотказно. Отметьте верное значение вероятности того, что компьютер собран из высококачественных элементов.

- Вероятность равна 0.878.
- Вероятность равна 0.820.
- Вероятность равна 0.790.

41.Тип – одиночный выбор.

Имеется пять урн. Первая урна содержит два белых шара и один чёрный шар, вторая – только 10 чёрных шаров, третья урна содержит два белых шара и один чёрный, четвёртая — три белых и один чёрный, и, наконец, пятая урна также содержит три белых шара и один чёрный шар. Наудачу выбирается урна, и из нее наудачу вынимается шар. Отметьте верное значение вероятности $P(A)$ того, что вынутый шар будет белый.

- Вероятность $P(A)=\frac{15}{30}$.
- Вероятность $P(A)=\frac{3}{5}$.
- Вероятность $P(A)=\frac{17}{30}$.

42.Тип – одиночный выбор.

Преподаватель составил для r студентов $n>r$ экзаменационных билетов, среди которых m лёгких. Билеты вытаскиваются студентами в порядке их прибытия на экзамен случайным образом. Отметьте верное значение вероятности $P(A)$ того, что второй извлеченный билет окажется трудным.

- $P(A)=\frac{m(n-m)}{n(n-1)}$.
- $P(A)=\frac{(n-m)(n-m-1)}{n(n-1)}$.
- $P(A)=\frac{(n-m)}{n}$.

3. Практические задания

Раздел содержит типовые практические задания по теме «Случайные события и их вероятности» для проведения контрольных работ в аудитории.

1. Построить пространство Ω описаний всех элементарных исходов для следующих случайных статистически устойчивых экспериментов.

а) Два стрелка независимо друг от друга сделали по одному выстрелу по мишени.

б) Из колоды карт случайным образом взяли три карты.

в) В урне 10 шаров белого цвета и 15 черного цвета. Наудачу, друг за другом, без возвращения, по одному выбраны 5 шаров.

2. Три игральных кубика одновременно подбрасывают один раз. Определены следующие события:

   A – {сумма выпавших очков равна 12},

   B – {на первом кубике выпало четное число очков},

   C – {на всех кубиках выпало одинаковое число очков}.

Построить пространство Ω описаний всех элементарных исходов и представить указанные события как подмножества Ω.

3. Три занумерованных шара раскладывают наудачу по трем различным ящикам. В каждый ящик может быть положено любое число шаров.

Пусть

   A – {все шары попадут в один и тот же ящик},

   B – {в первый ящик попадут два шара},

   C – {первый шар попадет в первый ящик}.

Построить пространство Ω и представить указанные события как подмножества Ω.

4. Производится 2 выстрела по круглой мишени, разделенной на 4 одинаковые четверти и имеющей радиус R. По условиям стрельбы непопадание в мишень исключено. Пусть

A – {при втором выстреле произошло попадание в ту же четверть круга, что и при первом выстреле},

B – {точка второго попадания ближе к центру мишени, чем точка первого попадания}.

Построить пространство Ω и представить указанные события как подмножества Ω.

5. Студенту на экзамене задается 4 вопроса. Пусть A_i – {студент ответил на i-й вопрос}, $i = 1,\ldots,4$. Используя операции дополнения, пересече-

ния и объединения, выразить через события A_i , $i = 1,\dots,4$ следующие случайные события:

B – {студент ответил на все вопросы},

C – {студент не ответил хотя бы на один вопрос},

D – {студент ответил только на второй вопрос},

E – {студент ответил на один (ровно) вопрос},

G – {студент ответил не менее, чем на два вопроса}.

6. Проводится наблюдение за группой, состоящей из 4 объектов. Каждый из объектов за время наблюдения может быть обнаружен или нет. Пусть

A – {обнаружен ровно один объект},

B – {хотя бы один объект не обнаружен},

C – {обнаружено не менее двух объектов},

D – {ни один объект не обнаружен}.

Указать, в чем состоят события $A \cup B$, BC, $\overline{D}$, $B \setminus C$, $D \setminus \overline{B}$, $A \cap (\overline{B \cup C})$.

7. В финале конкурса красоты принимают участие 10 девушек. Сколькими способами могут быть распределены между ними первое, второе и третье места?

8. Сколько имеется семизначных чисел, которые одинаково читаются слева направо и справа налево?

9. Сколькими способами можно составить трехцветный пятиполосный флаг, если имеется материал 6 различных цветов и необходимо выполнить условие, что ровно две полосы должны быть заданного цвета, например, красного?

10. Сколько можно составить перестановок из 100 различных элементов, в которых два фиксированных элемента не стоят рядом?

11. Замок в камере хранения содержит 4 диска. На первом нанесены 6 букв, на остальных – по 10 цифр. На замке установлен код. Набирается случайная комбинация из буквы и трех цифр. Найти вероятности событий: A – {камера откроется}, B – {будут угаданы только буква и последняя цифра кода}.

12. В альбоме среди 100 фотографий находится одна разыскиваемая. Наудачу извлечены 10 фотокарточек. Найти вероятность того, что среди них окажется нужная.

13. В урне находятся черные и белые шары, причем отношение числа белых шаров к числу черных равно α. Найти вероятность того, что при извлечении всех шаров из урны последним окажется черный шар.

14. 7 яблок, 3 апельсина и 5 лимонов раскладываются случайным образом в 3 различных пакета по 5 штук в каждый. Найти вероятность того, что в каждом пакете окажется по одному апельсину.

15. На отрезке OA длины s числовой оси наудачу поставлены две точки B и C, причем C правее B. Найти вероятность того, что длина отрезка BC будет меньше длины отрезка OB.

16. Служебный автобус и один из его пассажиров подходят к остановке в случайные моменты времени от 6 часов до 6 часов 20 минут. Автобус стоит на остановке в течение 5 минут, а затем уезжает. Найти вероятность того, что пассажир опоздает на автобус.

17. Магнитофонную ленту длиной 300 метров разрезали на 2 части в случайно выбранной точке. Какова вероятность того, что длина меньшей части не превзойдет 100 метров?

18. Из колоды карт в 36 листов извлекаются 2 карты. Установить, являются ли независимыми события: A – {обе выбранные карты картинки} и B – {выбраны карты одной масти}.

19. На шахматную доску наудачу ставятся 2 ладьи. Вычислить P(B/A), если A – {ладьи попали в клетки разного цвета} и B – {ладьи бьют друг друга}.

20. На 10 карточках написаны первые 10 букв русского алфавита. 4 человека выбирают без возвращения по 2 карточки. Найти вероятность того, что у каждого человека окажется карточка с гласной буквой.

21. Два стрелка поочередно стреляют по мишени до первого попадания одного из них. Вероятность попадания при каждом выстреле у первого стрелка рана 0.4, у второго – 0.3. Найти вероятность того, что первый стрелок сделает больше выстрелов, чем первый.

22. Партия из 100 транзисторов, среди которых 8 дефектных, поступила на проверку. Схема проверки такова, что с вероятностью 0.95 обнаруживается дефект (если он есть) и с вероятностью 0.03 исправный транзистор признается дефектным. Из партии наудачу выбрали 2 транзистора: оба они были признаны исправными. Найти вероятность того, что хотя бы один из них на самом деле дефектный.

23. Первый баскетболист попадает в кольцо при каждом броске с вероятностью 0.7, второй – с вероятностью 0.6 и третий – с вероятностью 0.8. Наудачу выбранному баскетболисту предоставили право сделать 10 бросков по кольцу. Найти вероятность того, что он попадет не менее трех раз.

24. В подарочном наборе 30 конфет, среди которых 20 – шоколадные. Три конфеты, выбранные случайным образом, съели. А затем из оставшихся взяли 2 конфеты: обе они оказались шоколадными. Найти вероятность того,

что все съеденные конфеты тоже были шоколадными.

25. Некий объект может находиться в двух состояниях: в 30% случаях – в одном (R_1) и в 70% случаях – в другом (R_2). Имеется 3 станции наблюдения за этим объектом. Первая из них сообщает верные сведения о состоянии объекта с вероятностью 0.9, вторая – с вероятностью 0.7, третья – с вероятностью 0.8. Какое решение о состоянии объекта следует принять, если первая станция сообщила, что его состояние R_1, а две другие, что R_2.

26. Среди 25 экзаменационных вопросов 10 лёгкие. Каждому студенту задается по 2 неповторяющихся вопроса. Найти вероятность того, что студенту, отвечающему вторым, достанется 1 лёгкий вопрос и 1 трудный.

27. Из колоды карт в 36 листов игрок выбирает 3 карты. При этом он получает приз с вероятностью 0.6, если все выбранные карты тузы, с вероятностью 0.5, если все карты одной масти, и с вероятностью 0.4, если он выберет две дамы и один валет. В остальных случаях вероятность получения приза равна 0. Найти вероятность того, что игрок, получивший приз, выбрал из колоды 3 туза.

Литература

1. Федоткин М.А. Основы прикладной теории вероятностей и статистики. Учебник. – М.: Высшая школа, 2006.

2. Федоткин М.А. Модели в теории вероятностей. Учебник. – М.: Наука – ФИЗМАТЛИТ, 2012.

3. Боровков А.А. Теория вероятностей. – М.: Эдиториал УРСС, 1999.

4. Гнеденко Б.В. Курс теории вероятностей. – М.: Эдиториал УРСС, 2005.

5. Агапов Г.И. Задачник по теории вероятностей: Учеб. пособие для ВУЗов. – М.:Высшая школа, 1994.

6. Вентцель Е.С., Овчаров Л.А. Задачи и упражнения по теории вероятностей: Учеб. пособие для студентов втузов - М.: Издательский центр «Академия», 2003.

Екатерина Вадимовна **Пройдакова**

Наталья Михайловна **Голышева**

ЗАДАНИЯ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЯ ПО ТЕМЕ «СЛУЧАЙНЫЕ СОБЫТИЯ И ИХ ВЕРОЯТНОСТИ»

Учебно-методическое пособие

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования

«Нижегородский государственный университет
им. Н.И. Лобачевского».

603950, Нижний Новгород, пр. Гагарина, 23.